

Общая формула волновой функции для взаимодействующих частиц
в случае обратной функции

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Существуют общие формулы для взаимодействующих квантовым образом частиц в случае использования квадрата модуля волновой функции. Они разные для частиц с целым и полуцелым спином. Но возможно произвольное значение спина и тогда общие формулы для взаимодействующих частиц не существует. На основе использования обратной функции получена общая формула для множества частиц для произвольного спина. С помощью общей волновой функции можно решить задачу гидродинамики для нескольких тел. Описаны применения перехода к взаимодействию частиц с помощью нанотехнологий для получения сверхпроводящих материалов при высокой температуре. Кроме того, повышение собственной энергии частиц приводит к жаропрочным сплавам.

Выскажем предположение, что комплексная волновая функция равна сумме квадратов модулей волновой функции, плюс описывает волновую функцию с мнимой фазой, т.е. без взаимодействия. В случае ламинарного режима показатели с действительными числами Рейнольдса складываются, но их надо умножить на мнимую единицу, так как действительная часть числа Рейнольдса аддитивная, а мнимая часть числа Рейнольдса не аддитивная. При этом логарифм фазы пропорционален числу Рейнольдса с множителем, равным отрицательной мнимой единице. Имеем, в случае ферми частиц волновая функция N частиц равна

$$\psi_{p_{N_1 N_2 \dots}} = \sqrt{\exp[2 \operatorname{Re} \varphi_{11} + \operatorname{Im} R_{p_1}(\xi_1)(s_1 - s_{N_0})] + \dots \exp[2 \operatorname{Re} \varphi_{NN} + \operatorname{Im} R_{p_N}(\xi_N)(s_N - s_{N_0})]} \times$$

$$\times \left\| \begin{array}{ccc} \exp[i \operatorname{Im} \varphi_{11} - i \operatorname{Re} R_{p_1}(\xi_1)(s_1 - s_{10})/2] & \dots & \exp[i \operatorname{Im} \varphi_{1N} - i \operatorname{Re} R_{p_N}(\xi_N)(s_N - s_{N_0})/2] \\ \dots & \dots & \dots \\ \exp[i \operatorname{Im} \varphi_{N1} - i \operatorname{Re} R_{p_1}(\xi_1)(s_1 - s_{10})/2] & \dots & \exp[i \operatorname{Im} \varphi_{NN} - i \operatorname{Re} R_{p_N}(\xi_N)(s_N - s_{N_0})/2] \end{array} \right\| / \sqrt{N!};$$

$$\varphi_{nk} = \ln \psi_{0nk}(\xi_k), \lim_{t \rightarrow \infty} (s_k - s_{k0}) = 0$$

И формула для Бозе частиц волновая функция N частиц равна

$$\psi_{p_{N_1 N_2 \dots}} = \sqrt{\exp[2 \operatorname{Re} \varphi_{11} + \operatorname{Im} R_{p_1}(\xi_1)(s_1 - s_{10})] + \dots \exp[2 \operatorname{Re} \varphi_{NN} + \operatorname{Im} R_{p_N}(\xi_N)(s_N - s_{N_0})]} \times$$

$$\times \sum \exp[i \operatorname{Im} \varphi_{11} - i \operatorname{Re} R_{p_1}(\xi_1)(s_1 - s_{10})/2] \dots \exp[i \operatorname{Im} \varphi_{NN} - i \operatorname{Re} R_{p_N}(\xi_N)(s_N - s_{N_0})/2] \sqrt{\frac{N_1! N_2! \dots}{N!}}$$

В случае обратной функции формулы сильно упростятся и для разных значений спина получится общая формула. Свойства обратных функций см. приложение. Выведем эту формулу. Определение значения энергии реализуется по следующей формуле

$$E_{n\chi} \psi_{n\chi} = i\hbar \frac{\partial \psi_{n\chi}}{\partial t}$$

Умножим это равенство на волновую функцию и просуммируем по волновой функции, получим

$$E \sum_{n,\chi} (\psi_{n\chi})^2 = \sum_{n,\chi} E_{n\chi} (\psi_{n\chi})^2 = i\hbar \frac{\partial \sum_{n,\chi} (\psi_{n\chi})^2 / 2}{\partial t}$$

