

Описание элементарных частиц,  
гравитационного и электромагнитного  
поля с помощью частиц вакуума в  
комплексном пространстве

Якубовский Е.Г.

e-mail [yakubovski@rambler.ru](mailto:yakubovski@rambler.ru)

## Предисловие .

В части первой описываются свойства частиц вакуума. На основании связи решений уравнения Шредингера и Навье-Стокса определена мнимая кинематическая вязкость вакуума. Зная кинематическую вязкость вакуума и плотность вакуума, можно определить свойства частиц, образующих кинематическую вязкость и плотность. Это новый уровень строения материи и полей, частицы вакуума образуют элементарные частицы, гравитационное и электромагнитное поле. При этом удалось описать свойства элементарных частиц, их энергию в атоме. Описана и интерференция элементарных частиц с помощью частиц вакуума. корпускулярные и волновые свойства элементарных частиц разделены границей - числом частиц вакуума в одном кванте энергии, описывающие данное явление. Построен новый метод решения уравнения Шредингера, на основе изучения свойств частиц вакуума. Получено взрывное решение уравнения Дирака. Решена задача рассеяния на произвольном потенциале, причем имеется несколько возможных вариантов рассеяния, причем в каждом варианте можно вычислить количества образовавшихся частиц, их угол рассеяния в системе центра инерции и плотность образовавшихся частиц, по которой можно определить массу рассеянных частиц.

Предложен алгоритм для заданного спина частицы определить ее массу. Причем масса зависит от степени когерентности ориентации спина и имеет счетное количество значений. Причем задействован механизм Хиггса. При равенстве нулю определителя происходит спонтанное нарушение симметрии и образуется счетное количество решений, выделяющих направление в конфигурационном пространстве. При неравенстве нулю определителя, существует только симметричное нулевое решение при отсутствии выбора направления.

Удалось объяснить с помощью квазичастиц сверхтекучесть бозонов и электронов путем образования пары. Квазичастицы образуются как экстремумы распределения Бозе и Ферми частиц по энергиям. Энергия квазичастиц считалась, из нелинейного уравнения, соответствующего экстремуму распределений, путем итераций, по релятивистской формуле со скоростью звука, вместо скорости света. Удалось вычислить параметры сверхтекучести, которые в книге Ландау Лифшица т.9.2 Теоретическая физика приведены как экспериментальные.

Вычислена диэлектрической проницаемости элементарных частиц, определяемой усреднением частиц вакуума. причем определена ее верхняя граница, которую диэлектрические тела не могут преодолеть. Определены и магнитные свойства парамагнетиков и ферритов с помощью теории Вейсса, где определены константы с помощью свойств частиц вакуума. Получен интересный результат. Свойства фазового перехода 2 рода сверхпроводников и ферритовые свойства эквивалентны. Имеется аналогичная граница сверхпроводящего перехода 2 рода и точка Кюри у ферритов. Эти понятия эквивалентны. Но при повышении этой критической температуры, предельная намагниченность уменьшается, т.е. существует температура фазового перехода второго рода, или температура Кюри, когда намагниченность максимальна.

Вторая часть посвящена использованию комплексного пространства. Но пространство микромира комплексное, мнимая часть координат соответствует среднеквадратичному отклонению процесса, а действительная часть среднему значению. При больших значениях решений нелинейных уравнений, они становятся комплексными. Т.е. описываются вероятностным образом. Вернее, при комплексных значениях координат положения равновесия, когда они сводятся к бесконечной, нелинейной системе автономных дифференциальных уравнений. Решения уравнения Навье – Стокса в турбулентном режиме

является комплексным, где квадрат мнимой части описывает дисперсию. Если непосредственно усреднять решение уравнения Навье – Стокса, то получится больше неизвестных, чем уравнений. Комплексное решение позволяет справиться с этой проблемой. Кроме того, турбулентное решение в действительной плоскости быстро стремится к бесконечности, а комплексное решение конечно. При этом аналогия между уравнением Шредингера и Навье – Стокса определяет комплексное решение уравнения Навье - Стокса.

Комплексное решение имеет множество приложений, это описание процесса детонации, образование пузырей с паром при кипении, описание свойств жидкости и газа, где используется понятие мнимой обратной решетки, что позволяет объяснить способность жидкости занять конечный объем, газа занять весь объем, и иметь нулевую плотность на бесконечности. Учет гравитационного поля Земли не позволяет это сделать, на бесконечности радиуса плотность стремится к конечной величине. Учет комплексной скорости потока изменяет некоторые понятия термодинамики.

С помощью эффективной, комплексной постоянной Планка удалось вычислить энергию фазового перехода из жидкого в газовое состояние, из твердого в жидкое состояние. Удалось также вычислить кинематическую вязкость разреженного газа.

Изучены свойства спина, показано, что момент инерции вращений спина образует сферу, с мнимым поперечным радиусом, что означает колебание радиуса, при его постоянной дисперсии.

Вычислена собственная энергия системы в комплексном пространстве со скалярным полем. Для этого понадобилось переопределить гамильтониан, и вместо комплексно сопряженных волновых функций использовать квадрат волновой функции. Тогда перенормировки отсутствуют. В противном случае

может возникнуть отрицательный модуль числа, что невозможно и требуется перенормировка.

Кроме того, показано, что имеется счетное количество радиационных поправок, т.е. поле вблизи нулевого радиуса не описывается одной функцией, а имеется счетное количество разных функций.

Доказано с помощью мнимого электромагнитного и действительного гравитационного поля, что векторный потенциал не имеет произвольных решений, и произвольная функция при определении потенциала определяется малой массой элементарных частиц. Стандартная модель справедлива только для больших скоростей, а при малых скоростях она дает результат с большой относительной ошибкой. При этом изучены свойства гравитационного поля, не определяться потенциалом Лиенара-Вихерта, и, следовательно, не иметь волнового решения, убывающего как  $1/r$  и, следовательно, излучение пропорционально изменению массы, а не третьей производной по времени от квадрупольного момента.

С помощью комплексных координат решается проблема энергии многоатомной молекулы. Для чего расстояние между атомами, входящими в состав молекулы надо сделать комплексным, пульсирующим. При этом наблюдается одна общая энергия всех атомов.

