Теория ударных волн, основанная на решении уравнения Навье-Стокса

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Существует теория ударных волн, которая использует правило сложения скоростей Галилея. Но если рассматривать решение нелинейного уравнения Навье-Стокса, то такое преобразование невозможное. При этом используется правильная система координат, где скорость системы координат нулевая, как и на бесконечности. На бесконечности должно быть нулевое решение, иначе кинетическая энергия системы стремится к бесконечности. Но нулевое решение для ударной волны построено из сложения скоростей, что невозможная операция в нелинейных уравнениях. В данной статье используется три решения уравнения Навье-Стокса, до фронта, после фронта и скорость фронта, причем скорость фронта стремится к нулю.

Рассмотри точные решения уравнения Навье-Стокса для произвольного тела, основанные на линеаризованного решения уравнении Навье-Стокса. При этом ламинарное решение для уравнения Навье-Стокса имеет вид см. [1]

$$R_n(\mathbf{r}) = (R_{cr} - \sqrt{R_{cr}^2 - P/\alpha_n})\varphi_n(\mathbf{r}) = \frac{P}{2\alpha_n R_{cr}}\varphi_n(\mathbf{r}); n = 1,...,3; P = R_s^2 R_{cr} \ln p_1 / p_0$$

Где при нулевом квадратном корне происходит переход к комплексному решению. Критическое безразмерное давление равно $P_{cr} = \alpha R_{cr}^2$ и соответствует числу Рейнольдса, равному критическому.

Имеем стационарное уравнение Навье-Стокса и уравнение неразрывности в декартовых координатах

$$\begin{gathered} V_l \frac{\partial V_k}{\partial x^l} = -c_s^2 \frac{\partial \ln p}{\partial x_k} + \nu \Delta V_k + g\delta_{k3} \\ V_k \frac{\partial \ln p}{\partial x^k} + \frac{\partial V_k}{\partial x^k} = 0 \end{gathered}.$$

Надо сказать, что это уравнение и релятивистское для стационарного процесса не отличается, все производные по времени равны нулю, включая и производную от потенциала. Нулевую компоненту четырех-вектора скорости можно вычислить по определенным стационарным трем компонентам. Приведем его к безразмерному релятивистскому стационарному уравнению

$$R_l \frac{\partial R_k}{\partial y^l} = -R_s^2 \frac{\partial \ln p}{\partial y_k} - R_s^2 f_k \ln p_1 / p_0 + \Delta R_k + \frac{g\delta^3}{\nu^2}\delta_{k3}$$

$$\sum_{k=1}^{3} R_k \frac{\partial \ln p}{\partial y^k} + \frac{\partial R_k}{\partial y^k} = 0; R_k = \frac{V_k d}{\nu}, R_s = \frac{c_s \delta}{\nu}; y_k = x_k / \delta$$

Где коэффициент f_k учитывает заданную скорость тела в определенном направлении и связан с рулями ракеты. Градиент давления величина отрицательная, как и оператор Лапласа. Найдем решение линеаризованной системы уравнений

$$R_k(y_1, y_2, y_3) = \int_V [R_s^2 \frac{\partial \ln p(z_1, z_2, z_3)}{\partial z_k} + R_s^2 f_k \ln p_1 / p_0 - \frac{g\delta^3}{\nu^2}\delta_{k3}] \frac{d^3 z}{|\sum_{l=1}^{3} (y_l - z_l)^2|^{1/2}}.$$

Подставляем в уравнение неразрывности и определяем давление $\frac{\partial \ln p(y_1, y_2, y_3)}{\partial y_k} = \sum_{n=1}^{N} \alpha_{kn}\varphi_{kn}(y_1, y_2, y_3)$. Умножаем на величину $\varphi_{pq}(y_1, y_2, y_3)$ и интегрируем по пространству. Из нелинейного уравнения определяем величину коэффициентов $\alpha_{kn} \sim f_k$, она пропорциональна коэффициенту f_k. Решение линеаризованной системы уравнений получено.

