Определение орбит планет с учетом размера и скорости вращения планет

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Проблема описания движения N тел, взаимодействующих с помощью гравитационного поля, не решена. Задача решается с помощью численных методов, которые при длительном счете приводят к ошибкам решения. Предлагается формула на основе парного взаимодействия, описывающая траектории всех взаимодействующих тел при не релятивистских скоростях движения. Значение констант начальной координаты и скорости определится из системы нелинейных уравнений. Причем эти значения окажутся комплексными, где мнимая часть координаты описывает радиус планет, а мнимая часть скорости планет ее вращение вокруг собственной оси. Причем зная абсолютную скорость планет из нелинейной системы уравнений можно определить абсолютную скорость центра инерции планет и зная время существования Вселенной определить абсолютный радиус Солнечной системы.

Дифференциальные уравнения движения N тел интегрируются приближенно либо с помощью рядов (аналитические методы), или численным интегрированием (численные методы) см. [1],[2],[3]. Но оба эти метода являются приближенными и при больших временах дают большую ошибку. В книге [4], реализуется расчет задачи трех тел, одно из которых имеет небольшую массу. Исследуется задача устойчивости этой системы тел. Но это частный случай решении задачи движения N тел. В книге [5], описаны применения известных методов для расчета траекторий трех небесных тел, одно из которых имеет малую массу.

Решение задачи N тел является актуальной проблемой небесной механики и для точного расчета движения космических искусственных тел является не заменимой. Предлагаемая теория позволяет точно рассчитывать траекторию космического аппарата, что на сегодняшний день является актуальнейшей проблемой космонавтики.

Рассмотрим вспомогательную задачу взаимодействия пар тел с особой приведенной массой. Тогда относительное взаимодействие и движение каждой пары можно определить. При этом необходимо приведенную массу считать особым образом по формуле $\dfrac{m_n m_k}{\sum\limits_{l=1}^{N} m_l}$. Но как восстановить траекторию каждого тела? При этом координаты являются комплексные, где действительная часть соответствует среднему значению траектории, а мнимая часть среднеквадратичному отклонению.

Для этого запишем силу, действующую на одно тело

$$\frac{d^2\mathbf{r}^k}{dt^2} = -G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n(\mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n)}{|\mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n|^3}. \qquad (1.1)$$

Решим вспомогательную задачу о парном взаимодействии тел с приведенной инертной массой $m_n m_k / \sum\limits_{l=1}^{N} m_l$, в гравитационном поле с потенциалом $U = -G\dfrac{m_n m_k}{|\mathbf{R}^{kn}|}$ с относительным расстоянием $\mathbf{R}^{kn}$ между центром гравитационного поля и телом

$$\frac{m_k m_n}{\sum\limits_{l=1}^{N} m_l}\frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{dt^2} = -G\frac{m_k m_n \mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3}. \qquad (1.2)$$

Сократим эту формулу на m_k и просуммируем эту формулу по индексу n, исключая из суммы член с нулевым знаменателем и добавив член $\mathbf{R}^{kk} = 0$, получим формулу

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s}\frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{dt^2} = \frac{d^2\mathbf{R}_0^k}{dt^2} = -G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n\mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3} \qquad (1.3)$$

Где величина $\mathbf{R}_0^k$ определяется из равенства $\mathbf{R}_0^k = \dfrac{\sum_{n=1}^{N} m_n \mathbf{R}^{kn}}{\sum_{n=1}^{N} m_n}$.

Вычтем из уравнения (1.1) уравнение (1.3), получим

$$\sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} \frac{d^2 \mathbf{R}^{kn}}{dt^2} - \frac{d^2 \mathbf{r}^k}{dt^2} = G \sum_{n=1, n\neq k}^{N} \frac{m_n (\mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n)}{|\mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n|^3} - G \sum_{n=1, n\neq k}^{N} \frac{m_n \mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3} = 0. \qquad (1.4)$$

При этом уравнение движения определится из равенства, которое следует из равенства (1.4), правая часть которого равна нулю, в соответствии со свойствам $\mathbf{R}^{kn} = \mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n$

$$\sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} \frac{d^2 \mathbf{R}^{kn}}{dt^2} = \frac{d^2 \mathbf{r}^k}{dt^2}.$$