## Оглавление

### Часть 1. Использование свойств частиц вакуума

Глава 1. Свойства частиц вакуума описывать гравитационное и электромагнитное поле.....	9
1.1. Связь волновой функции элементарных частиц со скоростью частиц вакуума.....	10
1.2 Размер и масса частиц вакуума.....	23
1.3. Физический смысл напряженности электромагнитного поля.....	32
1.4. Физический смысл комплексного пространства.....	43
1.4.1 Образование комплексных координат, описывающих пульсирующее решение.....	43
1.4.2 Определение колеблющейся пульсирующей функции координат перемещения потока.....	44
1.4.3 Трехмерное комплексное пространство.....	45
1.5. Физический смысл уравнения ОТО.....	48
Глава 2. Определение критического количества частиц вакуума, являющегося границей между проявлением корпускулярных и волновых свойств частиц.....	68
Глава 3. Новый метод решения уравнения Шредингера.....	75
Глава 4. Взрывное решение уравнения Дирака.....	81
Глава 5. Рассеяние на произвольном потенциале с учетом образования новых частиц при вычисляемом угле рассеяния.....	89

<b>Глава 6. Верхний и нижний предел массы элементарных частиц.....</b>	<b>98</b>
<b>6.1 Определение хаотической и когерентной части диполей.....</b>	<b>103</b>
<b>Глава 7. Вычисление диэлектрической проницаемости элементарных частиц и их магнитных свойств.....</b>	<b>109</b>
<b>Глава 8. Формула для энергии звуковых квазичастиц.....</b>	<b>120</b>
<b>8.1 Формула для энергии квазичастиц и их свойства.....</b>	<b>121</b>
<b>8.2 Частицы вакуума, обладающие свойствами сверхтекучей фазы явления сверхтекучести.....</b>	<b>128</b>
<b>Часть 2. Использование комплексного пространства при описании физических явлений.....</b>	<b>132</b>
<b>Глава 9. Описание детонационных процессов в газообразных средах с помощью решения уравнений гидродинамики.....</b>	<b>132</b>
<b>9.1. Решение уравнения Навье – Стокса при асимптотике значения температуры, равной константе.....</b>	<b>134</b>
<b>9.2. Энергетическое уравнение и его решение.....</b>	<b>143</b>
<b>9.3. Образование ударной волны.....</b>	<b>154</b>
<b>9.4. Описание спиновой детонации с помощью квантов звуковых волн.....</b>	<b>157</b>
<b>Глава 10. Использование комплексных параметров.....</b>	<b>174</b>
<b>10.1 Комплексный объем двухфазной системы.....</b>	<b>174</b>
<b>10.2 Комплексная обратная решетка.....</b>	<b>176</b>
<b>10.3 Термодинамика с точки зрения комплексной скорости.....</b>	<b>178</b>
<b>Глава 11. Описание фазовых переходов с помощью решения уравнения Шредингера для вязкой жидкости.....</b>	<b>182</b>
<b>11.2 Кинематическая вязкость разреженного газа.....</b>	<b>195</b>

<b>Глава 12. Формирование спина элементарных частиц.....</b>	<b>198</b>
<b>Глава 13. Перенормировки и комплексное пространство.....</b>	<b>207</b>
<b>13.1. Описание необходимости комплексного пространства.....</b>	<b>208</b>
<b>13.2. Упрощение вычислений в комплексном пространстве.....</b>	<b>207</b>
<b>Глава 14. Счетное количество комплексных радиационных поправок</b>	<b>219</b>
<b>Глава 15. Точность аппроксимации калибровочных производных в стандартной модели.....</b>	<b>223</b>
<b>Глава 16. Определение теплоты химических реакций.....</b>	<b>254</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>257</b>



## Часть 1. Использование свойств частиц вакуума

### Глава 1. Свойства частиц вакуума описывать гравитационное и электромагнитное поле

#### Аннотация

Уравнение квантовой механики описывают волновую функцию, квадрат модуля которой, умноженный на приращение координат, равен вероятности данного состояния. Оказывается, что уравнения квантовой механики эквивалентны уравнению движения Ньютона, записанного для непрерывной среды в форме уравнения Навье - Стокса. Имеется связь между скоростью частиц вакуума и волновой функцией, описывающей этот же процесс  $V_l = -\frac{i\hbar}{m}\nabla_l \ln \psi$ , где  $V_l$  определяемая из уравнения Навье – Стокса скорость частиц вакуума, а  $\psi$  волновая функция системы, определяемая из уравнения Шредингера. В локальной системе координат решение уравнения Шредингера записывается в виде

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\{-i(E\Delta t - \mathbf{p}_0\Delta\mathbf{r})/\hbar\}[1 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^3],$$

откуда  $\mathbf{V} = -\frac{i\hbar}{m}\nabla \ln \psi = \mathbf{p}_0/m[1 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2]$ . Поведение каждой частицы вакуума в отдельности описывают уравнения Навье – Стокса и уравнение Шредингера. Причем квантовая механика также описывает вероятностным образом элементарные частицы, образовавшиеся в результате взаимодействия частиц вакуума. Частицы вакуума гораздо мельче, чем элементарные частицы,

причем их совокупность описывается волновой функцией. Т.е. в некотором смысле они образуют элементарные частицы, которые вероятностным образом описываются уравнением квантовой механики. При этом понятны реакции, происходящие между элементарными частицами, это перестройка решения задачи  $N$  тел или уравнения Навье – Стокса из одного вида решения в другое. При этом квантовые числа уравнений квантовой механики и уравнения Навье - Стокса сохраняются. При этом для частиц вакуума, описываемых непрерывной средой вводится понятие линии тока, для турбулентного режима координаты линий тока являются пульсирующими. Степень пульсации определяет мнимая часть комплексной скорости. Дискретность энергии счетного количества решений уравнения Навье - Стокса для турбулентного режима, доказана в [1]. Кроме того, в [1] доказано, что турбулентное решение является комплексным.

Кроме того, частицы вакуума описывают физический смысл напряженности электромагнитного поля и метрического тензора ОТО. Точно также как материальные тела изменяют свойство пространства, изменяя его диэлектрическую и магнитную проницаемость, частицы вакуума изменяют свойства пространства, из декартового делают его римановым, с отличающейся от декартова пространства метрикой, другим поведением времени в разных системах отсчета.