Далее для k уравнения Навье-Стокса ищем решение в виде $R_l(y_1, y_2, y_3) = \alpha_k \varphi_l(y_1, y_2, y_3)$. Подставляем данную формулу в уравнение Навье-Стокса и интегрируем по пространству, получая усредненное решение

$$\alpha_k^2 \varphi_l (\frac{\partial \varphi_k}{\partial y^l} - \frac{\partial \varphi_k}{\partial y_0^l}\frac{1}{R_{cr}}) - \alpha_k \Delta\varphi_k + R_s^2 \frac{\partial \ln p / p_0}{\partial y_k} + R_s^2 f_k \ln\frac{p_1}{p_0} - \frac{g\delta^3}{\nu^2}\delta_{k3} = 0$$

В качестве начального значения решения для давления будем использовать линеаризованное значение давления. Коэффициенты p_1, p_0 надо задавать.

Критическое значение числа Рейнольдса получается при дифференцировании по поверхности движущегося тела, например, в случае сферического тела берется производная по радиусу, а далее усредняем степень шероховатости радиуса. В результате получится уравнение

$$\alpha_k^2 \sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr}) - \alpha_k R_{cr} C_k + P_k = 0; P_k = R_s^2 R_{cr} \frac{\partial \ln p / p_0}{\partial y_k} + R_s^2 f_k \ln \frac{p_1}{p_0} - \frac{g\delta^3}{v^2} \delta_{k3}.$$

Это квадратное уравнение имеет решение

$$\alpha_k = \frac{R_{cr} C_k - \sqrt{(R_{cr} C_k)^2 - 4 P_k \sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr})}}{2 \sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr})}.$$

Имеется также решение с отрицательным критическим числом Рейнольдса

$$\alpha_k = \frac{- R_{cr} C_k + \sqrt{(R_{cr} C_k)^2 + 4 P_k \sum_{l=1}^{3} (B_l + A_l R_{cr})}}{2 \sum_{l=1}^{3} (B_l + A_l R_{cr})}; B_k >> A_k R_{cr}. \qquad (1)$$

По мере роста внешнего давления квадратный корень становится мнимым, при условии, что коэффициент пропорционален критическому числу Рейнольдса, и возникает комплексное решение см. вычисление действительной скорости в [2]

$$\frac{dy_k}{d\tau} = \operatorname{Re} \alpha_k \varphi_k + \sqrt{2} \operatorname{Im} \alpha_k \varphi_k \sin \alpha_k \varphi_k \tau$$

$$R_k = \operatorname{Re} \alpha_k \varphi_k (\tau, y_1^0, y_2^0, y_3^0) + \sqrt{2} \operatorname{Im} \alpha_k \varphi_k (\tau, y_1^0, y_2^0, y_3^0) \times$$

$$\times \sin[\int_0^\tau \alpha_k \varphi_k (\tau, y_1^0, y_2^0, y_3^0) d\tau + \varphi(y_1^0, y_2^0, y_3^0)]$$

Комплексное решение имеет вид

$$\alpha_k / \sqrt{P_k} = \frac{R_{cr} C_k / \sqrt{P_k} - i \sqrt{4 \sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr}) - (R_{cr} C_k)^2 / P_k \beta}}{2 \sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr})}.$$

Где коэффициент β учитывает степень шероховатости тела и формула для его вычисления см. [1]. При этом мнимая часть колеблется, и значит из нее надо извлечь квадратный корень, получим уравнение

$$\alpha_k / \sqrt{P_k} = \frac{R_{cr} C_k / \sqrt{P_k}}{2\sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr})} - \frac{i\sqrt[4]{4\sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr}) - (R_{cr} C_k)^2 / P_k \beta}}{\sqrt{2\sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr})}}.$$

Имеем модуль решения

$$\alpha_k = \sqrt{\Re_{crk}^2 \pm \sqrt{P_k^2 / \gamma_k - \Re_{crk}^2 P_k}\,\beta};\Re_{crk} = \frac{R_{cr} C_k}{2\sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr})};\frac{1}{\gamma_k} = \frac{1}{2\sum_{l=1}^{3} (B_l - A_l R_{cr})} \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) возникает три решения уравнения Навье-Стокса, описывающие ударную волну.