Проинтегрировав это равенство, получим уравнение движения каждого из N тел

$$\mathbf{r}_0^k(t) = \frac{d\mathbf{r}^k(0)}{ds} t + \mathbf{r}^k(0) + \sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} [\mathbf{R}^{kn}(t) - \frac{d\mathbf{R}^{kn}(0)}{dt} t - \mathbf{R}^{kn}(0)] =$$
$$= \frac{d\mathbf{r}^k(0)}{dt} t + \mathbf{r}^k(0) + \Re_0^k(t) - \frac{d\Re_0^k(0)}{dt} t - \Re_0^k(0) = \Re_0^k(t) + \frac{d\Re_0(0)}{dt} t + \Re_0(0) = \mathbf{R}_0^k(t) \qquad .(1.5)$$

Т.е. движение каждого тела определяется движением центра инерции парной системы тел. Начальные условия определяются из условия $\dfrac{d\mathbf{r}^k(0)}{dt} t + \mathbf{r}^k(0) = \dfrac{d\Re_0^k(0)}{dt} t + \Re_0^k(0)$. При условии $\sum_{n=1}^{N} \dfrac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} [\dfrac{d\mathbf{r}^n(0)}{dt} t + \mathbf{r}^n(0)] = 0$ начальные условия $\dfrac{d\mathbf{r}^k(0)}{dt} t + \mathbf{r}^k(0) = \dfrac{d\Re_0^k(0)}{dt} t + \Re_0^k(0)$ удовлетворяются тождественно. Но в результате решения определились координаты и скорость центра инерции $\dfrac{d\Re_0(0)}{dt} = \sum_{n=1}^{N} \dfrac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} \dfrac{d\mathbf{r}^n(0)}{dt}, \Re_0(0) = \sum_{n=1}^{N} \dfrac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} \mathbf{r}^n(0)$. Не являются ли эти значения начальными абсолютными значениями координаты и скорости абсолютной системы координат. Причем правая часть равенства зависит от разности координат и скорости разных тел, а левая часть равняется абсолютному значению координаты и скорости. Эта разность скоростей и координат не зависит от координаты и скорости центра инерции. Скорость абсолютной системы координат на бесконечности равна нулю, значит должно выполняться $\frac{d\Re_0(0)}{dt} = 0$. Это свойство абсолютной системы координат. Так в атмосфере Земли скорость на бесконечности равна нулю. Но скорость центра инерции имеет вполне определенное не нулевое значение. Значит надо учитывать скорость других тел Вселенной, относительно которых скорость центра инерции тел Вселенной равна нулю. В результате вычислений получились абсолютная скорость и начальная координата центра инерции нашей Солнечной системы, относительно которых и определяются координаты и скорость тел Солнечной системы. Для определения радиуса нашей Солнечной системы во Вселенной надо скорость центра тяжести нашей Солнечной системы умножить на время ее существования и добавить координату центра тяжести Солнечной системы. Отмечу, что согласно последним данным наша Вселенная является плоской и понятие бесконечности радиуса существует, он не замыкается. Но даже в не плоской Вселенной за бесконечность надо принять половину максимальной длины дуги замкнутой траектории. Надо сказать, что в линейных задачах не определяется абсолютные значения координат и скорости, а в нелинейных задачах они определяются. В данной задаче координаты и скорости определяются из нелинейного уравнения и поэтому возможны их абсолютные значения. Определение начальных значений координат и скорости см. ниже по тексту.

Начальные условия запишутся в виде $\mathbf{R}^{kn}(0) = \mathbf{r}^k(0) - \mathbf{r}^n(0); \frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}(0) = \frac{d\mathbf{r}^k}{ds}(0) - \frac{d\mathbf{r}^n}{ds}(0)$. Зная начальные условия можно определить плоскость траектории, в которой происходит движение. При этом энергия и момент импульса парных траекторий определятся по формуле

$$E_{kn} = \frac{m_k m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{dt}(0)]^2 / 2 - G\frac{m_k m_n}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|} + \frac{M_{kn}^2 \sum_{q=1}^{N} m_q}{2m_k m_n |\mathbf{R}^{kn}(0)|^2} =$$

$$= \frac{m_k m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{dt}(0)]^2 / 2 - G\frac{m_k m_n}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|} + \frac{m_k m_n [\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}(0), \mathbf{R}^{kn}(0)]^2}{2\sum_{q=1}^{N} m_q |\mathbf{R}^{kn}(0)|^2}; \mathbf{M}_{kn} = \frac{m_k m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{dt}(0), \mathbf{R}^{kn}(0)]$$