### **1.1. Связь волновой функции элементарных частиц со скоростью частиц вакуума.**

Опишем систему частиц вакуума как непрерывную среду, подчиняющуюся уравнению Навье – Стокса. Для модели разреженного газа с

малой скоростью движения, моделирующей свойства вакуума, справедливо уравнение Навье - Стокса.

$$\frac{\partial V_l}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_l}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\rho \partial x_l} + \nu \Delta V_l.$$

Причем кинематическая вязкость вакуума считаем равной

$$\nu = i \frac{\hbar}{2m}. \quad (1.1.1)$$

При этом скорость потока мельчайших частиц вакуума равна  $V_l = -\frac{i\hbar}{m} \nabla_l \ln \psi$ , где  $\psi$  волновая функция системы. При этом, решение уравнения Навье - Стокса должно удовлетворять условию  $\frac{\partial V_l}{\partial x_k} - \frac{\partial V_k}{\partial x_l} = 0, \text{rot} \mathbf{V} = 0$ . Для выполнения этого условия решение уравнения Навье - Стокса должно удовлетворять условию  $V_l = V(x^1 + x^2 + x^3) g_l(x_l) + h_l(x_l)$ . Т.е. получается, что решение уравнения Шредингера, это частный случай решения уравнения Навье - Стокса.

Покажем, что скорость частицы, описываемая законом движения Ньютона для жидкости, непосредственно связана с волновой функцией, описываемой квантовой механикой. Подставим это значение скорости в уравнение Навье - Стокса

$$\frac{\partial i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \frac{\partial \nabla \ln \psi}{\partial x_l} = \frac{i\hbar}{2m} \frac{\partial^2 i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi}{\partial x_l^2} + \nabla \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt.$$

Где интеграл берется вдоль линии тока частиц  $V_k dt = dx_k$ ,

$$\int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = \int_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)}^{(x_1, x_2, x_3)} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} dx_k. \quad \text{Причем частная производная от этого}$$

интеграла вдоль линии тока, равна

$$\frac{\partial}{\partial x_l} \int_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)}^{(x_1, x_2, x_3)} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} dx_k = \frac{d}{V_l dt} \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = \frac{\partial p}{V_l \rho \partial x^k} V_k = \frac{dp}{V_l \rho dt} = \frac{\partial p}{\rho \partial x^l}$$

Это уравнение можно записать в виде

$$\nabla \left[ \frac{\partial i \frac{\hbar}{m} \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2} \left( \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \right)^2 / 2 + \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} - \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt \right] = 0.$$

Проинтегрируем градиент, получим

$$i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m^2} \left( \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \right)^2 = - \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = - \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + U / m.$$

Умножим на массу  $m\psi$ , перенесем второй член в правую часть, получим

$$\text{уравнение Шредингера, причем справедливо } \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_l^2} = \psi \left[ \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + \frac{1}{\psi^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_l} \right)^2 \right]$$

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} &= - \frac{\hbar^2}{2m} \psi \left[ \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + \frac{1}{\psi^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_l} \right)^2 \right] + \psi \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = \\ &= - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_l^2} + U\psi; U = m \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt \end{aligned}$$

Для скорости частиц вакуума получено уравнение Шредингера, причем волновая функция этого уравнения связана со скоростью частиц

соотношением  $V_l = - \frac{i\hbar}{m} \nabla \ln \psi$  или  $\psi = c \exp(i \int m V_l dx_l / \hbar)$ , где потенциал равен

$$U = m \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = m \int_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)}^{(x_1, x_2, x_3)} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} dx_k. \text{ Решение можно представить в виде}$$

локальной плоской волны

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp[-i(E\Delta t - \mathbf{p}_0 \Delta \mathbf{r}) / \hbar][1 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^3].$$

Эта формула является решением уравнения Шредингера в окрестности точки  $\mathbf{r}_0$  и при подстановке  $\psi$  в этом виде в уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_l^2} + U_0 \psi + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \psi$$

Получаем равенство

$$E\psi = \left[ \frac{p_0^2}{2m} + U_0 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \right] \psi + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \psi$$

Это уравнение сводится к тождеству  $E = \frac{p_0^2}{2m} + U_0$ . А величина скорости равна

$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{p}_0}{m} + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2$  в окрестности точки  $\mathbf{r}_0$ . Равенство  $V_l = -\frac{i\hbar}{m} \nabla_l \ln \psi$ , можно

представить в виде  $p_{lk} \psi_k = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi_k}{\partial x^l}$ , где  $p_{lk}$  импульс  $k$  состояния частицы,

откуда имеем определение оператора импульса  $p_l = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x^l}, l = 1, \dots, 3$ . Волновую

функцию суперпозиции состояний можно представить в виде  $\psi = \sum_k a_k \psi_k$ , где

$\psi_k$  собственная функция разных состояний. При умножении волнового числа на константу, собственное число не меняется. Значит, не меняется и импульс частиц вакуума. В результате, измерения получится одно из собственных чисел  $p_{lk}$ , определяющих одно из состояний, в силу ортогональности собственных функций. В самом деле, имеем, умножая на величину  $\psi_p$ ,

$\psi = \sum_k \psi_k$  уравнение  $p_{lk} \psi_k \psi_p^* = \psi_p^* \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi_k}{\partial x^l}$  при условии  $k \neq p$  волновые

функции ортогональны, значит и правая часть ортогональна. В сумме по индексу  $k$  останется только член  $p_{lp}\psi_p\psi_p^* = \psi_p^* \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi_p}{\partial x^l}$ , значит, реализуется только одно из состояний с индексом  $p$ . Т.е. импульс частиц вакуума является собственным числом оператора импульса.

Имеем формулу  $\sum_p p_{lp}\psi_p\psi_p^* = P_l \sum_p \psi_p\psi_p^* = \sum_p \psi_p^* \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi_p}{\partial x^l}$ , т.е.

определенная таким образом величина  $P_l$  является средним значением величины импульсов. Беря интеграл  $P_l = \sum_p p_{lp}w_p / \sum_p w_p = \sum_p p_{lp}w_p$ , где

величина  $w_p$  вероятности одного из данных состояний  $w_p = \int \psi_p^* \psi_p dV = a_p^* a_p$ .