Получив приближенные решения уравнения Навье-Стокса уточним их, учитывая значения трех решений в одном уравнении

$$\alpha_1^2 \sum_{l=1}^{3} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \varphi_l \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial y^l} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial y_0^l} \frac{1}{R_{cr}}\right) - \alpha_1 \Delta \varphi_1 + P_1 = 0$$

$$P_1 = R_s^2 \frac{\partial \ln p / p_0}{\partial y_1} + R_s^2 \ln p_1 / p_0 - \frac{g\delta^3}{\nu^2} \delta_{k3}$$

Далее усредняем уравнение

$$\alpha_1^2 \sum_{l=1}^{3} \frac{\alpha_l}{\alpha_1} (B_{1l} - A_{1l} R_{cr}) - \alpha_1 R_{cr} C_1 + < P_1 >= 0;$$

$$P_1 = R_s^2 R_{cr} \frac{\partial \ln p / p_0}{\partial y_1} + R_s^2 R_{cr} \ln p_1 / p_0 - \frac{g\delta^3}{\nu^2} \delta_{k3}$$

Получим рекуррентную схему решения уравнения

$$\alpha_{k(m+1)}^2 \sum_{l=1}^{3} \frac{\alpha_{lm}}{\alpha_{km}} (B_{kl} - A_{kl} R_{cr}) - \alpha_{k(m+1)} R_{cr} C_k + P_k = 0;$$

$$P_k = R_s^2 R_{cr} \frac{\partial \ln p / p_0}{\partial y_k} + R_s^2 R_{cr} \ln p_1 / p_0 - \frac{g\delta^3}{\nu^2} \delta_{k3}$$

Получается итерационная схема решения.

Но как определить изменение давления? Для этого решение для чисел Рейнольдса надо подставить в уравнение неразрывности и из линейного уравнения определить изменение давления.

$$\sum_{k=1}^{3} R_k \frac{\partial \ln p}{\partial y^k} + \frac{\partial R_k}{\partial y^k} = 0 .$$

Получаем систему линейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с одним неизвестным. Эти уравнения сводятся к системе нелинейных, обыкновенных, дифференциальных уравнений, откуда получаем значение давления с точностью до множителя

$$\frac{dy_k}{d\tau} = R_k ; \frac{d \ln p}{d\tau} = -\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial R_k}{\partial y^k}$$

Для нахождения температуры надо решить энергетическое стационарное, релятивистское со скоростью звука, инвариантное уравнение

$$R_k \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y^k} = \frac{\chi}{\nu} \Delta \mathrm{T} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial R_l}{\partial y^k} + \frac{\partial R_k}{\partial y^l} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial R_m}{\partial y^m} \right)^2 + \frac{\varsigma}{\nu} \left(\frac{\partial R_m}{\partial y^m} \right)^2 ; \mathrm{T} = \frac{c_p T}{\rho \nu^2 d}$$

Давление в двух частях ударной волны определяется с точностью до члена $f_k \ln p_1 / p_0$. Этот член нужно задавать. Зная температуру и давление из уравнения Менделеева – Клапейрона определим плотность среды. Скорость фронта определится из определенных параметров. Причем имеем соотношение $\alpha_- < \alpha_+$, т.е. ламинарное решение (1) меньше второго турбулентного решения (2), которое справедливо при нулевом давлении и при критическом давлении $P_{crk} = \gamma_k \Re_{crk}^2$ и значит при произвольном давлении. Первое уравнение соответствует нулевой скорости фронта при условии $P_{k0} = \Re_{crk}^2 (\gamma_k / 2 + \sqrt{\gamma_k^2 / 4 + \gamma_k / \beta})$. Почти начиная с критического давления скорость фронта равна нулю и совпадает со скоростью среды на бесконечности. Но в интервале $[P_{crk}, P_{k0}]$ скорость фронта не равна нулю, значит имеется скорость на бесконечности и бесконечная энергия системы. Поэтому это значение интервала не реализуется.

