Особое решение уравнения Навье – Стокса

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Каждое нелинейное уравнение в частных производных можно свести к нелинейной системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого или второго порядка относительно времени. Решение записывается как сумма произведений временного коэффициента на пространственную функцию. При этом обыкновенные дифференциальные уравнения, записанные относительно времени, обладают устойчивыми положениями равновесия. При этом получаются устойчивые решения уравнений в частных производных, не требующие затраты энергии, но процессы, описываемые решением, можно использовать для потребления энергии. Примером служит внутреннее океанское турбулентное волнение, на существование которого не расходуется энергия ни ветра, ни солнца, но движение среды происходит, как особое решение дифференциальных уравнений, причем эту энергию можно преобразовать в электрическую энергию. Фазовая скорость внутренних волн на порядок отличается от поверхностных волн, и поверхностные волны не могут поддерживать внутренние волны. Они могут служить толчком к образованию внутренних волн. Причем высота волны достигает 200-300м, т.е. они образуют турбулентное течение с большим числом Рейнольдса, и значит, с проявлением нелинейности и описываются остаточным решением уравнения Навье - Стокса.

1.1 Построение особого решения уравнения Навье – Стокса

Рассмотрим уравнение Навье - Стокса, уравнение неразрывности и уравнение состояния см. [1]

$$\frac{\partial V_i}{\partial \tau}+\sum_{k=1}^{3} V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}+\nu \Delta V_i+(\zeta/\rho+\nu/3)\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 V_k}{\partial x_i \partial x_k},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau}+\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial \rho V_i}{\partial x_i}=0, \quad P=\frac{\rho R T}{\mu}. \tag{1}$$

Распишем уравнение неразрывности, подставив в него уравнение состояния, тогда уравнения (1) запишутся в виде

$$\frac{\partial V_i}{\partial t}+\sum_{k=1}^{3} V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k}=-\frac{RT}{\mu}\frac{\partial \ln P/P_0}{\partial x_i}+\nu \Delta V_i+\sum_{k=1}^{3} (\varsigma+\nu/3)\frac{\partial^2 V_k}{\partial x_i \partial x_k},$$

$$\frac{\partial \ln P/P_0}{\partial t}+\sum_{i=1}^{3} V_i \frac{\partial \ln P/P_0}{\partial x_i}+\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial V_i}{\partial x_i}=0. \tag{2}$$

Для получения зависимости от числа Рейнольдса умножим данное уравнение на величину $a^3/R_{cr}\nu^2$, а второе уравнение на величину a^2/ν, получим уравнения

$$\frac{\partial \Re_i}{\partial \tau}+\sum_{k=1}^{3} (\Re_k \frac{\partial \Re_i}{\partial y_k}-\Re_k \Re_i \frac{\partial \ln \nu}{\partial y_k})=-\frac{RTa^2}{\mu \nu^2}\frac{\partial \ln P/P_0}{\partial y_i}+$$

$$+R_{cr}\{\Delta \Re_i-2\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \Re_i}{\partial y_k}\frac{\partial \ln \nu}{\partial y_k}-\Re_i \frac{\Delta \nu}{\nu}+$$

$$\sum_{k=1}^{3} (\varsigma/\nu+1/3)[\frac{\partial^2 \Re_k}{\partial y_i \partial y_k}-\frac{\partial \Re_k}{\partial y_i}\frac{\partial \ln \nu}{\partial y_k}-\frac{\partial \Re_k}{\partial y_k}\frac{\partial \ln \nu}{\partial y_i}-\Re_k \frac{\partial^2 \nu}{\nu \partial y_i \partial y_k}]\}, \tag{3}$$

$$\Re_i=\frac{aV_i}{\nu}, y_i=R_{cr}x_i/a, \tau=R_{cr}t\nu/a^2$$

$$\frac{\partial \ln P/P_0}{\partial \tau}+\sum_{i=1}^{3} \Re_i \frac{\partial \ln P/P_0}{\partial y_i}+\sum_{i=1}^{3} (\frac{\partial \Re_i}{\partial y_i}+\Re_i \frac{\partial \ln \nu}{\partial y_i})=0.$$

Будем искать решение в виде

$$\Re_i=\sum_{n=1}^{N} \alpha_{in}(\tau)\varphi_n(y_1,y_2,y_3), i=1,\ldots,3$$

$$\ln P/P_0=\sum_{n=1}^{N} \alpha_{4n}(\tau)\varphi_n(y_1,y_2,y_3) \tag{4}$$

Подставляя решение (4) в уравнение (3), умножая уравнения (3) на величину $\varphi_m(y_1,y_2,y_3)$ и интегрируя по пространству, получим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{d\alpha_k}{dt}=\sum_{p,q=1}^{4N}F_{kpq}\alpha_p\alpha_q-\sum_{p=1}^{4N}G_{kp}\alpha_p, k=1,...,4N. \qquad (5)$$

Формулы для пересчета индексов в переменной, имеющей два индекса α_{in} в переменную, имеющую один индекс α_k этой системы нелинейных уравнений, определяются по формуле $k=n+N(i-1), n=1,...,N, i=1,...,4$.