Причем на языке квантовой механики величина  $\psi_p\psi_p^*$  это плотность вероятности состояния  $p_{lp}$ . Причем

$2i \operatorname{Im} P_l \psi_p \psi_p^* = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi_p^* \psi_p}{\partial x^l}$ ;  $\operatorname{Im} P_l = -\hbar \frac{\partial \ln \sqrt{\psi_p^* \psi_p}}{\partial x^l}$ . При этом правая часть

положительна в случае возрастающей функции  $\ln \sqrt{\psi_p^* \psi_p}$  и определяет мнимую часть импульса. Волновая функция оператора мнимой части импульса равна  $\sqrt{\psi_p^* \psi_p}$ . Но в результате получился не эрмитов оператор, так как он определяет мнимую часть импульса. Оператор

$\operatorname{Re} P_l = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \ln \sqrt{\psi_p / \psi_p^*}}{\partial x^l} = \hbar \frac{\partial \arg \psi_p}{\partial x^l}$ , определяет действительную часть импульса, причем волновая функция равна  $\exp(i \arg \psi)$ .

Или имеем собственное нулевое значение  $\operatorname{Im} P_l$  с волновой функцией  $\sqrt{\psi_p \psi_p^*}$ . При этом  $\int \psi_p \psi_p^* dV = a_p^* a_p$ , а модуль  $\psi_p \psi_p^* \neq a_p^* a_p$ , т.е. собственное значение  $\operatorname{Im} P_l$  обязательно реализуется, в случае, если модуль волновой

функции не константа. Причем на языке квантовой механики волновая функция, полученная в результате измерения собственного значения  $\text{Im } P_l$ , равна функции  $\sqrt{\psi_p \psi_p^*}$ . При этом волновая функция комплексного импульса

равна  $p_l = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial(\ln \sqrt{\psi_p \psi_p^*} + i \arg \psi)}{\partial x^l} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x^l}$  в случае, если пространство

действительно. В случае комплексного пространства имеем

$p_l = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x^l} = \frac{\hbar}{2i} \left( \frac{\partial \ln \psi}{\partial \text{Re } x^l} - i \frac{\partial \ln \psi}{\partial \text{Im } x^l} \right)$ . Причем действительная и мнимая часть

равна  $\text{Re } p_l = \frac{\hbar}{2} \left( \frac{\partial \arg \psi}{\partial \text{Re } x^l} - \frac{\partial \ln \sqrt{\psi \psi^*}}{\partial \text{Im } x^l} \right)$ ,  $\text{Im } p_l = -\frac{\hbar}{2} \left( \frac{\partial \ln \sqrt{\psi \psi^*}}{\partial \text{Re } x^l} + \frac{\partial \arg \psi}{\partial \text{Im } x^l} \right)$ .

Введем понятие локального импульса среды по формуле  $p_l = -i\hbar \nabla_l \ln \psi$ , где величина  $\psi$  волновая функция электрона. Для атома водорода она равна  $\psi = R_{kl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi)$ . При этом, используя локальный импульс среды можно записать решение уравнения Шредингера в виде

$$\psi = \exp[-i(E\Delta t - p_l \Delta x^l)] [1 + O(\Delta x^l)^3].$$

Если локальный импульс действителен, то плотность вероятности равна константе, что определяет действительное значение импульса. Но плотность вероятности в общем случае и в частности в атоме водорода не константа, значит, энергия и импульс имеют комплексное значение. Тогда плотность вероятности зависит от координат. Если энергия и импульс являются комплексными, это означает комплексность координат и времени.

При этом в свободном пространстве энергия и импульс действительны, так как плотность вероятности равна константе. Наличие поля делает пространство комплексным.

Величина  $\psi \psi^*$  пропорциональна плотности среды, что следует из уравнения неразрывности (1.1.2), полученного из уравнения Шредингера.

Имеем формулу для плотности скорости частиц разной плотности и скорости или потока частиц  $\sum_k \rho_k V_k = \sum_k \psi_k \psi_k^* V_k$ . Заменяя величину скорости другим параметром, получим определение средней плотности параметра, состоящего из частицы, имеющей разные свойства  $\sum_k \psi_k \psi_k^* \lambda_k$ . Таким образом, определим среднее значение параметров, а в квантовой механике величине плотности  $\psi_k \psi_k^*$  придается значение вероятности состояния.

При этом, можно построить оператор момента импульса по формуле для момента импульса  $\mathbf{L} = [\mathbf{r}, \mathbf{p}]$ , причем собственное число момента импульса совпадает с моментом импульса частиц вакуума. Причем имеет место  $[\mathbf{L}_i, \mathbf{p}_k] = e_{ikl} \hbar \mathbf{p}_l$ . Откуда не сложно определить правила коммутации  $[\mathbf{L}_i, \mathbf{L}_k] = e_{ikl} \hbar \mathbf{L}_l$ . Аналогично устанавливается, что оператор квадрата модуля моментов импульса коммутирует с оператором проекций момента импульса.

Получается, что скорость частиц среды определяется градиентом логарифма волновой функции, откуда следует уравнение Шредингера.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U \psi.$$

Покажем, что уравнение Шредингера определяет уравнение неразрывности. Для этого запишем уравнение Шредингера

$$i\hbar \psi \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \psi \Delta \psi + U \psi^2.$$

Вычтем из первого уравнения второе, получим

$$i\hbar \frac{\partial \psi^2}{2\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \psi \Delta \psi + U \psi^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \operatorname{div}(\psi \nabla \psi) + \frac{\hbar^2}{2m} (\nabla \psi)^2 + U \psi^2.$$

Получим равенство



$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi^2}{2\partial t} &= \frac{i\hbar}{2m} \operatorname{div}(\psi \nabla \psi) - \frac{i\hbar}{2m} (\psi \nabla \ln \psi)^2 + U \psi^2 / i\hbar. = \\
&= \frac{\hbar}{2m} \operatorname{div}[\psi^2 (i \nabla \ln \psi)] - \frac{i\hbar}{2m} (\psi \nabla \ln \psi)^2 + \psi^2 / i\hbar = \\
&= -\operatorname{div}(\psi^2 \mathbf{V}) / 2 + \frac{\psi^2}{i\hbar} (-mV^2 / 2 + U), \quad (1.1.2) \\
\frac{\partial \psi^2}{\partial t} + \operatorname{div}(\psi^2 \mathbf{V}) - i \frac{\psi^2}{\hbar} 2E_{nl} &= 0 \\
\mathbf{V} = -i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi; E_{nl} &= -mV^2 / 2 + U
\end{aligned}$$

Т.е. получаем уравнение неразрывности потока с плотностью  $\psi^2$  и соответствующей скоростью потока с дополнительным мнимым членом, зависящим от энергии частиц. Значит член  $-mV^2/2 + U = E_{nl}$  равен собственной энергии частиц. Так как скорость частиц в атоме водорода мнимая, получаем положительную кинетическую энергию. Скорость частиц вакуума, мнимая  $\mathbf{V} = -i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi$ , так как волновая функция действительна.