Разделим это равенство на величину $\sum_{m,\chi} (\psi_{m\chi})^2$ и произведем элементарные преобразования

$$E = i\hbar \frac{\partial \ln \sqrt{\sum_{n,\chi} (\psi_{n\chi})^2}}{\partial t}$$

Откуда получим определение волновой функции для множества частиц

$$E \sqrt{\sum_{n,\chi} (\psi_{n\chi})^2} = i\hbar \frac{\partial \sqrt{\sum_{n,\chi} (\psi_{n\chi})^2}}{\partial t}.$$

Вычислим суммарную энергию полученной системы

$$E = \int \frac{\sum_{n,\chi} E_{n\chi} (\psi_{n\chi})^2}{\sum_{n,\chi} (\psi_{n\chi})^2} \sum_{n,\chi} (\psi_{n\chi})^2 d^3x = \int \sum_{n,\chi} E_{n\chi} [\psi_{n\chi}(\mathbf{r}_i)]^2 d^3x_i = \sum_{n,\chi} E_{n\chi}$$

Отмечу что для обратной функции $\psi_{n\chi}^{-1} = \psi_{n\chi}$; $\int \psi_{n\chi}^{-1} \psi_{n\chi} d^3x = 1$. Аналогично считается импульс для системы тел и проекция момента импульса.

Формулу можно использовать для вычисления собственной энергии атома водорода, у которого атомы водорода взрывоопасны, так как образуют квантово-связанное состояние.

Надо отличать связанные квантовым образом состояния без учета взаимодействия, от связанных энергией взаимодействия. При суммировании атомов в молекулу нужно использовать энергию взаимодействия, и все равно энергия молекулы равна сумме энергии отдельных атомов, причем каждый атом зависит от всей системы. Использовать данную формулу можно при описании наноматериалов.

В случае наличия взаимодействия между элементарными частицами энергия системы равна

$$E = \int \int \sum_{n_1\chi_1 \dots n_N\chi_N} E_{n_1\chi_1 \dots n_N\chi_N} [\psi_{n_1\chi_1 \dots n_N\chi_N}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)]^2 d^3x_1 \dots d^3x_N = \sum_{n_1\chi_1 \dots n_N\chi_N} E_{n_1\chi_1 \dots n_N\chi_N}$$

Аналогично складывается импульс и проекция момента импульса.

Это позволяет определить распределение скорости для нескольких тел

$$mV_k = i\hbar \frac{\partial \ln \sqrt{\sum_{n,\lambda} (\psi_{n\lambda})^2}}{\partial x^k}$$

$$V_k^2(t, x_0^1, x_0^2, L) = v \frac{\partial \ln \sqrt{\sum_n (\psi_{nk})^2}}{\partial t} = \frac{\sum_n \exp[2 \int_0^t U_{nk}^2(u, x_0^1, x_0^2, L) du / v] U_{nk}^2(t, x_0^1, x_0^2, L)}{\sum_n \exp[2 \int_0^t U_{nk}^2(u, x_0^1, x_0^2, L) du / v]};$$

$$\psi_{nk} = \exp\left[\int_0^t U_{nk}^2(u, x_0^1, x_0^2, L) du / v\right]$$

Где величина $U_{nk}^2(t, x_0^1, x_0^2, L)$ скорость одного тела, возможно комплексная.

$$\frac{d\mathbf{r}_n}{dt} = \mathbf{U}_n(x_n^1, x_n^2, x_n^3), \mathbf{r}_n = \mathbf{r}_n(t, x_0^1, x_0^2, L); \mathbf{U}_n = \mathbf{U}_n(t, x_0^1, x_0^2, L).$$

Начальные условия для разных тел выбираем одинаковые. Находим потенциал по постоянной скорости тела. Имеется потенциал, производная от которого определяет скорость среды. Потенциал аналог логарифма волновой функции. Строятся граничные условия для этого потенциала, по ним определяет коэффициенты ряда. Скорости частиц на границе тела не задана, определяется потенциал на границе тела, строится поток, имеющий заданный потенциал на границе. Задача обобщается на множество потенциалов и находится общая скорость, по частной скорости для каждого потенциала. Это делается с помощью общей волновой функции всех потенциалов. При этом центр потенциала находится в центре тела, имеющего постоянную границу, но для потенциала, а не для скорости. Постоянное значение скорости тела размазано по пространству и не совпадает с границей тела. Задача с потенциалом, макроскопический аналог квантовой задачи с размазанным электроном.