При этом как показали вычисления, проведенные в [2], раздел 2.3, величина F_{kpq} имеет малое значение, равное нулю в отсутствии шероховатостей поверхности потока и пропорциональное высоте шероховатостей при их учете, а в случае не свободного режима имеется дополнительный член H_k, связанный с внешним давлением

$$\frac{d\alpha_k}{dt}=\sum_{p,q=1}^{4N}F_{kpq}\alpha_p\alpha_q-\sum_{p=1}^{4N}G_{kp}\alpha_p+H_k, k=1,...,4N. \qquad (6)$$

При большом давлении решение уравнения (6) будет комплексным. Если внезапно убрать внешнее давление, то одна из координат положений равновесия системы (5) будет $\beta_p\gamma, \gamma\to 0$, где β_p комплексное решение системы (6). При этом величина β_p скорости потока при быстром уменьшении давления будет сохраняться, и одно из решений системы (5) уменьшаясь, будет пропорционально величине β_p. Подставляя это известное решение в систему (7) получим систему линейных уравнений относительно величины α_q, решая которую найдем комплексные положения равновесия системы (7)

$$\sum_{p,q=1}^{4N}F_{kpq}\beta_p\alpha_q=\sum_{p=1}^{4N}G_{kp}\beta_p. \qquad (5a)$$

Так как коэффициенты F_{kpq} малы, коэффициент α_q имеет большой значение.

Это решение зависит от определяемых значений коэффициентов β_p. Система линейных уравнений может зависеть от произвольных констант, в случае если ее определитель равен нулю, и наложены условия на правые части системы линейных уравнений. При решении данного нелинейного уравнения совершенно аналогичная ситуация.

Координаты положения равновесия α_k этой системы нелинейных уравнений определяются из формулы

$$\sum_{p,q=1}^{4N} F_{kpq}\alpha_p\alpha_q - \sum_{p=1}^{4N} G_{kp}\alpha_p = 0, k = 1,...,4N. \qquad (7)$$

Причем имеются устойчивые положения равновесия. Это можно доказать, сделав подстановку в k уравнении (5) значение решения $x_n(t) = x_k(t) + \alpha_n - \alpha_k + (\frac{d\alpha_n}{dt} - \frac{d\alpha_k}{dt})\Delta t + ...$ Тогда k уравнение имеет вид

$$\frac{dx_k}{dt} = A_k(x_k)^2 + B_k x_k + C_k + 0(\Delta t), k = 1,...,4N. \qquad (8)$$

Где имеем значения коэффициентов

$$A_k = \sum_{s,l=1}^{N} F_{ksl}, B_k = \sum_{s,l=1}^{N} (F_{ksl} + F_{kls})(\alpha_s - \alpha_k) - \sum_{s=1}^{N} G_{ks},$$
$$C_k = \sum_{s,l=1}^{N} F_{ksl}(\alpha_s - \alpha_k)(\alpha_l - \alpha_k) - \sum_{s=1}^{N} G_{ks}(\alpha_s - \alpha_k)$$

При приближении решения к положению равновесия комплексное уравнение имеет вид

$$\frac{dx_k}{(x_k - \beta)(x_k - \gamma)} = \delta dt.$$

Причем решение сходится к одному из возможно комплексных положений равновесия

$$\ln\frac{x_k - \beta}{x_k - \gamma} = (\beta - \gamma)\delta\Delta t[1 + 0(\Delta t)].$$

При этом решение системы сходится либо к величине β, либо к величине γ, если величина $(\beta - \gamma)\delta$ имеет действительную часть. Т.е. данная система уравнений имеет устойчивое положение равновесия. В случае комплексных величин β, γ действительное решение растет как величина $\tan a\Delta t[1 + 0(\Delta t)]$, т.е. не устойчиво. Действительное решение удовлетворяет уравнению

$$\frac{dx_k}{(x_k - \rho)^2 + \lambda^2} = \delta dt.$$

Где величины ρ, λ действительны. Оно имеет решение

$$\arctan\frac{x_k - \rho}{\lambda} = \lambda\delta\Delta t; x_k = \rho + \lambda \tan \lambda\delta\Delta t$$

Можно показать, что это действительное решение в случае комплексных положений равновесия, соответствующее турбулентному режиму, стремится к бесконечности, т.е. в этом случае действительного решения не существует. При этом комплексное решение, имеет конечное значение, согласно той же теореме. Если же имеются кратные положения равновесия, реализуется хаотическое решение и никакое положение равновесия не реализуется.

Итак, система уравнений (5) имеет устойчивое комплексное решение, которое построено с помощью системы (6).

Каким же образом получить остаточную скорость потока. Для этого из решения системы с внешним воздействием, приводящим к турбулентному режиму, а значит комплексному, поток воздуха в торе, ускоряется за счет вентилятора до такой степени, что квадрат его мнимой части больше квадрата действительной части. Поток воздуха с внешним воздействием определяется уравнением (6), надо резко перейти к решению системы без внешнего воздействия (5) устремляя член H_k системы (6) очень быстро к нулю. Тогда устойчивое решение системы (5) будет определено, и само поддерживаться.