При переходе на другой уровень собственной энергии рождается фотон и возможно другие элементарные частицы.

Причем величина  $\psi^2$  играет роль плотности среды. А величина скорости равна  $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{p}_0}{m} + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ . Получается, что скорость частиц среды определяется градиентом логарифма волновой функции.

При этом возникает идея определения плотности тел с помощью волновой функции. Для этого необходимо определить коэффициент пропорциональности у квантовой плотности вращающейся частицы – электрона. Если определить плотность электрона  $\psi^* \psi \rho_e$ , где величина  $\rho_e$  плотность вещества, атомы которых исследуются, то при интегрировании по части пространства квадрата модуля волновой функции получится величина меньше единицы, и окажется, что получится величина плотности вещества.

Электрону соответствует радиус  $r = a_0$ , где  $a_0$  это радиус Бора. При этом удаленной точке соответствует знак  $r = \infty$ . Относительно электрона атом и удаленная точка лежат по разную сторону сферической области, образующей облако электронов.

При этом основному состоянию атома соответствует нормированная волновая функция  $\psi = 2\exp(-r)$ . Значит, плотность данного вещества выражается через

плотность электрона  $\rho_e = \frac{3m_e}{4\pi r_e^{3/2} a_0^{3/2}}$ , где согласно формуле (1.1.3) имеем

$$\text{значение радиуса электрона } r_e = \frac{c}{\omega} = \frac{\hbar}{2mc} = 1.931 \cdot 10^{-11} \text{ cm}.$$

Плотность данного вещества равна  $\rho = \rho_e \int_V |\psi|^2 dV$ , при этом вклад ядра мал в связи с наличием орбитального момента у основных элементов таблицы Менделеева, и значит равенства нулю вклада волновой функции, равного  $r^2 |\psi|^2 = r^{2(l+1)}$  при радиусе, равном нулю, т.е. волновая функция ядра равна нулю и ядро в определении плотности атома не участвует. Кроме того, волновая функция при условии  $r < 1/Z$ , где  $Z$  заряд ядра, пропорциональна  $1/Z^2$  см. [6].

$$\rho_e \int_0^{a_0} 4\exp(-2r)r^2 dr = \rho_e [1 - (2a_0^2 + 2a_0 + 1)\exp(-2a_0)] = \rho(A)$$

Где  $a_0$  безразмерный размер атома элемента с массовым числом  $A$ , для атома водорода он равен единице. Где  $\rho$  плотность данного вещества, вычисленная в размерности  $g/cm^3$ . Вычисленная на основании этой формулы плотность электрона отражена на графике натурального логарифма подсчитанной плотности в зависимости от массового числа  $A$  элемента таблицы Менделеева



Величина  $f(A) = \lg \frac{\rho(A)}{\rho_e \int_0^{a_0} 4 \exp(-2r) r^2 dr} = 0$  должна равняться нулю.

Отклонения графика определяются не применимостью волновой функции атома водорода для расчета других элементов таблицы Менделеева и неточностью определения размера атома каждого элемента.

Вычислим, какова скорость собственного вращения квантовой частицы и каков ее размер. Для этого подсчитаем момент инерции электрона при его волновой функции

$$\begin{aligned} \psi &= \exp(-\alpha w \cdot \sqrt{x^2 + y^2} / c + iw \sqrt{x^2 + y^2} / c + iEt / \hbar) = \\ &= \exp(-\alpha w \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \sin \theta / c + iw \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \sin \theta / c + iEt / \hbar) \end{aligned}$$

Где параметр  $\alpha$  определяется из численного эксперимента и оказывается равным нулю. Механический момент импульса определяет оператор спина

элементарной массы сферического объема частицы  $\hat{dJ} = \left( \frac{wr^2 dm}{\sqrt{1 - \frac{w^2 r^2 \sin^2 \theta}{c^2}}} \right) c$

собственным значением  $\hat{dJ} \psi = \frac{wr^2 dm}{\sqrt{1 - \frac{w^2 r^2 \sin^2 \theta}{c^2}}} \psi$ . При этом при

суммировании по объему частицы, получим  $\hat{h}s\psi = \pm \frac{\hbar}{2}\psi$ , равным  $mcr = \hbar/2$ , что докажем в дальнейшем, где  $r$  радиус сферической частицы. При этом при изменении направления импульса частицы спин сохраняется вдоль импульса частицы. Это свойство называется спиральностью. Поэтому оператор спина не равен  $\mathbf{J} = [\mathbf{r}, [\mathbf{w}, \mathbf{r}]] = \mathbf{w}r^2 - \mathbf{r}(\mathbf{w}, \mathbf{r})$ , а предполагается  $\mathbf{r}(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = 0$ , что справедливо так как

$$r^2 \langle \mathbf{e}_l(\mathbf{w}_k, \mathbf{e}_k) \rangle = r^2 w \langle \mathbf{e}_l \cos(\mathbf{w}_k, \mathbf{e}_k) \rangle = r^2 w \langle \mathbf{e}_l \rangle \text{const} = 0.$$

Согласно свойству спина частицы, проекция спина на произвольную ось имеет постоянное полу целое значение, т.е. имеем  $\cos(\mathbf{w}_k, \mathbf{e}_k) = \text{const}$ , значит, усреднение второго члена векторного произведения сводится к усреднению радиуса частицы по углам и равно нулю. Когда спин на определенной оси определен и, допустим, равен  $1/2$ , вероятность проекции спина на расположенную под углом ось равна  $w_+ = \cos^2 \theta/2$ ,  $w_- = \sin^2 \theta/2$  см. [6], но в данном случае спин не определен.