Если вместо кинематической вязкости использовать постоянную Планка, деленную на массу электрона, то задача эквивалентна размазанным электронам, которые описываются частицами вакуума, и скорость этих частиц вакуума определяется. Частицы вакуума образуют среду.

Квантовая механика описывает энергию электронов без релятивистской добавки, классическое значение кинетической и потенциальной энергии при мнимой скорости. Квантовая электродинамика описывает энергию электрона с релятивистской добавкой тоже при мнимой скорости. Линейный член разложения кинетической энергии молекулы образует отрицательную энергию и соответствует отрицательную температуру. Квадратичный член ответственен за температуру перехода в сверхпроводящее состояние и он положителен. При низких температурах эта релятивистская добавка равна утроенной энергии температуры

$$T = \frac{2sZq}{n^2} \left(\frac{mc^2}{\sqrt{1+V^2/c^2}} - mc^2 + \frac{mV^2}{2} \right) / 3k = \frac{2sZq}{n^2} \frac{mV^4}{24c^2k} = \frac{2sZq}{n^2} \frac{m_e c^2}{24 \cdot 137^4 k} = \frac{2sZq}{n^2} 2.103^\circ K =$$

$$= 2.103^\circ K; Z = 1; q = 1; n = 1; s = 0.5$$

при экспериментальном значении $T = 2.19^\circ K$ для фермионов, для спаренных электрона и позитрона вдвое больше.

Поэтому повышение собственной энергии у квантово-взаимодействующих частиц приведет к повышению температуры перехода в сверхпроводящее состояние.

Повышение собственной энергии у квантово-взаимодействующих частиц приведет к повышению теплоты плавления, и значит к более жаростойким материалам. Одним из способов перехода к квантовому взаимодействию являются нанотехнологии. Поэтому один из возможных методов высокотемпературной сверхпроводимости может быть достигнут с помощью нанотехнологий.

Приложение

В случае непрерывного спектра $\int K_{nm}(x, y) \psi_m(y) dx = \lambda \psi_n$, задачу можно свести к дискретному спектру с помощью преобразования

$$\psi_n^{-1}(y) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{nk} \psi_k(y), \text{ где } \psi_k(y) \text{ это собственные функций, а величина } \psi_n^{-1}(y)$$

это «обратная» функция. Умножим это уравнение на величину $\psi_m(y)$ и проинтегрируем по y . В силу определения «обратной» функции имеем

$$\delta_{nm} = \sum_{k=0}^{\infty} a_{nk} (\psi_k(y), \psi_m(y))$$

Причем использовать скалярное произведение без

знака комплексного сопряжения. Коэффициенты a_{nk} определяются из формул

$$a_{nk} = (\psi_n(y), \psi_k(y))^{-1},$$

матрица, обратная к матрице $(\psi_k(y), \psi_m(y))$

существует, в силу независимости функций ее образующих. Итак, «обратная»

функция равна $\psi_n^{-1} = (\psi_n(y), \psi_k(y))^{-1} \psi_k(y)$. Докажем важное свойство

обратных нормированных функций

$$\int_V \psi^{-1} \psi dV = \int_V c_n^{-1} \psi_n^{-1} c_k \psi_k dV = \int_V c_n^{-1} \psi_m (\psi_n \psi_m)^{-1} c_k \psi_k dV = c_n^{-1} c_n,$$

$$\varphi = \frac{\psi}{\sqrt{\sum_n c_n^{-1} c_n}} = \frac{c_k \psi_k}{\sqrt{\sum_n c_n^{-1} c_n}} = \alpha_k \psi_k; \varphi^{-1} = \frac{\psi^{-1}}{\sqrt{\sum_n c_n^{-1} c_n}} = \frac{c_k^{-1} \psi_k^{-1}}{\sqrt{\sum_n c_n^{-1} c_n}} = \alpha_k^{-1} \psi_k^{-1}, \sum_k \alpha_k^{-1} \alpha_k = 1$$

$$\varphi^{-1}(\mathbf{r}) = \frac{\delta(\mathbf{r})}{\varphi(\mathbf{r})}$$

В комплексном пространстве можно удовлетворить аксиомам скалярного произведения, если определить

$$\psi_k^{-1}(y) = \sum_m (\psi_k, \psi_m)^{-1} \psi_m$$

$$\psi = \psi_n$$

Скалярное произведение равно

$$(\psi_k^{-1}, \psi_n) = \int \psi_k^{-1}(y) \psi_n(y) d^3 y = \delta_{kn}.$$

Эту нормировку и скалярное произведение назовем «обратным», в отличие от стандартной нормировки и скалярного произведения.