Согласно формулам парного взаимодействия радиус меняется по закону см. [6]

$$r = a(e\cosh\xi - 1); t = \sqrt{\frac{a^3}{G\sum_{q=1}^{N} m_q}}(e\sinh\xi - \xi)$$

.

$$r \cong \sqrt{\frac{G\sum_{q=1}^{N} m_q}{a}}t = c\sqrt{\frac{r_g}{a}}t$$

Т.е. тела с гиперболической и параболической траекторией удаляются из солнечной системы с конечной скоростью. Т.е. тела с гиперболической и параболической траекторией удаляются из солнечной системы с второй космической скоростью.

Получим увеличение радиуса по закону

$$r^k = \sqrt{\frac{2\sum_{q=1}^{N} m_q E^{kn}}{m_k m_n}}t = \sqrt{V^{kn2}(0) + \frac{[\mathbf{V}^{kn}(0), \mathbf{R}^{kn}(0)]^2}{R^{kn2}(0)} - \frac{2G\sum_{q=1}^{N} m_q}{R^{kn}(0)}}t$$

Величина параметра см. [6]

$$a = \frac{p}{e^2 - 1}, p = \frac{M^2 \sum_{q=1}^{N} m_q}{Gm_1^2 m_2^2}, e = \sqrt{1 + \frac{2EM^2 \sum_{q=1}^{N} m_q}{G^2 m_1^3 m_2^3}} > 1, a = \frac{GmM}{2E}, \frac{r_g}{2a} = \frac{2\sum_{q=1}^{N} m_q E}{m_1 m_2 c^2}$$

Энергия пары тел считается по формуле

$$E_{kn}=\frac{m_k m_n V_{kn}^2(0)}{2\sum_{q=1}^{N} m_q}+\frac{m_k m_n[\mathbf{V}^{kn}(0),\mathbf{R}^{kn}(0)]^2}{2\sum_{q=1}^{N} m_q R^{kn2}(0)}-\frac{Gm_k m_n}{R^{kn}(0)}.$$

При этом траектория тела равна $\mathbf{r}_0^k(\varphi)=\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}\frac{\mathbf{R}^{kn}(\varphi)}{|\mathbf{R}^{kn}(\varphi)|}\frac{p_{kn}}{1+e_{kn}\cos(\varphi_{kn}-\varphi_{kn0})};\varphi_{kn}-\varphi_{kn0}=\int_0^{\varphi}\frac{M_{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}(u)|^2}du$.

Имеем см. [6]

$$p_{kn}=\frac{M_{kn}^2\sum_{q=1}^{N} m_q}{Gm_k^2 m_n^2},e_{kn}=\sqrt{1+\frac{E_{kn}M_{kn}^2\sum_{q=1}^{N}m_q}{G^2 m_k^3 m_n^3}}.$$

Единичные ортогональные орты $\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|},\frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}$, направленные на локальные координаты x,y, ответственные за большую и малую оси эллиптической траектории. Имеем окончательную формулу для траектории тел (формулу для проекций см. [6])

$$\mathbf{r}_0^k(t)=\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}(\cos\eta_{kn}-e_{kn})+\frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{1-e_{kn}^2}\sin\eta_{kn}]\frac{Gm_k m_n}{2|E_{kn}|}+$$

$$+\sum_{n=1}^{P}\frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}(e_{kn}-\cosh\xi_{kn})+\frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{e_{ku}^2-1}\sinh\xi_{kn}]\frac{Gm_k m_n}{2E_{kn}}=$$

$$=\mathbf{r}_0^k(t)=\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}(\cos\eta_{kn}-e_{kn})+\frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{1-e_{kn}^2}\sin\eta_{kn}]\frac{Gm_k m_n}{2|E_{kn}|}+$$