В физике принято рассматривать действительные величины с одним знаком корня. Но я пропагандирую комплексное решение, которое учитывает произвольный знак корня. Это может привести к не правильному с точки зрения классического решения результату. Причем получается, что возведение в квадрат может привести к постороннему корню. Но если возводится в квадрат корень, который имеет два знака, то лишнего решения не возникнет.

Релятивистский знаменатель со скоростью звука имеется только у среды, у тела его нет. Формула для присоединенной массы - это комплексное понятие, и она определяется по следующей формуле. Комплексный k-мерный объем считается по формуле

$$V_k = \int_0^{2\pi}\int_0^{Z} z^{k-1}dzd\varphi = \begin{cases} 2\pi Z, k=1 \\ \pi Z^2, k=2 \\ 2\pi Z^3/3, k=3 \end{cases}.$$

Где величина Z комплексная, и определяет половину действительного объема в трехмерном случае. Присоединенная масса трехмерного объема равна половине массы жидкости в объеме тела, что соответствует массе в случае сферического тела с комплексным радиусом. В цилиндрическом случае масса соответствует комплексной массе в объеме тела. Комплексный радиус вытянутого тела считается с помощью преобразования координат см. [3].

$$\Re^2(R_0,\theta,\varphi) = \eta^2(\theta,\varphi)\frac{a_{\min}}{a_{\max}}[1 - i\sqrt{a_{\max}^2/\eta^2(\theta,\varphi)-1}][1 + i\sqrt{\eta^2(\theta,\varphi)/a_{\min}^2 - 1}] =$$
$$== \exp[i(\arctan\sqrt{\eta^2(\theta,\varphi)/a_{\min}^2 - 1} - \arctan\sqrt{a_{\max}^2/\eta^2(\theta,\varphi)-1})]\eta^2(\theta,\varphi)$$
$$\Re(R_0,\theta,\varphi) = \pm R_0 \exp(i\arctan(\sqrt{R_0^2/a_{\min}^2 - 1})/2 - i\arctan(\sqrt{a_{\max}^2/R_0^2 - 1})/2] = \pm\sqrt{a_{\min}a_{\max}};$$
$$R_0 = \sqrt{a_{\min}a_{\max}}; \eta(\theta,\varphi) = R_0\exp(i\pi k), k = 0,1$$

Получается, что комплексный объем присоединенной массы у вытянутого тела равняется величине $V = \pm 2\pi(a_{\max} a_{\min})^{3/2} / 3$

В турбулентном комплексном режиме наблюдается три зависимости числа Рейнольдса от внешнего давления. Критическое число Рейнольдса соответствует скорости звука и равно $R_{cr} = \frac{c_s \delta}{\nu} = 2300$, где используется толщина фронта ударной волны. Тогда три уравнения имеют вид см. [1] и описание решения уравнения Навье-Стокса в начале параграфа. При этом надо учитывать импульс тела, по отношению к импульсу присоединенной массы

$$\begin{gathered}
\frac{\beta_F(\mathbf{r})}{\sqrt{1-\beta_F^2(\mathbf{r})\gamma}} = \sqrt{1-\sqrt{P_{nF}^2 / (\alpha_n \Re_{cr}^4) - P_{nF} / \Re_{cr}^2 \beta^2}\,\varphi_n(\mathbf{r})} \\
\pm \frac{\beta_{n+}(\mathbf{r})}{\sqrt{1-\beta_{n+}^2(\mathbf{r})\gamma}} + \frac{M}{m}\beta_{n+}(\mathbf{r}_0) = \sqrt{1+\sqrt{P_{n+}^2 / (\alpha_n \Re_{cr}^4) - P_{n+} / \Re_{cr}^2 \beta^2}\,\varphi_n(\mathbf{r})} \\
\pm \frac{\beta_{n-}(\mathbf{r})}{\sqrt{1-\beta_{n-}^2(\mathbf{r})\gamma}} + \frac{M}{m_0}\beta_{n-}(\mathbf{r}_0) = \sqrt{-1+\sqrt{1+P_{n-} / (\alpha_n \Re_{cr}^2)}\,\varphi_n(\mathbf{r})}; \\
\beta_n = \frac{V_n}{c_{s\pm}}; P_\pm = \frac{c_s^2 \ln(p_\pm / p_0)\delta^2 \Re_{cr}}{\nu_\pm^2 (T_\pm)}
\end{gathered} \quad . \tag{3}$$