Если почерпнуть малую энергию из остаточной скорости течения, описываемым решением системы (5), то скорость течения уменьшится, но энергия будет отдана потребителю, и в силу ее устойчивости система вернется в положение равновесия к стационарной скорости, причем без воздействия внешней силы. Т.е. если забирать малую часть энергии этого устойчивого течения, то оно останется устойчивым, и будет продолжать снабжать нас энергией. Но при этом уменьшение скорости потока должно вызывать передачу энергии потребителю, что возможно при квадрате мнимой части скорости больше квадрата действительной части. Для выяснения какую энергию можно забирать, надо исследовать общую систему, включая систему, описывающую забор энергии, причем эта общая система должна быть устойчива. Причем такая максимально возможная забираемая энергия существует, так как бесконечно малый забор энергии, не выводит систему из положения равновесия. Такова в общих чертах идея вечного двигателя, использующего особые решения уравнений в частных производных.

Вычислено устойчивое решение автономного нелинейного уравнения

$$x_l = a_l + g^0_{l\alpha}\exp[\lambda_\alpha(t-t_0)]c_\alpha + g^1_{l\alpha\beta}\exp[(\lambda_\alpha+\lambda_\beta)(t-t_0)]c_\alpha c_\beta + \\ + g^2_{l\alpha\beta\gamma}\exp[(\lambda_\alpha+\lambda_\beta+\lambda_\gamma)(t-t_0)]c_\alpha c_\beta c_\gamma + \ldots .$$

Т.е. собственные числа имеют отрицательную действительную часть. Находим радиусы сходимости ρ_α этой системы функций при условии $t = t_0$. Тогда максимальное отклонение $|x^0_l - a_l|$ от положения равновесия, при котором возможен возврат в положение равновесия, определится по формуле

$$x^0_l = a_l + g^0_{l\alpha}\rho_\alpha + g^1_{l\alpha\beta}\rho_\alpha\rho_\beta + g^2_{l\alpha\beta\gamma}\rho_\alpha\rho_\beta\rho_\gamma + \ldots$$

Подсчитаем, чему равен баланс энергии, в случае кинетической энергии жидкости и устойчивого решения уравнения. Плотность энергии жидкости равна, где скорость величина комплексная

$$\rho V^2(t,\mathbf{r})/2 = \rho\{\sum_n [a_n + g_{n\alpha}\exp(-\lambda_\alpha t)+\ldots]\varphi_n(\mathbf{r})\}^2/2 .$$

Потери кинетической энергии жидкостью равны

$$E(\tau) = \sum_{t=\tau}^{\infty}[\rho V^2(t+\Delta t,\mathbf{r})/2 - \rho V^2(t,\mathbf{r})/2] = \int_\tau^\infty \frac{d\rho V^2/2}{dt}dt =$$

$$= -\int_\tau^\infty \rho\sum_n [a_n + g_{n\alpha}\exp(-\lambda_\alpha t)+\ldots][g_{n\alpha}\exp(-\lambda_\alpha t)+\ldots]\lambda_\alpha\varphi^2_n(\mathbf{r})dt = .$$

$$= -\rho\sum_n g_{n\alpha}\varphi^2_n(\mathbf{r})[a_n\exp(-\lambda_\alpha\tau) + g_{n\alpha}\exp(-2\lambda_\alpha\tau)/2+\ldots]$$

Причем величина $\rho V^2(t+\Delta t,\mathbf{r})/2 - \rho V^2(t,\mathbf{r})/2$ отрицательна при действительной скорости и соответствует значению изменения энергии в момент времени t. Но эта энергия теряется постоянно, значит, значение энергии надо проинтегрировать, т.е. умножить на величину $\Delta\tau\cdot\lambda$ и проинтегрировать по интервалу времени $1/\lambda$. Где величина λ минимальная действительная часть собственных чисел.

Тогда теряемая жидкостью энергия равна

$$\int_0^{1/\lambda} \lambda E(\tau)d\tau = -\rho\sum_n g_{n\alpha}\varphi_n^2(\mathbf{r})\int_0^{1/\lambda}[a_n\exp(-\lambda_\alpha\tau)+g_{n\alpha}\exp(-2\lambda_\alpha\tau)/4+...]d\tau\lambda$$

Или расписывая действительную и мнимую часть, получим

$$\begin{gathered}E=-\rho\sum_n \varphi_n^2(\mathbf{r})\{[\mathrm{Re}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Re}\,a_n-\mathrm{Im}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Im}\,a_n+\\ +i(\mathrm{Re}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Im}\,a_n+\mathrm{Im}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Re}\,a_n)][1-\exp(-\lambda_\alpha/\lambda)]+\\ +[(\mathrm{Re}\,g_{n\alpha})^2-(\mathrm{Im}\,g_{n\alpha})^2+2i\,\mathrm{Re}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Im}\,g_{n\alpha}][1-\exp(-2\lambda_\alpha/\lambda)]/4+...\}\lambda/\lambda_\alpha\end{gathered}$$

