Еще одно свойство нелинейных уравнений

в частных производных или деформация разрыва

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Известны деформации вещества, приводящие к разрыву. В данной статье доказывается, что это следствие нелинейного эффекта. Хороший пример – это ударные волны, где при большой скорости тела за счет нелинейного эффекта образуются ударные волны, образующие две фазы среды.

Рассмотрим течение газа при малой и большой скорости. При малой скорости образуется линейное ламинарное течение или линейные ударные волны. При увеличении скорости при определенном числе Рейнольса образуется турбулентный поток, описываемый комплексными числами, где действительная часть описывает среднее течение, а мнимая часть среднеквадратичное отклонение, с неизменной действительной частью и растущей мнимой частью.

$$R = R_{cr} - i\sqrt[4]{T^2\alpha - TR_{cr}^2}\ . \qquad (1)$$

Вывод формулы см. [1]. Где величина T описывает внешнее давление, а определяется число Рейнольдса потока, служащее коэффициентом перед ламинарным решением относительно распределения скорости потока. При условии $T_{cr}\alpha = R_{cr}^2$ начинается комплексный турбулентный режим, при числе Рейнольдса, равном критическому. Так в случае трубопровода решение имеет вид $R_z = R(1 - r^2/a^2)$, где R определяется по формуле (1).

При этом вклад мнимой части в действительную часть определяется по формуле

$$|R| = \sqrt{R_{cr}^2 \pm \sqrt{T^2\alpha - TR_{cr}^2}\beta^2}\ . \qquad (2)$$

Положительный корень определяет скорость турбулентного течения. Отрицательный корень тоже. Но отрицательный корень существует до значения $R_{cr}^2/\beta^2 = \sqrt{T^2\alpha - TR_{cr}^2}$, т.е. до уравнения $T^2\alpha - TR_{cr}^2 - R_{cr}^4/\beta^4 = 0$, решением этого уравнения является корень $T = \frac{R_{cr}^2(1+\sqrt{1+4\alpha/\beta^4})}{2\alpha} = T_{cr}/2 + \frac{R_{cr}^2\sqrt{1+4\alpha/\beta^4}}{2\alpha}$. При этом значении параметра число Рейнольдса потока равно $|R| = R_{cr}\sqrt{2}$. Значит при числе Рейнольдса, удовлетворяющем этому условию имеется двойной корень и скачок производной от числа Рейнольдса, равный бесконечности. Причем после скачка производной следует одно решение со знаком плюс перед квадратным корнем по формуле (2).

В трубопроводе по этому механизму может образоваться ударная волна малой интенсивности с бесконечным скачком производной от скорости в среде с постоянной плотностью. При этом образуется скачок координаты, т.е. который в жидкости приводит к разрыву парамеров.

Причем в выражение для давления трубопровода следует формула $T = \frac{\Delta p a^3}{\rho v^2 L}$. Где происходит деление на плотность среды. Значит в случае газовой среды имеющие меньшую плотности части потока будут иметь большую скорость, чем имеющие большую плотность и в результате образуется ситуация, когда тяжелые и легкие фракции имеют одну координату, что невозможно и образуется ударная волна. Причем рано или поздно это случается с любой звуковой волной, не обязательно с телом, двигающимся с сверхзвуковой скоростью.

При достижении телом скорости звука образуется две фазы среды, ударная волна с разной плотностью и температурой по разные стороны фронта.

Совершенно аналогичная ситуация с твердым телом. При увеличении деформации за счет внешней нагрузки наступает режим пластичности, когда деформация сохраняется при снятии нагрузки. Потом возникает режим ползучести, при постоянной действительной нагрузке растет мнимая часть деформации. Почему я так говорю, действительная часть нагрузки неизменна, а деформация растет, но действительная часть деформации неизменна, значит за счет мнимой части.

$$\frac{p/E}{2\sqrt{p_{cr}}} = \sqrt{p_{cr}} - \sqrt{p_{cr} - p/E} = \operatorname{Re}\varepsilon + i\operatorname{Im}\varepsilon + i\tau\dot{\varepsilon}$$

При малом перепаде давления справедлив линейный закон Гука. При приближении к критическому значению безразмерного давления начинается нелинейность и необратимые изменения вещества. При переходе давления через критическое значение возникает постоянная мнимая часть, которая приводит к конечной скорости мнимой части деформации. Мнимая часть деформации не существует до перехода через критическое значение параметра. Постоянная скорость деформации приводит к росту мнимой части деформации, которая дает вклад в действительную деформацию по закону

$$|\varepsilon| = \sqrt{(\operatorname{Re}\varepsilon)^2 \pm \operatorname{Im}\varepsilon\beta}.$$

Данную формулу см. [1]. Где величина β определяет степень шероховатости объема тела. Эта шероховатость обеспечивается дисперсией расстояния одного слоя кристалла относительно другого, связанная с размытостью волновой функции атома.

Создается нелинейная двузначность мнимой части деформации, когда достигается отрицательная мнимая часть, равная $(\operatorname{Re}\varepsilon)^2 = \operatorname{Im}\varepsilon\beta$, образуется невозможная бесконечная производная от мнимой части деформации, которая определяет скачок деформации разделения среды на две фазы, т.е. разрыв.

Выводы

Нелинейные уравнения в частных производных не только обладают линейным решением при малой амплитуде решения, которое переходит к комплексному решению при критическом безразмерном параметре, описывая турбулентный режим, но и приводят к образованию двух фаз среды при дальнейшем увеличении амплитуды. Это происходит при двойном значении параметров, что невозможно и приводит к образованию скачка при большем значении параметров. Причем при переходе через критическое число увеличенное в $\sqrt{2}$ раз (в случае уравнения Навье-Стокса критическое число Рейнольдса) излучается звуковая волна, которая переходит в ударную со скачком малой интенсивности. В случае общего нелинейного уравнения образуется скачок производной от неизвестного, который в случае жидкости, газа или твердого тела приводит к скачку неизвестного, разрушая материал в случае твердого тела, или при непрерывной среде создавая скачки в виде разрыва параметров в случае жидкости или газа, т.е. турбулентный режим. Амплитуду и координату этих скачков можно предсказать по критическим числам. При дальнейшем увеличении скорости в случае движения тела со сверхзвуковой скоростью в жидкости или газе происходит существенная нелинейность в виде скачка большой интенсивности, но это уже другой механизм образования нелинейности при ускоренном движении тела. Но идея описания осталась прежней, двойное значение параметров. И уравнение движения в вязкой среде надо записать в виде

$$R + i\tau\dot{R} = R_{cr} - i\sqrt[4]{T^2\alpha - TR_{cr}^2}\ .$$

Где используется ускорение числа Рейнольдса потока с постоянным множителем. Причем выполняется равенство $\frac{ac_F}{\nu} = R_{cr}\sqrt{2}$ при движении со сверхзвуковой скоростью, при определяемой ширине фронта потока, равного значению a. Получается ширина фронта ударной волны в воздухе примерно равна $10^{-3}\,см$. Определенная с помощью гидродинамических соображения ширина фронта ударной волны равна длине свободного пробега молекул газа $10^{-5} см$. При этом говорится, что в макроскопической гидродинамике, описывающей газ как непрерывную среду, длина свободного пробега равна нулю. Оценка ширины фронта ударной волны, равная длине свободного пробега, из соображений макроскопической гидродинамики и равная $10^{-5} см$ не достоверна см. [2] §93, правильное значение $10^{-3} см$.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Исследование решения уравнения Навье – Стокса II. «Энциклопедический фонд России», 2016, 61 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1509211918.pdf

2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г.,736стр.