Где величина γ отношение поперечного размера к продольному. Где величина m это присоединенная масса тела а величина M масса тела. Релятивистский знаменатель со скорость звука вместо скорости света имеется у тела с присоединенной массой. Скорости среды определятся из уравнений

$$\begin{gathered}
\beta_{n+}(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{1+\sqrt{P_{n+}^2 / (\alpha_n R_{cr}^4) - P_{n+} / R_{cr}^2 \beta^2}\,\varphi_n(\mathbf{r})} - \frac{M}{m}\beta_{n+}(\mathbf{r}_0)}{\sqrt{1+[\sqrt{1+\sqrt{P_{n+}^2 / (\alpha_n R_{cr}^4) - P_{n+} / R_{cr}^2 \beta^2}\,\varphi_n(\mathbf{r})} - \frac{M}{m}\beta_{n+}(\mathbf{r}_0)]^2 \gamma}} \\
\beta_{n-}(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{-1+\sqrt{1+P_{n-} / (\alpha_n R_{cr}^2)}\,\varphi_n(\mathbf{r})} - \frac{M}{m}\beta_{n-}(\mathbf{r}_0)}{\sqrt{1+[\sqrt{-1+\sqrt{1+P_{n-} / (\alpha_n R_{cr}^2)}\,\varphi_n(\mathbf{r})} - \frac{M}{m}\beta_{n-}(\mathbf{r}_0)]^2 \gamma}}
\end{gathered} \quad . \tag{3a}$$

Или в новых обозначениях относительно скорости тела и присоединенной массы

$$\beta_{n+}(\mathbf{r}_0) = \frac{F(\mathbf{r}_0) - \frac{M}{m}\beta_{n+}(\mathbf{r}_0)}{\sqrt{1 + [F(\mathbf{r}_0) - \frac{M}{m}\beta_{n+}(\mathbf{r}_0)]^2 \gamma}} \tag{4}$$

Формула (4) аналогичная формуле второго закона Ньютона. Докажем это. А уравнение движения твердого тела в жидкости и газе под действием силы не электромагнитного происхождения запишется в виде

$$\pm \frac{d}{dt}\frac{mV_i}{\sqrt{1 - V^2 / c_s^2}} + \frac{dMV_i}{dt} = F_i .$$

Но если рассмотреть трехмерное пространство и узкое тело, то скорость и сила будет дельта функцией от поперечной координаты.

$$\frac{V^2 \delta(r)}{c^2} = \frac{[\int \frac{Fdt}{mc} - \frac{M}{m}\frac{V - V_0}{c}]^2 \delta(r)}{1 + [\int \frac{Fdt}{mc} - \frac{M}{m}\frac{V - V_0}{c}]^2 \delta(r) r} = [\int \frac{Fdt}{mc} - \frac{M}{m}\frac{V - V_0}{c}]^2 \delta(r)$$

В самом деле, имеем, используя аппроксимацию обобщенной функции

$$\frac{1}{1 + [\int \frac{Fdt}{mc} - \frac{M}{m}\frac{V - V_0}{c}]^2 \delta(r) r} = \frac{1}{1 + [\int \frac{Fdt}{mc} - \frac{M}{m}\frac{V - V_0}{c}]^2 \frac{\exp(-r^2 / 2\sigma^2)}{\sigma\sqrt{2\pi}} r} .$$

$$\delta(r) r = 0$$

Т.е. дробь оказывается равной единице.