Получается, что в случае нелинейной среды и большому квадрату мнимой части комплексной скорости, действительная энергия положительна и жидкость отдает свою мнимую вращательную энергию телу или поступательной энергии потока. Для потребления энергии потока необходимо, чтобы квадрат действительной части скорости был меньше квадрата мнимой части скорости. Если же квадрат действительная часть комплексной скорости больше квадрата мнимой части скорости, то энергия идет на преодоление трения. При этом среднее изменение действительной части энергии должно быть отрицательно, что означает потребление энергии из мнимой части пространства, причем трение компенсируется

$$\begin{gathered}\frac{dE}{dt}=\frac{\Delta E}{\Delta t}=-\sum_n \rho\varphi_n^2(\mathbf{r})\{[\mathrm{Re}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Re}\,a_n-\mathrm{Im}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Im}\,a_n+\\ +i(\mathrm{Re}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Im}\,a_n+\mathrm{Im}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Re}\,a_n)]\times[1-\exp(-\lambda_\alpha/\lambda)]+\\ +[(\mathrm{Re}\,g_\alpha)^2-(\mathrm{Im}\,g_\alpha)^2+2i\,\mathrm{Re}\,g_\alpha\,\mathrm{Im}\,g_\alpha][1-\exp(-2\lambda_\alpha/\lambda)]/4+...\}\lambda^2/\lambda_\alpha\end{gathered} \quad .(9)$$

При этом в случае большого затухания члена λ_α/λ в показателе экспоненты, значение мнимой части энергии равно нулю в силу ортогональности действительной и мнимой части скорости, как это следует из физического смысла комплексного решения.

Полная откачиваемая или теряемая энергия из потока должна быть положительна для отдачи энергии потребителю. Полная максимально откачиваемая или теряемая энергия за единицу времени из сферического объема радиуса a равна

$$\int_V \frac{dE}{dt}dV = -\sum_n 4\pi\rho\{[\mathrm{Re}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Re}\,a_n - \mathrm{Im}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Im}\,a_n +$$
$$+ i(\mathrm{Re}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Im}\,a_n + \mathrm{Im}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Re}\,a_n)][1-\exp(-\lambda_\alpha/\lambda)] +$$
$$+[(\mathrm{Re}\,g_{n\alpha})^2 - (\mathrm{Im}\,g_{n\alpha})^2 + 2i\,\mathrm{Re}\,g_{n\alpha}\,\mathrm{Im}\,g_{n\alpha}][1-\exp(-2\lambda_\alpha/\lambda)]/4+...\}\lambda^2 a^3/(3\lambda_\alpha)$$

Но только изменение скорости в вязкой среде приводит к выделению тепла, так как справедлива формула для энергии, связанной с вязкими силами, по формуле (7.7) из книги [5] и изменение скорости среды приводит к изменению его действительной энергии единицы объема за единицу времени по формуле

$$E = -\eta \sum_{i,k=1}^{3} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}\right)^2 / 2\,.$$

Эта формула определяет количества тепла, выделившегося при движении среды. В случае комплексного положения равновесия, скорость становится комплексной, и тепловой поток жидкости изменит свой знак, и тепловая энергия будет передаваться телу, превращаясь в механическую энергию, по формуле (10), при этом среда будет охлаждаться

$$\begin{aligned} E = -\eta \sum_{i,k=1}^{3} [(\frac{\partial\,\mathrm{Re}V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial\,\mathrm{Re}V_k}{\partial x_i})^2 - (\frac{\partial\,\mathrm{Im}V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial\,\mathrm{Im}V_k}{\partial x_i})^2 + \\ + 2i(\frac{\partial\,\mathrm{Re}V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial\,\mathrm{Re}V_k}{\partial x_i})(\frac{\partial\,\mathrm{Im}V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial\,\mathrm{Im}V_k}{\partial x_i})]/2 \end{aligned} \quad . \qquad (10)$$

При этом согласно равенству (1.2.1) произведение действительной и мнимой части двух скобок в мнимой части энергии ортогонально в случае, если жидкость несжимаема.

При этом квадрат действительной части скорости должен быть меньше квадрата мнимой части скорости, при этом среда будет охлаждаться, компенсируя трение. Но в результате установится комплексное стационарное значение температуры. В самом деле, дифференциальное уравнение, описывающее изменение температуры среды имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V}\nabla T = \chi\Delta T + \frac{\nu}{2c_p}\sum_{i,k=1}^{3}\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}\right)^2.$$

Где введены коэффициенты кинематической вязкости ν и температуропроводности $\chi = \eta / \rho c_p$, постоянная η это теплопроводность. Это уравнение при отрицательном квадрате действительной части градиента комплексной скорости определяет уменьшение значения температуры. Мнимая часть квадрата градиента равна нулю в силу тождества (1.2.1) для несжимаемой жидкости. Т.е. сжимаемость жидкости, вызывает не нулевую мнимую часть потока энергии. Квадрат действительной скорости вызывает повышение температуры среды. В случае комплексной скорости, с меньшим квадратом действительного значения скорости и большим значением квадрата мнимой комплексной скорости, из среды будет забираться энергия и температура среды уменьшится. Т.е. получается, что в несжимаемой среде сила трения компенсируется и более того среда охлаждается при наличии комплексной скорости с большой мнимой частью, пока не установится стационарная комплексная температура.

Это можно объяснить по-другому. Так как мнимая часть скорости соответствует пульсации скорости, она как бы повышает температуру среды в области с мнимой температурой. Назовем повышение температуры за счет пульсаций, пульсационной добавкой к температуре. Но температура среды, состоящая из обычной температуры плюс пульсационная добавка, стремится выровняться, поэтому в областях с пульсацией потока температура среды уменьшается. Понизившаяся температура потока плюс пульсационная добавка равны температуре окружающей среды.