Получили мнимое значение потенциала внутри частицы при энергии равной  $E = \sqrt{m^2 c^4 + \hbar^2 w^2}$ ,  $\alpha = 0$ . Спин электрона равен  $\hbar/2$ . При этом радиальная скорость среды равна нулю, частицы вакуума вращаются с угловой скоростью  $w \sin \theta$

$$\begin{aligned} \hbar/2 = J &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{c/w} \rho r^2 |\psi|^2 \frac{w \cdot r^2}{\sqrt{1 - \frac{w^2 r^2 \sin^2 \theta}{c^2}}} \sin \theta dr d\theta d\varphi = \\ &= 2\pi \int_0^\pi \int_0^1 \rho x^2 |\psi|^2 \frac{c^5}{\omega^4} \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \theta}} \sin \theta dx d\theta = \\ &= 2\pi \int_0^1 \rho \cdot \frac{c^5}{w^4} \frac{x^4}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \theta}} \exp(-2\alpha x) \sin \theta d\theta dx = 2\pi \rho \cdot \frac{c^5}{w^4} f(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m &= \int_0^{c/w} \rho 4\pi r^2 |\psi|^2 dr = \int_0^1 \rho 4\pi r^2 \exp(-2\alpha wr/c) dr = \\
&= 4\pi\rho(w/c)^{-3} \int_0^1 x^2 \exp(-2\alpha x) dx = \delta(\alpha) 4\pi\rho(w/c)^{-3}
\end{aligned}$$

Где функция  $1/\sqrt{1-x^2}$  имеет интегрируемую особенность. Величины  $\delta(\alpha)$ ,  $f(\alpha)$  в случае действительного аргумента убывающие положительные функции. Подставляя вычисленную плотность электрона, получим

$$\hbar = 4\pi \frac{c^5}{w^4} f(\alpha) \frac{m(w/c)^3}{4\pi\delta(\alpha)} = \frac{c^2 m}{w} f(\alpha) / \delta(\alpha)$$

Получаем уравнение

$$\frac{f(\alpha)}{\delta(\alpha)} = \frac{\hbar w}{mc^2}.$$

Так как  $f(\alpha)$  убывающая положительная функция положительного аргумента, а величина  $\delta(\alpha)$  убывающая функция, имеется максимум отношения этих функций. Откуда определим частоту вращения электрона.

$$f(\alpha_{\max}) / \delta(\alpha_{\max}) = \frac{\hbar w}{mc^2}.$$

В результате вычисления интеграла на алгоритмическом языке Mathcad получено максимальное значение при условии  $\alpha_{\max} = 0$ , а для отношения

получено значение  $\frac{\hbar w}{mc^2} = 2 \pm 10^{-14}$ , т.е. энергия частицы определяется по

формуле  $E = mc^2 = \hbar w / 2$ , при размере электрона, равном

$$r_e = \frac{c}{w} = \frac{\hbar}{2mc} = 1.931 \cdot 10^{-11} \text{ cm}, \quad (1.1.3)$$

при определении с помощью ОТО электромагнитного радиуса электрона, равного величине  $r_{ge} = 2e^2 / mc^2 = 5.63 \cdot 10^{-13}$ . Угловая скорость собственного вращения частиц вдвое больше их комптоновской частоты.

Зная величину частоты вращения электрона, можно определить его максимальный радиус  $c/w = \hbar/(2mc)$ . Так как частицы рассматриваются сферическими, максимальный радиус совпадает с радиусом сферы. Справедлива формула для собственного значения оператора спина частицы  $\hbar/2 = mcr$ , где определен радиус частицы, равный  $r = c/w$ .

Определим потенциал, соответствующий данной волновой функции. Для этого воспользуемся уравнением Клейна-Гордона.

$$\left(-i\frac{\hbar}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{e\varphi_e}{c}\right)\left(-i\frac{\hbar}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{e\varphi_e}{c}\right)\psi + \hbar^2\Delta\psi = m^2c^2\psi.$$

Подстановка волновой функции приводит к уравнению по определению потенциала и собственной энергии частицы (причем в результате вычислений получим  $\alpha = 0$ ).

$$\begin{aligned}\hbar^2\frac{\Delta\psi}{\psi} &= \hbar^2\left(\frac{3iw}{cr} - \frac{w^2}{c^2}\right) = \\ &= m^2c^2 - \frac{(E + e\varphi_e)^2}{c^2} = m^2c^2 - \frac{(E + U)^2}{c^2}.\end{aligned}$$

Т.е. потенциальную энергию, которая определяется с точностью до начальных условий, и которая определится из уравнения  $\frac{U^2 + 2UE}{c^2} = \frac{3iw}{cr}\hbar^2$  и собственное значение энергии  $E^2 = m^2c^4 - \hbar^2w^2\alpha^2 + \hbar^2w^2$ , причем в результате вычислений получено значение  $\alpha = 0$ , т.е. поле внутри частиц определяется из квадратного уравнения

$$U = -E + \sqrt{E^2 + 3i\hbar^2wc/r} = \frac{3i\hbar^2wc}{2Er}$$

Собственное значение энергии частицы равно  $E = \sqrt{m^2c^4 + \hbar^2w^2}$ .

## 1.2 Размер и масса частиц вакуума

Кинематической вязкости вакуума  $\nu$ , полученной из предположения (1.1.1) соответствует формула

$$\nu = i \frac{\hbar}{m_\gamma} = \Lambda i c, \quad (1.2.1)$$

где получается, что длина свободного пробега  $\Lambda$  выражается через массу частицы вакуума (кинематическая вязкость газа равна  $\nu = c\Lambda$ ). При этом окажется, что вычисленная далее по тексту масса частицы вакуума равна  $m_\gamma = 2.29 \cdot 10^{-67} \text{ g}$ .

$$\Lambda = \frac{\hbar}{m_\gamma c},$$

что позволяет оценить длину свободного пробега, которая будет определена по массе частицы, равна величине  $\Lambda = 1.2 \cdot 10^{29} \text{ cm}$ . Т.е. вакуум является разреженным газом с большой длиной свободного пробега и мнимой кинематической вязкостью. При этом группируясь в элементарные частицы, плотность его возрастает, мнимая кинематическая вязкость надо разделить на величину  $m_e / m_\gamma$ , длина свободного пробега уменьшается, так как играет роль масса элементарных частиц, и он приобретает действительную кинематическую вязкость с малой длиной свободного пробега с учетом скорости возмущения. Длина свободного пробега в газах, жидкости и твердом теле разная. При этом в газах скорость возмущения равна скорости звука, а в жидкости и твердом теле скорости света. При этом формула для кинематической вязкости

$$\Lambda < V > (1 - \alpha) / 3 + i\hbar\alpha / m, \alpha = \frac{\exp[-\frac{\hbar^2}{(m_e\Lambda < V >)^2}]}{\exp[-\frac{\hbar^2}{(m_e\Lambda < V >)^2}] + \exp[-\frac{(m_e\Lambda < V >)^2}{\hbar^2}]};$$