Если записать уравнение движения продолговатого тела, то получим

$$\frac{V^2}{c^2} = \frac{[\int \frac{Fdt}{mc} - \frac{M}{m}\frac{V - V_0}{c}]^2}{1 + [\int \frac{Fdt}{mc} - \frac{M}{m}\frac{V - V_0}{c}]^2 \gamma} .$$

Экстраполируя давление среды на давление присоединенной массы, получим уравнение

$$\beta^4 \frac{M^2}{m^2}\gamma - 2F\frac{M}{m}\beta^3\gamma + \beta^2(1 + \gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2}) + 2F\frac{M}{m}\beta - F^2 = 0, F = F(\mathbf{r}_0); \beta = \frac{V}{c} \tag{5}$$

При действии силы, стремящейся к бесконечности, имеем уравнение

$$\beta^4 \frac{M^2}{m^2}\gamma + \beta^2 (1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2}) - F^2 = 0\,. \qquad (6)$$

На самом деле надо исследовать решение уравнения (5), и могут возникнуть его особенности, но я ограничусь решением (6). Решение (5) более точно определит изменение скорости. Имеется также и при силе, стремящейся к бесконечности образовался корень

$$2\frac{M}{m}\beta(\beta^2\gamma - 1) - F(\beta^2\gamma - 1) = 0; \beta = 1/\sqrt{\gamma}$$

При этом преодоление барьера возможно за счет комплексной скорости звука.

$$\frac{V}{c} = \frac{\frac{M}{m}\beta - F}{\sqrt{1+(\frac{M}{m}\beta - F)^2\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{\gamma + 1/(\frac{M}{m}\beta - F)^2}}; \gamma = \frac{d}{a}; \frac{M}{m}\beta - F = \frac{MV}{mc} - F = \frac{M}{m\sqrt{\gamma}} - F >> 1$$

Где величина $\gamma = \frac{d}{a}$ отношение поперечного размера к продольному размеру тела. Для обеспечения большого значения числа Маха, необходимо перейти в разреженное пространство, где величина $\frac{M}{m\sqrt{\gamma}}$ велика.

Уравнение (6) имеет действительное положительное решение, равное

$$\beta^2 = \lim_{F\to\infty} \frac{-(1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2}) + \sqrt{(1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2})^2 + 4F^2\gamma\frac{M^2}{m^2}}}{2M^2\gamma/m^2} =$$

$$= \lim_{F\to\infty} \frac{-(1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2}) + (1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2})\sqrt{1+\frac{4F^2\gamma\frac{M^2}{m^2}}{(1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2})^2}}}{2M^2\gamma/m^2} = \lim_{F\to\infty}\frac{F^2\gamma}{\gamma(1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2})} = \frac{1}{\gamma}$$

Второй корень может также реализоваться при малом значении давления

$$\beta^2 = \lim_{F\to 0}\frac{-(1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2}) + \sqrt{(1+\gamma F^2 - \frac{M^2}{m^2})^2 + 4F^2\gamma\frac{M^2}{m^2}}}{2M^2\gamma/m^2} = \frac{\frac{M^2}{m^2}-1}{M^2\gamma/m^2};$$

$$\beta = \frac{\sqrt{1-m^2/M^2}}{\sqrt{\gamma}};\sqrt{\gamma}F < \sqrt{(\frac{M}{m})^2-1}$$

При малом давлении образуется корень из отношений продольного размера к поперечному $\frac{V}{c} = \pm\frac{1}{\sqrt{\gamma}}$. Это говорит о том, что при разных соотношениях параметров реализуется разная скорость движения.

Для определения максимальной скорости тела в жидкости или газе, надо определить скорость возмущения в среде, когда звуковые волны не будут затухать. Т.е. определить скорость звука в не вязкой жидкой среде.

При нулевом перепаде давления имеем уравнение

$$\beta^4\frac{M^2}{m^2}\gamma - \beta^2(\frac{M^2}{m^2}-1) = 0$$

Оно имеет тривиальное решение $\beta^2 = 0$ и под действием толчка в виде дельта функции образуется корень $\beta = \sqrt{\frac{1-m^2/M^2}{\gamma}}$. Образование скачка скорости, это свойство турбулентных решений. При теле, имеющем плотность больше чем плотность среды тело тонет в жидкости, т.е. под действием толчка в виде дельта функции начинает движение с постоянной скоростью по инерции.