Можно определить скалярное произведение двух функций с помощью формулы

$$\langle f | g \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \int f^{-1}(y) (f^{-1}, f)^{-1/2} (g^{-1}, g)^{-1/2} g(y) d^3 y.$$

$$\text{Имеем } \langle f | f \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \int f^{-1}(y) (f^{-1}, f)^{-1} f(y) d^3 y = 1.$$

Рассмотрим обратную и основную функцию $\varphi = c_n \varphi_n / \sqrt{N}$; $\varphi^{-1} = c_m^{-1} \langle \varphi_m, \varphi_n \rangle^{-1} \varphi_n / \sqrt{N} = c_m^{-1} \varphi_m^{-1} / \sqrt{N}$. В результате вычислений получим $\sum_m c_m^{-1} c_m / N = 1$. Умножая равенство $c_n^{-1} \varphi_n^{-1} / \sqrt{N} = \varphi^{-1}$ на величину φ получим

$$(\varphi^{-1}, \varphi) = 1 = c_n^{-1} (\varphi_n, \varphi_m)^{-1} (\varphi_m, \varphi) / \sqrt{N}. \quad (1.4)$$

Справедливо решение из условия $c_n \varphi_n = \varphi$

$$c_n / \sqrt{N} = (\varphi_n, \varphi_m)^{-1} (\varphi, \varphi_m), \varphi = c_n \varphi_n / \sqrt{N} \quad (1.5)$$

Справедливо $c_n^{-1} / \sqrt{N} = (\varphi_n^{-1}, \varphi_m^{-1})^{-1} (\varphi^{-1}, \varphi_m^{-1}), \varphi^{-1} = c_n^{-1} \varphi_n^{-1} / \sqrt{N}$

Справедливо полученное из (1.4), (1.5) $\sum_n c_n^{-1} c_n / N = (\varphi^{-1}, \varphi) = 1$.

Среднее считается по формуле

$$\langle f | A | f \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} (f^{-1}, f)^{-1} \int f^{-1}(y) A(y) f(y) d^3 y = \lim_{N \rightarrow \infty} A(f^{-1}, f) = A.$$

Скалярное произведение двух функций равно

$$\langle f | g \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \int f^{-1}(y) g(y) d^3 y = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \tilde{c}_n^{-1} d_n / N$$

$$f^{-1}(y) = \sum_n c_n^{-1} \psi_n^{-1}(y) / \sqrt{N}; g(y) = \sum_n d_n \psi_n(y) / \sqrt{N}.$$

Где справедливо $\langle f | f \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N c_n^{-1} c_n / N = 1$.

Средние параметры определяются по формуле

$$\langle f_n | A | f_n \rangle = \int f_n^{-1}(y) A(y) f_n(y) d^3 y.$$

Где нормировка осуществляется автоматически.

Дуальное представление обратной функции удовлетворяет условию $\psi^k = \psi_k^{-1} = \psi_k$. В самом деле запишем определение обратного оператора

$$\int K(x, y) \psi_k^{-1}(y) dy = \lambda \psi_k^{-1}(x) \quad (1)$$

Запишем определение обратного оператора $\psi_k^{-1}(y) = \langle \psi_k | \psi_n \rangle^{-1} \psi_n$. Подставим его в формулу (1), получим

$$\int K(x, y) \langle \psi_k | \psi_n \rangle^{-1} \psi_n(y) dy = \lambda \langle \psi_k | \psi_n \rangle^{-1} \psi_n(x)$$

Умножим обе части уравнения на матрицу $\langle \psi_s | \psi_k \rangle$, получим

$$\int K(x, y) \psi_s(y) dy = \lambda \psi_s(x)$$

Так как каждому собственному значению соответствует одна собственная функция, имеем равенство с точностью до множителя $\psi_k^{-1} = \psi_k$.