Для разреженного газа длина свободного пробега  $\Lambda$  велика и вязкость становится мнимой, для малой длины свободного пробега получаем действительную вязкость. Вязкость разреженного газа пропорциональна плотности, а для малой длины свободного пробега от плотности практически не зависит, так как длина свободного пробега обратно пропорциональна плотности. Скорость возмущения в газах равна скорости звука, а в твердых телах и в жидкости скорости света. В твердых телах и жидкости вместо длины свободного пробега надо использовать характерный размер см. [8].

Но мнимая кинематическая вязкость вакуума огромна  $\nu = i\hbar / m_\gamma = i \frac{10^{-27}}{2.29 \cdot 10^{-67}} = 5 \cdot 10^{39} \text{ cm}^2 / \text{sec}$ . Вязкость вакуума равна

$\mu = \rho_\gamma \nu = 5 \cdot 10^{10} \frac{\text{g}}{\text{cmsec}}$ , что сравнимо с вязкостью твердого тела. Где величина

$\rho_\gamma = 10^{-29} \text{ g/cm}^3$  плотность вакуума. Вязкость железа при температуре  $30^\circ\text{C}$  равна  $\mu = 14 \cdot 10^{10} \frac{\text{g}}{\text{cmsec}}$ , см. [3], стр.37.

Используется для скорости движения возмущения средний квадрат этой скорости, который равен скорости света. Вакуум состоит из диполей, образованных электрон-позитронными парами.

При этом позитроний не стабилен, что следует из его описания как водородоподобной системы, состоящей из электрона и его античастицы, позитрона. Но при энергии позитрония, равной  $7.66 \cdot 10^{-47} \text{ erg}$ , позитроний является стабильной частицей. Эта энергия частицы соответствует сближению



электрона и позитрона и образованию диполя. При этом энергия позитрония изменится, определяясь по формуле  $e^2 l_\gamma / [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]^2$  вместо величины  $e^2 / r$ , следовательно, волновая функция позитрония изменится и, судя по энергии покоя позитрония, он в этом случае является стабильной частицей. При этом волновая функция вакуума будет представлять одну частицу с малой массой, определенной из дальнейших описаний. Возможен предельный переход при условии  $l_\gamma \rightarrow 0$ , в отличие от энергии электрона, у которого радиус конечен.

Источником массы электрона или позитрона является его электрическая энергия, равная  $m_e c^2 = e^2 / r_{ge}$ .

По мере уменьшения потенциальной энергии этой частицы, позитрония, электрон и позитрон сближаются на расстояние меньше их радиуса  $r_e$ , компенсируя заряды, образуя диполь. По порядку величины, эту связь можно записать в виде  $m_\gamma c^2 = e^2 l_\gamma / r_{ge}^2$ . Энергия этого диполя определяется по формуле

$$m_\gamma c^2 = eU_\gamma = e^2 \left( \frac{1}{r_{ge+}} - \frac{1}{r_{ge-}} \right) = e^2 \frac{r_{ge-} - r_{ge+}}{r_{ge-} r_{ge+}} = e^2 \frac{l_\gamma}{r_{ge}^2}.$$

При этом волновые функции зарядов пересекаются, но между их центрами есть расстояние  $l_\gamma$ . При рассмотрении взаимодействия положительного заряда с диполем, заряд которого эквивалентен отрицательному, и притягивается к положительному заряду и имеем неравенство  $r_{ge-} > r_{ge+}$ , т.е. величина энергии в правой части равенства положительна. При взаимодействии с отрицательным зарядом, диполь становится положительным, приближается к отрицательному заряду, и значит, имеем неравенство  $r_{ge+} > r_{ge-}$ .

$$m_{\gamma}c^2 = eU_{\gamma} = e^2 \left( \frac{1}{r_{ge-}} - \frac{1}{r_{ge+}} \right) = e^2 \frac{r_{ge+} - r_{ge-}}{r_{ge-}r_{ge+}} = e^2 \frac{l_{\gamma}}{r_{ge}^2}$$

При этом энергия диполя отрицательна, так как справедливо  $m_{\gamma}c^2 - e^2 \frac{l_{\gamma}}{r_{ge}^2} = 0$

.

Энергия фотона равна  $E = \hbar\omega(N + 1/2)$ . Но комптоновская частота фотона определяется по формуле  $E = \hbar\omega$ . Как же выйти из этого противоречия?

В произвольной системе отсчета скорость образовавшихся частиц - электрона и позитрона относительно центра инерции двух столкнувшихся

фотонов равна величине  $V/c = \sqrt{1 - \frac{m^2c^4}{\hbar^2\omega^2}}$ , см. [5] задача к §88, где  $\omega$  частота

фотона. Т.е. энергия электрона и позитрона равна  $\frac{2mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = 3mc^2$ . Причем

границе между корпускулярными и волновыми свойствами соответствует скорость  $V/c = \sqrt{5}/3$ , т.е.  $3mc^2 = 2\hbar\omega$ . На образование двух фотонов требуется аннигиляция электрон-позитронной пары, т.е. энергия  $2\hbar\omega$ . Куда же девается энергия твердого тела, равная  $3mc^2 - 2\hbar\omega = mc^2$ ? Переход от корпускулярных свойств к волновым, это фазовый переход между корпускулярным «твердым телом» и «газообразным» волновым объемом сопровождается выделением дополнительной энергии. Эта энергия и равна дополнительной величине энергии «твердого тела», которая переходит в энергию фазового перехода, добавляясь к энергии электромагнитной волны. Т.е. имеем равенство  $3mc^2 = 2\hbar\omega + \hbar\omega$ , где  $\lambda = \hbar\omega/2$  теплота фазового перехода, одного кванта света. Эта теплота нулевых колебаний кванта света.