Забрав минимальную энергию от среды, ее скорость и температура уменьшится. Но так как решение устойчиво, скорость и температура моментально восстановится. Для этого собственные числа устойчивого положения равновесия должны иметь большую по модулю отрицательную часть действительной части собственного числа. При этом возможно стационарное, устойчивое значение комплексной температуры, причем тогда не будет охлаждения среды. Комплексное значение температуры возможно в связи с наличием нелинейного члена $\mathbf{V}\nabla T$, где скорость комплексная величина.

При этом изменение энтропии s определяется по формуле см. [1]

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \rho \frac{\partial s}{\partial t} dV = \int \chi \frac{(\nabla T)^2}{T^2} dV + \int \frac{\eta}{T} (\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_i}{\partial x_k} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial V_i}{\partial x_i})^2 dV + \int \frac{\zeta}{T} (\frac{\partial V_i}{\partial x_i})^2 dV \quad (11)$$

Причем при действительной скорости и температуре эта величина положительна, т.е. энтропия является растущей функцией времени. При комплексной температуре и скорости правая часть равенства (11) может иметь отрицательную действительную и мнимую часть, т.е. энтропия убывает во времени.

При этом мнимая часть комплексной скорости и температуры, как свойство мнимого пространства, имеет свои особенности. Так среда с мнимой скоростью под действием трения охлаждается, передавая энергию более организованной части потока, поступательной скорости. При этом энтропия среды убывает. Но в результате устанавливается стационарное, устойчивое, комплексное значение температуры и скорости. Таким образом, не только живые организмы по мере развития само организуются, понижая энтропию, но и среда с мнимой скоростью понижает свою энтропию. Это создает возможность для обратимости процесса нагрева и охлаждения среды. Но все это эффекты нелинейности среды, которые проявляются при больших значениях параметров, и в случае линейного приближения исчезают.

Но какие последствия приведет взятие энергии из мнимой части комплексного пространства при постоянстве комплексной скорости потока и температуры? Или по-другому без понятия комплексного пространства. В турбулентном потоке имеется пульсационные колебания, что приводит к большей температуре потока, при этом пульсационная температура и температура потока приближаются к температуре окружающей среды и температура потока уменьшается, отдавая свою энергию окружающей среде. Получается, что температура турбулентного потока меньше температуры окружающей среды, т.е. она отдает энергию окружающей среде или двигающемуся в потоке телу. Нелинейные уравнения существуют независимо от существования комплексного пространства. Значит, и взятие энергии из комплексного пространства происходит независимо. Возможно, повысится порог перехода в комплексное пространство, в гидродинамике, это связано с повышением критического числа Рейнольдса. А так как критическое число Рейнольдса связано со степенью шероховатости поверхности и соответствует среднеквадратичному тангенсу наклона шероховатости $R_{cr} \sim 1/\tan\delta = l/\Delta$ см. [3] глава 3, где l период шероховатости, Δ высота шероховатости, δ угол среднеквадратичного наклона шероховатости, то повышение критического числа Рейнольдса связано со сглаживанием поверхностей. Т.е. перестанут ездить автомобили и функционировать железная дорога в связи со слипанием гладких поверхностей при нулевой шероховатости. Невозможно создать двигатель, в связи со слипанием деталей.

Затруднение к переходу к нелинейному уравнению, связано с увеличением трения, коэффициента кинематической вязкости. При этом число Рейнольдса уменьшается, и достижение критического числа Рейнольдса затруднено. Если комплексная кинематическая вязкость среды и вакуума равна $i\hbar/2m_{eff} + \nu$, где величина ν кинематическая вязкость среды, $i\hbar/2m_{eff}$ мнимая кинематическая вязкость вакуума, см. [3] раздел 1.2,[4] раздел 1.1, где $\hbar$ постоянная Планка. Модифицируем эту формулу для микрочастиц и макротел

$$\mu_\Sigma = \frac{i\hbar}{2m_b}\rho_l + \mu\alpha(\gamma)$$

$$\gamma = \frac{\exp(-\frac{m_{Pl}}{m_b + m_l})}{\exp(-\frac{m_{Pl}}{m_b + m_l}) + \exp(-\frac{m_b + m_l}{m_{Pl}}))}; \alpha(\gamma) = \gamma + \frac{m_b + m_l}{\rho_b a_B^3}(1-\gamma) = .$$

$$= \gamma + \frac{\rho_l}{\rho_b}(1-\gamma)$$

Где величина m_{Pl} соответствует массе Планка, m_b, m_l масса двигающейся элементарной частицы или макротела и масса частиц среды, ρ_b плотность двигающегося тела, ρ_l, μ плотность и вязкость макросреды. Для кинематической вязкости имеем выражение в случае отличия плотности среды от плотности тела

$$\frac{i\hbar}{2m_b} + \nu\alpha(\gamma) = \frac{i\hbar}{2m_b} + \nu[\gamma + \frac{\rho_l}{\rho_b}(1-\gamma)]$$