Из формулы (6) следует уравнение относительно безразмерного давления, причем число Маха имеет мнимую часть, связанную с комплексной скоростью звука

$$F^2 - 2F\frac{M}{m}\beta + \beta^4\frac{M^2}{m^2}\frac{\gamma}{\beta^2\gamma-1} - \beta^2\frac{M^2}{m^2}\frac{1}{\beta^2\gamma-1} + \frac{\beta^2}{\beta^2\gamma-1} = 0$$

При нулевом давлении получается нулевая скорость. Это уравнение имеет решение

$$F=\frac{M}{m}\beta\pm\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2\gamma}}.$$

Причем если под действием действительной силы тело должно приобрести малую скорость, и должна образоваться на малый момент времени мнимая сила с нулевым значением действительной силы и нулевым значением интеграла от действительной силы

$$\operatorname{Re}F+i0=\frac{1}{-i\pi\delta[\operatorname{Re}F(t)]+F'(t_0)Vp(\frac{1}{t-t_0})}=\frac{\operatorname{Re}F'(t_0)}{-i\pi\delta(t-t_0)}=[\frac{M}{m}\beta-\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2\gamma}}],$$

то образуется уравнение

$$[\frac{M}{m}\beta-\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2\gamma}}]\delta(t-t_0)=0,\operatorname{Re}F(t_0)=0;\operatorname{Re}F'(t_0)=0,\beta(t_0)\neq 0.$$

Использовалась формула $\frac{1}{t-t_0+i0}=-i\pi\delta(t-t_0)+Vp(\frac{1}{t-t_0})$. При нулевой силе, и действии толчка в виде дельта функции, состоящего в образовании мнимой части силы на малое время, образуется решение, которое будет удовлетворять условию

$$\frac{M\delta(t-t_0)}{m}=\frac{\delta(t-t_0)}{\sqrt{1-\beta^2(t)\gamma}};\beta(t_0)=\sqrt{\frac{1-m^2/M^2}{\gamma}}$$

Таким образом, не тратя много горючего можно образовать движение со сверхзвуковой скоростью. Где необходимо использовать аппроксимацию дельта функции. При действительной силе имеем условие $\beta<1/\sqrt{\gamma}$. Если неравенство превращается в равенство давление стремится к бесконечности. При этом скорость является комплексной, и преодолевает особенность, бесконечность не образуется. Если $|\beta|>\frac{1}{\sqrt{\gamma}}$, тогда давление становится комплексным и действительное представление комплексного решения описывает синусоидальные колебания с амплитудой, равной безразмерной мнимой части силы.

$$F(t)=\frac{M}{m}\beta(t)+i\frac{\beta(t)}{\sqrt{\gamma\beta^2(t)-1}}\to\frac{M}{m}\beta(t)+\frac{1}{\sqrt{\gamma-1/\beta^2(t)}}\sin\int_0^t\frac{d\tau\nu/d^2}{\sqrt{\gamma-1/\beta^2(\tau)}}$$

По поводу физического смысла мнимой части комплексного решения см. [2].

В случае наличия сопротивления среды, давление образует разность между силой тяги и силой сопротивления среды и возможно движение по инерции, когда сила тяги, равна силе сопротивлению среды.

Комплексная сила образуется в реактивном двигателе, так как процесс течения турбулентный, значит комплексный и сила является комплексной.

При действительных параметрах давления максимальный Max у среды равен $\beta_{\max}=1/\sqrt{\gamma}$. При реактивной тяге создается комплексное давление, так как поток в двигателе турбулентный, комплексный и может создаться скорость, равная бесконечности.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Исследование решения уравнения Навье – Стокса II «Энциклопедический фонд России»,2018, 78 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1568217785.pdf
2. Якубовский Е.Г. Кинематика описания турбулентного потока с помощью комплексной скорости «Энциклопедический фонд России», 2019, 6 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1557835519.pdf
3. Якубовский Е.Г. Преобразование произвольного тела в сферу комплексного радиуса. «Энциклопедический фонд России», 2017, 18 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1492726821.pdf