$$+\sum_{n=1}^{P}\frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}\frac{e_{kn}-\cosh\xi_{kn}}{e_{kn}\sinh\xi_{kn}-\xi_{kn}}+\frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{e_{ku}^2-1}\frac{\sinh\xi_{kn}}{e_{kn}\sinh\xi_{kn}-\xi_{kn}}]\times$$

$$\times\sqrt{V^{kn2}(0)+\frac{[\mathbf{V}^{kn}(0),\mathbf{R}^{kn}(0)]^2}{R^{kn2}(0)}-\frac{2G\sum_{q=1}^{N} m_q}{R^{kn}(0)}}t$$

$$t=\sqrt{\frac{a_{kn}^3}{G\sum_{q=1}^{N} m_q}}(e_{kn}\sinh\xi_{kn}-\xi_{kn});t=\sqrt{\frac{a_{kn}^3}{G\sum_{q=1}^{N}m_q}}(\eta_{kn}-e_{kn}\sin\eta_{nm})$$

Причем к параметрам планет η^{kn}, ξ^{kn} надо добавить η_0^{kn}, ξ_0^{kn}, определяемые из равенства (чтобы задача всегда имела решение приводим векторы к единичному модулю)

$$\frac{(\mathbf{V}^{kn}(0), \mathbf{R}^{kn}(0))}{|\mathbf{V}^{kn}(0)||\mathbf{R}^{kn}(0)|} = \frac{(\mathbf{V}^{k}(\eta_0^{kn}) - \mathbf{V}^{n}(\eta_0^{kn}), \mathbf{R}^{k}(\eta_0^{kn}) - \mathbf{R}^{n}(\eta_0^{kn}))}{|\mathbf{V}^{k}(\eta_0^{kn}) - \mathbf{V}^{n}(\eta_0^{kn})||\mathbf{R}^{k}(\eta_0^{kn}) - \mathbf{R}^{n}(\eta_0^{kn})|} =$$
$$= \frac{(\mathbf{V}^{k}(\xi_0^{kn}) - \mathbf{V}^{n}(\xi_0^{kn}), \mathbf{R}^{k}(\xi_0^{kn}) - \mathbf{R}^{n}(\xi_0^{kn}))}{|\mathbf{V}^{k}(\xi_0^{kn}) - \mathbf{V}^{n}(\xi_0^{kn})||\mathbf{R}^{k}(\xi_0^{kn}) - \mathbf{R}^{n}(\xi_0^{kn})|}$$

Где скорости и координаты определяются из проекций. Таким образом учитывается не нулевая добавка к координатам η^{kn}, ξ^{kn} . В случае равенства нулю скалярного произведения $(\mathbf{V}^{kn}(0), \mathbf{R}^{kn}(0))$ добавка нулевая. В случае если энергия парного взаимодействия отрицательная, парные взаимодействия описываются эллиптическими траекториями. В случае гиперболической или параболической парной траектории она приводит к смещению центра тяжести системы. Тело как бы увлекает за собой систему и ее центр тяжести смещается. Скорость смещения равна

$$\Delta x^u = -\frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} \sqrt{V^{un2}(0) + \frac{[\mathbf{V}^{un}(0), \mathbf{R}^{un}(0)]^2}{R^{un2}(0)} - \frac{2G\sum_{q=1}^{N} m_q}{R^{un}(0)}} \Delta t; \frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} = 10^{-30} << 1$$
$$\Delta y^u = \sqrt{e_{un}^2 - 1} \frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} \sqrt{V^{un2}(0) + \frac{[\mathbf{V}^{un}(0), \mathbf{R}^{un}(0)]^2}{R^{un2}(0)} - \frac{2G\sum_{q=1}^{N} m_q}{R^{un}(0)}} \Delta t$$