Эта формула для макротела определяет кинематическую вязкость по выражению $\frac{i\hbar}{2m_b} + \nu \cong \nu$ в силу большой массы макротела, а для элементарных частиц по выражению $\frac{i\hbar}{2m_b} + \nu\frac{\rho_l}{\rho_b} = \frac{i\hbar}{2m_b} + \nu\frac{m_b + m_l}{\rho_b a_B^3}$, так как плотность двигающейся частицы определяется по формуле $\rho_b = \frac{m_b}{a_e^3}$. Эта формула для вращающегося электрона в атоме имеет вид

$$\frac{i\hbar}{2m_e} + \nu\frac{m_e + m_p}{\rho_e a_B^3} = \frac{i\hbar}{2m_b} + \nu\frac{\rho_l}{\rho_b},$$

Введение комплексной кинематической вязкости определяет уравнение

$$i(\hbar - 2im\nu\,|\,\rho_l\ /\rho_b\,|)\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{(\hbar - 2im\nu\,|\,\rho_l\ /\rho_b\,|)^2}{2m}\Delta\Psi + U\Psi,$$

При этом кинематическая вязкость ν соответствует вязкости в твердом теле, жидкости или в газе.

При этом, жидкость имеет вязкость, равную следующему значению вязкости $\mu = \nu\rho_l + i\hbar\rho_l/(2\rho_b m_{eff})$, т.е. кинематическая вязкость вакуума $\hbar/2m_{eff}$ при движении частицы массы m_{eff}. Эффективная масса равна $m_{eff} = m_e m_p/(m_e + m_p)$ в случае вращения электрона в атоме. Соответствует эффективной массе в случае кристаллической решетки. В случае макротела эффективная масса равна его массе. При условии $\hbar = 0$, величина энергии E должна быть мнимой, для того чтобы модуль ψ не зависел от системы координат, и равнялся единице. Мнимая часть величины кинематической вязкости зависит от плотности и массы тела, и определяет трение, свойственное телу. Тогда формула для вероятности состояния находящегося в жидкости тела при учете вязкости жидкости принимает вид

$$\psi \sim \exp[Et/(2m_{eff}\nu\rho_l\ /\rho_b + i\hbar)],$$

где m_l масса частиц жидкости, m_b масса двигающегося тела, ν кинематическая вязкость жидкости. Т.е. жидкость имеет кинематическую вязкость, равную $\nu + i\hbar\rho_b/(2\rho_l\, m_{eff})$, причем для вязкого вещества имеем следующее значение вязкости $\mu = \nu\rho_l + i\hbar\rho_b/(2m_{eff})$, т.е. кинематическая вязкость вакуума $\hbar/(2m_{eff})$ при движении частицы массы m_{eff}, в среде с плотностью ρ_l. Так в случае водородоподобного атома в нерелятивистском приближении имеем $E = -mc^2\alpha^2/(2n^2)$, т.е. энергия пропорциональна массе частицы. При этом в случае темной материи, состоящей из частиц с не релятивистской скоростью, масса этих частиц отрицательна, что соответствует отталкиванию от тел с положительной массой.

При этом величина $i\hbar/2m_b$ соответствует мнимой кинематической вязкости вакуума, что следует из уравнения Шредингера. В самом деле, если его сократить на $i\hbar$, то останется производная по времени в левой части и оператор Лапласа, пропорциональный $i\hbar/2m_b$, который соответствует вязкому члену в уравнении Навье – Стокса. Вероятность иметь определенную координату и волновое число, соответствует зависимости скорости от координаты. Т.е. имеется аналогия между волновой функцией и скоростью частицы, и то и другое зависит от координат и определяет движение частицы. Четырехмерный вектор плотности тока j^μ для свободной частицы с импульсом p, равен см. [6]

$$j^\mu = \overline{\psi}_{\pm p}\gamma^\mu\psi_{\pm p} = \frac{p^\mu c}{E} = (1, \frac{\mathbf{V}}{c}).$$

Значит, волновая функция определяет скорость частиц. Тогда формула для вероятности состояния находящегося в жидкости тела при учете вязкости жидкости принимает вид

$$\psi \sim \exp[Et/(2m_b \nu |\rho_l/\rho_b| + i\hbar)],$$

где ρ_l плотность жидкости, ρ_b плотность тела, ν кинематическая вязкость жидкости. Знаменатель $2m_b \nu |\rho_l/\rho_b| + i\hbar$ в жидкости не зависит от массы тела. Поэтому вводится множитель ρ_l/ρ_b. Т.е. жидкость имеет кинематическую вязкость, равную $\nu + i\hbar|\rho_b|/(2m_b|\rho_l|)$, причем для вязкого вещества имеем следующее значение вязкости $\mu = \nu\rho_l + i\hbar\rho_b/2m_b$, т.е. кинематическая вязкость вакуума $\hbar/2m_b$ при движении частицы массы m_b. При условии $\hbar = 0$, величина энергии E должна быть мнимой, для того чтобы модуль ψ не зависел от системы координат, и равнялся единице. Мнимая часть величины кинематической вязкости зависит от плотности и массы тела, и определяет трение, свойственное телу. При этом эта величина обратно пропорциональна объему тела. Т.е. эта величина характеризует расталкивающие частицы вакуума свойства тела. При условии $\hbar \neq 0$, величина энергии E должна иметь фазу $\arg E = -\pi/2 + \arg(2m_b \nu|\rho_l/\rho_b| + i\hbar) = \arg(\hbar - 2im_b\nu|\rho_l/\rho_b|)$. Т.е. при условии равенства нулю вязкости, получим положительное значение полной энергии связанного состояния. При не релятивистском значении энергии энергия связанного состояния отрицательна и имеем формулу $\arg E_g = \pi/2 + \arg(2m_b\nu|\rho_l/\rho_b| + i\hbar)$. При этом имеем формулу $E = m_0c^2 + E_g, E_g < 0$. Т.е. общая формула для энергии состояния

