Возникновение комплексного решения

при столкновении или расщеплении двух тел

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

При столкновении двух точечных тел возникает комплексное решение. При столкновении тел конечных размеров также может возникнуть комплексное решение. Данная статья взята из книги «Следствие комплексности декартова пространства» Экспериментальная проверка комплексности пространства издательства LAP.

Рассмотрим задачу на примере трех тел. Разностная неявная схема плоского вращения имеет вид

$$x_1 = x_1^0 + V_1 \Delta t + 0(\Delta t)^3$$

$$V_1 = V_1^0 - \frac{\gamma M_1 (x_1 - y_1)}{[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2]^{3/2}} \Delta t - .$$

$$- \frac{\gamma M_2 (x_1 - z_1)}{[(x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2]^{3/2}} \Delta t + 0(\Delta t)^2$$

Первое уравнение неявной разностной схемы имеет ошибку $0(\Delta t)^3$, так как подставляя значение скорости в дифференциальное уравнение $dx_1 / dt = V_1$, получим для разностной неявной схемы такую ошибку.

Подставляя значение скорости в первое уравнение, получим

$$x_1 = x_1^0 + V_1^0 \Delta t - \frac{\gamma M_1 (x_1 - y_1)}{[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2]^{3/2}} (\Delta t)^2 -$$

$$- \frac{\gamma M_2 (x_1 - z_1)}{[(x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2]^{3/2}} (\Delta t)^2 + 0(\Delta t)^3 .$$

Откуда разделив на величину $x_1 - y_1$ первую дробь, получим

$$x_1 - x_1^0 - V_1^0 \Delta t =$$
$$= \frac{\gamma M_1 \operatorname{sgn}(x_1 - y_1)}{\sqrt{H}} (\Delta t)^2 + \frac{\gamma M_2 (x_1 - z_1)}{[(x_1 - z_1)^2 + (x_2 - z_2)^2]^{3/2}} (\Delta t)^2$$
$$H = (x_1 - y_1)^4 + 3(x_1 - y_1)^2 (x_2 - y_2)^2 + 3(x_2 - y_2)^4 + \frac{(x_2 - y_2)^6}{(x_1 - y_1)^2}$$

причем имеем $x_1 - x_1^0 - V_1^0 \Delta t = 0(\Delta t)^2$ (в данном случае скорость соответствует явной схеме решения, поэтому ошибка во второй степени).

При условии расщепления или столкновения тела получаем $x_1 \to z_1, x_2 \to z_2$ и бесконечно большое значение второго члена, при этом возможно $\operatorname{sgn}(x_1 - y_1)\operatorname{sgn}(x_1 - z_1) > 0$ и значит, значение выражения $x_1 - y_1$ при условии бесконечности второго члена определяется из уравнения

$$\frac{(x_1 - y_1)^4}{(x_2 - y_2)^4} + 3\frac{(x_1 - y_1)^2}{(x_2 - y_2)^2} + 3 + \frac{(x_2 - y_2)^2}{(x_1 - y_1)^2} = 0.$$

Это уравнение сводится к уравнению 3 степени относительно переменной $\alpha = \frac{(x_1 - y_1)^2}{(x_2 - y_2)^2}$.

$$\alpha^3 + 3\alpha^2 + 3\alpha + 1 = 0.$$

Это уравнение имеет тройной отрицательный корень $\alpha = -1$, и значит, имеем $\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} = \pm i$, т.е. координаты участвующих в столкновении тел x_l являются комплексными. Аналогичные уравнения запишутся для тела с координатами z_l, причем эти переменные становятся комплексными $\frac{z_1 - y_1}{z_2 - y_2} = \pm i$.

В случае тел конечных размеров имеем $\alpha^3 + 3\alpha^2 + 3\alpha + 1 = h$ $\alpha = \frac{(x_1 - y_1)^2}{(x_2 - y_2)^2} = -1 + \sqrt[3]{h}$, которое в случае $h < 1$ имеет мнимый корень.

Т.е. в момент бесконечного ускорения точечных тел, нарушается условие единственности решения дифференциального уравнения и появляется комплексное решение. Причем образовавшееся комплексное решение будет поддерживаться, оставаясь, все время комплексным.