Для тел меньшей массы, чем Солнце скорость изменения координаты нужно рассматривать относительно Солнца, тогда вес тела меньшей массы будет равен 1 и его координата совпадет с парной траекторией Солнце - тело меньшей массы. Вес других пар будет мал. Если пара тело и Солнце имеет положительную энергию, то тело будет удаляться со своей скоростью, а вклад тело и другое тело мал. Траектория всех тел определяется по отношению к Солнцу, а вклад других тел соответствует множителю, равному их массе, деленной на сумму масс, т.е. деленной на массу Солнца. Если имеется положительная энергия пары двух тел, то ее вклад в скорость изменения координаты каждого из этих двух тел будет малыми, определяется вклад Солнца и тело. Причем даже на большом удалении от Солнца действует это правило, вклад Солнца в траекторию небесных тел превышает вклады других планет. Изложенные факты являются следствием предложенной теории и не могут быть получены из рассмотрения численного интегрирования. Нужно сказать, что вклад Солнца в траекторию небесных тел ограничивается Солнечной системой, по-видимому имеется граница действия гравитации.

Покажем, что для уравнения вращения Планет нельзя построить преобразование Лоренца. Имеем формулы вращения по эллипсу

$$\begin{gathered} x = a_{kn}(\cos\eta_{kn} - e_{kn}) \\ y = a_{kn}\sqrt{1-e_{ku}^2}\,\sin\eta_{kn} \end{gathered}.$$

Из них невозможно построить зависимость $\cos\eta_{kn} = \eta_{kn}(x,y)$, а значит получить преобразование Лоренца, так как из этих формул следует не тривиальная зависимость $(\frac{x}{a_{kn}} + e_{kn})^2 + \frac{y^2}{a_{kn}^2(1-e_{kn}^2)} = 1$ и построив преобразование Лоренца относительно x, получим отличную от преобразования Лоренца зависимость относительно y.

Можно определить начальные значения скорости и координаты

$$\mathbf{r}_0^k(\eta_0^{kn}) = \frac{\sum_{n=1}^{N} m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}\left[\frac{\mathbf{R}^{kn}(\eta_0^{kn})}{|\mathbf{R}^{kn}(\eta_0^{kn})|}[\cos\eta_0^{kn} - e_{kn}(\eta_0^{kn})] + \frac{[\mathbf{R}^{kn}(\eta_0^{kn}),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(\eta_0^{kn}),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{1-e_{kn}^2(\eta_0^{kn})}\sin\eta_0^{kn}\right]\frac{Gm_k m_n}{2|E_{kn}|}$$

$$\mathbf{V}_0^k(\eta_0^{kn}) = \frac{\sum_{n=1}^{N} m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}\left[\frac{-\mathbf{R}^{kn}(\eta_0^{kn})}{|\mathbf{R}^{kn}(\eta_0^{kn})|}\sin\eta_0^{kn} + \frac{[\mathbf{R}^{kn}(\eta_0^{kn}),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(\eta_0^{kn}),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{1-e_{kn}^2(\eta_0^{kn})}\cos\eta_0^{km}\right]\frac{d\eta_0^{kn}}{dt}(\eta_0^{kn})\frac{Gm_k m_n}{2|E_{kn}|}$$

$$E_{kn}=\frac{m_k m_n[\mathbf{V}^n(\eta_0^{kn})-\mathbf{V}^k(\eta_0^{kn})]^2}{2\sum_{q=1}^{N} m_q}+\frac{m_k m_n[\mathbf{V}^n(\eta_0^{kn})-\mathbf{V}^k(\eta_0^{kn}),\mathbf{r}_0^k(\eta_0^{kn})-\mathbf{r}_0^n(\eta_0^{kn})]^2}{2\sum_{q=1}^{N} m_q[\mathbf{r}_0^k(\eta_0^{kn})-\mathbf{r}_0^n(\eta_0^{kn})]^2}-$$

$$-\frac{Gm_k m_n}{\mathbf{r}_0^k(\eta_0^{kn})-\mathbf{r}_0^n(\eta_0^{kn})}$$

$$\frac{d\eta_{kn}}{dt}(\eta_0^{kn})=\sqrt{\frac{G[1+e_{kn}(\eta_0^{kn})]\sum_{q=1}^{N} m_q}{[1-e_{kn}(\eta_0^{kn})]p_{kn}^3}};\mathbf{M}_{kn}=\frac{m_k m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\mathbf{V}^k(\eta_0^{kn})-\mathbf{V}^n(\eta_0^{kn}),\mathbf{r}_0^k(\eta_0^{kn})-\mathbf{r}_0^n(\eta_0^{kn})],$$

$$p_{kn}(0)=\frac{M_{kn}^2(\eta_0^{kn})\sum_{q=1}^{N} m_q}{Gm_k^2 m_n^2};e_{kn}(\eta_0^{kn})=\sqrt{1+\frac{2E_{kn}(\eta_0^{kn})M_{kn}^2(\eta_0^{kn})\sum_{q=1}^{N} m_q}{G^2 m_k^3 m_n^3}}$$