$$E = m_0c^2 \exp[i\arg(\hbar - 2im_b\nu|\rho_l/\rho_b|)] + |E_g|\exp\{i[\pi/2 + \arg(2m_b\nu|\rho_l/\rho_b| + i\hbar)]\} =$$
$$= (m_0c^2 - |E_g|)\exp[i\arg(\hbar - 2im_b\nu|\rho_l/\rho_b|)]$$

При этом действительная часть плотности жидкости или газа двигающегося с нерелятивистской скоростью определяется по формуле $\arg\rho = \pi/2 + \arg(2m_b\nu|\rho_l/\rho_b| + i\hbar)$ и в случае вакуума отрицательна. При этом в случае темной материи, состоящей из частиц с малой массой, масса этих частиц отрицательна, что соответствует отталкиванию от тел с положительной массой.

Отметим, что на частоту излучения электромагнитного поля электронами в атоме в жидкости и твердом теле, мнимая часть поправки постоянной Планка не влияет. Поправка будет порядка $m_e\nu|\rho_l|/(|\rho_b|\hbar)$, где m_e масса электрона. При этом «плотность» движущегося электрона, который является движущейся частицей, равна величине $\rho_b = m_e/a_e^3$. Причем «радиус» электрона определяется по формуле $a_e = e^2/(m_e c^2) = 2.7\cdot 10^{-13}\mathrm{cm}$.

«Плотность» жидкости или твердого тела определяется по формуле $\rho_l = m_p/a_B^3$. Величина m_p, это масса протона. Значение $a_B = \hbar^2/(m_e e^2) \sim 0.5\cdot 10^{-8}\mathrm{cm}$ радиус Бора атома. Поправка $m_e\nu|\rho_l|/(|\rho_b|\hbar)$ мала, порядка $3\cdot 10^{-10}$ при кинематической вязкости жидкости $\nu = 0.1\mathrm{cm}^2/\mathrm{sec}$.

Так увеличится вязкость металлов $\mu \sim 10^{10} g/(cm\cdot \mathrm{sec})$, вязкость жидкостей $0.01 g/(cm\cdot\mathrm{sec})$, а вязкость газов $10^{-5} g/(cm\cdot\mathrm{sec})$. При этом будет изменяться постоянная Планка, как определяющая кинематическую вязкость вакуума. В уравнение Шредингера входит кинематическая вязкость, определяемая по формуле $i\hbar/(2m)$, и она должна расти по мере потребления энергии мнимого пространства, значит, постоянная Планка увеличивается, при этом размер частицы определяется по формуле $c/w = \hbar/(2mc)$, где w частота собственного вращения электрона, вывод максимального размера элементарной частицы приводим ниже по тексту. Т.е. при увеличении постоянной Планка увеличивается размер элементарных частиц и растет кинематическая вязкость среды.

При этом вероятность существования нелинейной устойчивой макросистемы равна

$$w = |\exp[\int_V \int_0^t -Et/(i\hbar + m\mu/\rho_l)dVdt|^2.$$

Где m масса тела, E изменение энергии за единицу времени в единице объема, ρ_l плотность среды, μ коэффициент вязкости среды, причем энергия, переданная телу, имеет обратный знак.

Определим возможную минимальную забираемую энергию из соотношения неопределенности, записанного для вязкой среды

$$\Delta E \Delta t > \sqrt{\hbar^2 + (2m_b \mu / \rho_l)^2} .$$

Где величина m_b это масса в потоке, величина ρ_l это плотность потока. Использование эффективной постоянной Планка в случае работы двигателя в вязкой среде, см. в книге [5] раздел 1.1. Так как время возврата в положение равновесия равно $\Delta t \sim 1/\mathrm{Re}\lambda$, где λ собственное число, определяющее приближение к положению равновесия. Откуда минимальная забираемая энергия

$$\Delta E > \sqrt{\hbar^2 + (2m_b \mu / \rho_l)^2}\, \mathrm{Re}\,\lambda . \qquad (12)$$

Энергия, реализующая отклонение и возврат к положению равновесия является бесконечно малой. Но минимальная переданная телу энергия определяется по формуле (12). При этом потребляемая минимальная мощность, равна

$$N = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{m_b \mu (\mathrm{Re}\,\lambda)^2}{\rho_l} = 2\pi S a \mu (\mathrm{Re}\,\lambda)^2 \rho_b / \rho_l$$

Объем тела определяется по формуле $\frac{m_b}{\rho_b} = 2\pi a S$, где a, S радиус и сечение тора. Мощность этой энергии очень мала, порядка $erg/\sec$.

При этом устанавливается стационарное, устойчивое, комплексное распределение температуры и скорости потока. Если забирать у этого состояния энергию, то система будет возвращаться к устойчивому, стационарному состоянию. Максимальный отдаваемый квант энергии, отдаваемый средой, определяется свойствами комплексного пространства и определяется мнимой и действительной частью числа Рейнольдса

$$\rho v^2 [|\mathrm{Im}\, R_a| - (\mathrm{Re}\, R_a)^2] a > 0 .$$

При этом вклад в поступательную скорость мнимой, вращательной скорости равен корню из мнимой части числа Рейнольдса. Можно оценить квант максимально отдаваемой энергии за время $1/\lambda; \lambda = \min\limits_{\alpha} \operatorname{Re}\lambda_\alpha$ по формуле

$$\rho v^2\{[\operatorname{Im}|x_l^0 - a_l| - [\operatorname{Re}(x_l^0 - a_l)]^2\}a > 0\,.$$

Величина $\operatorname{Im}|x_l^0 - a_l| - [\operatorname{Re}(x_l^0 - a_l)]^2 > 0$ по порядку величины равна $|\operatorname{Im} R_a| - (\operatorname{Re} R_a)^2 > 0$, откуда и получаем формулу для отданной энергии за время $\Delta t = 1/\lambda$. Причем при запуске вечного двигателя координаты положения равновесия можно задавать, выбирая внезапное прекращение действия давления и добиваясь максимального значения мнимой части скорости.

При этом средние от пульсирующих координат складываются как ортогональные величины

$$<[\Delta x_l]^2> = <[x_l - <x_l>]^2> = <x_l^2> - 2<x_l><x_l> + <x_l>^2 = <x_l^2> - <x_l>^2\,.$$

Значит имеем

$$<x_l^2> = <x_l>^2 + <[\Delta x_l]^2> = |<x_l> + i\sqrt{<[\Delta x_l]^2>}|^2$$

Приведу формулировку обратной теоремы Пифагора. Для всякой тройки положительных чисел a,b и c, такой, что $a^2 + b^2 = c^2$, существует прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c. Значит, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а гипотенузой является корень из среднего квадрата величины. Т.е величина среднего $<x_l>$ ортогональна среднеквадратическому отклонению $\sqrt{<[\Delta x_l]^2>}$, которое образует мнимую часть координаты тела. Таким образом, полученное в результате усреднения во времени декартово пространство с колебательной скоростью высокой частоты (период колебания меньше времени измерения) становится комплексным пространством. Т.е. в случае большой дисперсии величины действительного пространства, его нужно рассматривать как комплексное трехмерное пространство, где мнимая часть соответствует математическому отклонению. При этом имеется следующая связь между переменными $\sqrt{<x_l^2>} = (<x_l> + i\sqrt{<[\Delta x_l]^2>})\alpha, |\alpha| = 1$, причем комплексное число α выбирается из условия, чтобы мнимая часть имела положительное или отрицательное значение. Этому удовлетворяет среднеквадратичное отклонение. Но иногда среднеквадратичное отклонение положительно, например, в случае диэлектрической проницаемости, где вмешиваются положительные и отрицательные заряды. Тогда имеем формулу $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{4\pi i\sigma}{\omega}$, где действительная часть пропорциональна положительному среднеквадратичному отклонению диполя, а проводимость пропорциональна среднему значению. Но зато проводимость делится на частоту, которая имеет положительный и отрицательный знак.

Значит, имеем формулу

$$\lambda\Delta t = \operatorname{Re} R_a \Delta\tau = \operatorname{Re} R_a R_{cr} \Delta t \nu / a^2 .$$

Откуда для величины собственного числа имеем $\lambda = \operatorname{Re} R_a R_{cr} \nu / a^2$. При этом имеем формулу для максимальной мощности

$$N = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \rho\nu^2 \sum_q [|\operatorname{Im} R_q| - (\operatorname{Re} R_q)^2]\varphi_q^2 a\lambda = \rho\nu^3 \sum_q [|\operatorname{Im} R_q| - (\operatorname{Re} R_q)^2]\varphi_q^2 \frac{\operatorname{Re} R_q}{a} R_{cr} .$$

Где число Рейнольдса определяется из уравнения (5а) и имеет большое комплексное значение при условии, что коэффициент β_q будет иметь большую мнимую часть. Предварительная работа должна иметь большую мнимую часть, т.е. вентилятор должен обеспечить большой турбулентный поток среды. Среда будет охлаждаться до определенной стационарной комплексной температуры, которая будет поддерживаться за счет взаимодействия с окружающей средой. Энергия будет черпаться из окружающей среды, которая будет охлаждаться.

Литература

1. *Л.Д.Ландау, Е.М. Лифшиц* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г., 736стр
2. Е. Якубовский Турбулентное течение в цилиндрических трубах. Экспериментальное подтверждение комплексного решения. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013, 52с.
3. *Е. Якубовский* Вакуум – разреженный газ. Обусловленные свойством

вакуума физические законы. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012, 54с.

4. *Е.* Якубовский Следствие комплексности декартова пространства. Экспериментальная проверка комплексности пространства. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013, 135с.
5. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. М.: Государственное Издательство Физико-математической литературы, 1963г., ч.II,400с
6. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц* Квантовая электродинамика т. IV, М.: «Наука», 1989г., 728с.