Имеем систему $2N$ уравнений с $2N$ неизвестными $\mathbf{r}_0^k(0),\mathbf{V}_0^k(0)$ решая которую определим начальные данные. Причем эти начальные данные являются координатами положения равновесия, которые установятся в результате развития планет. Эта система нелинейных уравнения относительно координат и скорости планет Солнечной системы, без учета их спутников, которые имеют малый вес. Решать эту систему нелинейных уравнений надо методом итераций, задавая комплексные значения начальных значений координат и скорости из экспериментальных данных. Причем мнимая часть координаты планеты опишет ее размер, а мнимая часть скорости вращения опишет мнимую скорость вращения тел на экваторе. Причем это решение окажется комплексным, где мнимая часть координаты описывает размер точечной планеты. Мнимая часть скорости опишет вращение планет и угол, определяющий ось вращения.

Построенное решение надо подставить в вычисленные траектории планет $\mathbf{r}_0^k(t)-\mathbf{r}_0^n(t)$ и воспользоваться $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n$, то получим $\mathbf{R}^{kn}(t)=\mathbf{r}_0^k(t)-\mathbf{r}_0^n(t)$. В самом деле

$$\mathbf{r}_0^k(t)-\mathbf{r}_0^n(t)=\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\mathbf{R}^{kp}(t)-\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\mathbf{R}^{np}(t)=$$

$$=\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}[\mathbf{r}^k(t)-\mathbf{r}^p(t)]-\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}[\mathbf{r}^n(t)-\mathbf{r}^p(t)]=\mathbf{r}^k(t)-\mathbf{r}^n(t)=\mathbf{R}^{kn}(t)$$

Докажем, что полученная траектория движения удовлетворяет уравнению движения, для чего возьмем вторую производную от формулы (1.5), получим (отмечу что скорость центра инерции из разности скоростей разных тел уйдет)

$$\frac{d^2\mathbf{r}_0^k}{dt^2}=\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d^2\mathbf{R}_0^{kn}}{dt^2}=-G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n\mathbf{R}_0^{kn}}{|\mathbf{R}_0^{kn}|^3}$$

Используя равенство $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n$, получим уравнение движения

$$\frac{d^2\mathbf{r}_0^k}{dt^2}=-G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n\mathbf{R}_0^{kn}}{|\mathbf{R}_0^{kn}|^3}=-G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n(\mathbf{r}_0^k-\mathbf{r}_0^n)}{|\mathbf{r}_0^k-\mathbf{r}_0^n|^3}.$$

Т.е. доказано, что траектории отдельных тел, вычисленные с помощью парных траекторий, удовлетворяют уравнению движения. Кроме того, полученная формула для траектории отдельных взаимодействующих тел удовлетворяет начальным условиям и значит, задача N тел по определению траекторий взаимодействующих тел сводится к определению парных траекторий пары тел, которая может быть решена аналитически.

Литература

1. *Г.А. Чеботарев* Аналитические и численные методы небесной механики. М.: «Наука», 1965г., 368с.
2. *М.Ф. Субботин* Введение в теоретическую астрономию. М.: «Наука», 1978г., 1968г.
3. *Г.Н. Дубошин* Небесная механика. Аналитические и качественные методы. М.: «Наука»,1978г., 456с.

4. *А.П. Маркеев* Точки либраций в небесной механике и космодинамике. М.: «Наука», 1978г., 312с.
5. *Д. Брауэр, Дж. Клеменс.* Методы небесной механики. М.: «Мир», 1964г., 516с.
6. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика т.I, Наука, М.,1965г., 294с.