Этот процесс объясняет преобразование высокочастотных колебаний в элементарные частицы с уничтожением нулевого колебания

электромагнитной волны. Но как быть с нулевыми колебаниями низкой частоты. При образовании частиц вакуума, так как их масса мала  $m_\gamma c^2 = \hbar\omega$  ликвидируются нулевые колебания низкой частоты. Причем масса частиц вакуума стремится к нулю, образуя все более мелкие частицы.

Величину  $r_\gamma = r_{ge}$  назовем образующим радиусом диполя. В случае атома водорода образующий радиус состоит из двух разных диполей, диполя, образующего электроном и позитроном, и диполя, образующего электронами и ядром атома. Средний эффективный радиус диполя равен  $r_\gamma = \sqrt{r_{ge} a_0}$ , где  $a_0$  это радиус Бора. В случае ядра атома, образующий радиус кварка равен  $r_\gamma = \sqrt{r_{ge} r_d}$ ,  $r_d = e^2 / (9m_d c^2)$  и образован двумя диполями, кварк и анти-кварк, электрон и позитрон. По образующему радиусу диполя определяются эффективные свойства частиц вакуума по формулам (1.2.4), (1.2.6).

Объяснить введение образующего радиуса частицы вакуума можно следующим образом. Формула для потенциала мультипольного момента имеет вид

$$U_k = \frac{e^2 l^k}{R_0^{k+1}} P_k(\cos \chi)$$

Формула для взаимодействия двух одинаковых мультиполей имеет вид

$$U_k = -\frac{e^2 l^k}{R_0^{k+1}} \sqrt{P_k(\cos \chi_1) P_k(\cos \chi_2)}$$

При этом окружность, в которой расположены эти углы делится на  $k$  частей. Площадь каждой части составляет  $1/k^2$  площади сферы. Итого имеем энергию взаимодействующих частиц надо умножить на величину  $1/k^2$ . Значит, имеем

$$\text{значение потенциала } (\sqrt{P_k(\cos \chi_1) P_k(\cos \chi_2)}) = \frac{1}{k^2}$$

$$U_k = -\frac{e^2 l^k}{k^2 R_0^{k+1}}.$$

Где энергия  $U_k$  соответствует энергии электрона в поле ядра атома.

Описание мультиполя с приближенной потенциальной энергий

$$\frac{e^2 l^k}{k^2 r^{k+1}} \cong \frac{e^2}{k^2 r} \left(\frac{l_\gamma}{a_0}\right)^k, \text{ можно представить, как величину заряда } e\sqrt{(l_\gamma/a_0)^k}$$

электрона, вращающегося в поле ядра с тем же зарядом. Радиус  $r_B$ , соответствующий радиусу Бора, полученный решением для атома водорода с таким зарядом  $e\sqrt{(l_\gamma/a_0)^k}$  ядра и электрона, равен

$$r_B = \frac{\hbar^2}{mq^2} \frac{m_\gamma}{m_e} = \frac{\hbar^2}{me^2} \left(\frac{a_0}{l_\gamma}\right)^k \frac{m_\gamma}{m_e} = 137^2 r_e \left(\frac{a_0}{l_\gamma}\right)^k \frac{m_\gamma}{m_e}.$$

Откуда энергия частицы вакуума, равна  $\frac{e^2}{k^2 r_B} = \frac{e^2 l_\gamma^k}{137^2 k^2 r_e a_0^k} \frac{m_e}{m_\gamma} = \frac{m_e c^2}{137^2 k^2}$ , откуда получаем формулу  $\frac{l_\gamma^k}{m_\gamma} = \frac{c^2}{e^2} r_\gamma^{k+1}$ , где

образующий радиус электронов в атоме водорода равен среднему геометрическому между радиусом Бора электрона  $a_0$  и электрическим

радиусом электрона  $r_e$ , т.е.  $r_\gamma = (a_0^k r_e)^{\frac{1}{k+1}}$ .

Аналогичный результат можно экстраполировать для протона с зарядом  $e\sqrt{l_\gamma/r_{ge}}$  частицы вакуума. Радиус ядра с зарядами  $e\sqrt{l_\gamma/r_{ge}}$  равен величине

$$r_A = \frac{\hbar^2}{137^2 m_u q_A^2} \frac{m_\gamma}{m_u} = \frac{\hbar^2}{137^2 m_u} \frac{r_{ge} m_\gamma}{27e^2/4 l_\gamma m_u} = \frac{e^2}{27m_u c^2/4} \frac{r_{ge} m_\gamma}{l_\gamma m_u} = \frac{r_u r_{ge} m_\gamma}{3l_\gamma m_u}.$$

Заряд протона в ядре  $q_A$  равен  $q_A = 3\sqrt{3}e/2$ . Этот заряд протона в ядре получен из равенства потенциальной энергии протона его значению кинетической энергии. Кроме того, получена красивая формула для

образующих нижнего и верхнего кварка. Энергия ядра равна  $\frac{q_A^2}{r_A} = \frac{3q_A^2 l_\gamma}{r_u r_{ge}} \frac{m_u}{m_\gamma}$ .

Откуда имеем, образующий радиус кварка, равен среднему геометрическому между размером кварка и электрическим радиусом электрона  $r_{\gamma u} = \sqrt{r_u r_{ge}} / 3$ ,

$r_{\gamma d} = 2\sqrt{r_d r_{ge}} / 3$  где величина  $r_u = \frac{4e^2}{9m_u c^2}$  размер кварка.

Сечение образовавшейся частицы вакуума в системе центра инерции при образовании диполя, со средним расстоянием между частицами, равным величине  $l_\gamma$ , состоящего из электрона и позитрона «радиуса»  $r_{ge}$ , равно по порядку величины

$$\sigma = (l_\gamma r_\gamma^k)^{\frac{2}{k+1}} = r_{eq}^2.$$

$\sigma$  сечение образования электрон-позитронной пары в виде диполя. Причем эквивалентный радиус частицы, состоящей из электрона и позитрона, равен  $r_{eq} = 3.97 \cdot 10^{-34} \text{ см}$ . Параметры  $l_\gamma$  определится из формулы (1.2.6), параметр

$r_\gamma = \frac{e^2}{m_\gamma c^2}$ , причем эти параметры вычислены в случае электрон, позитронной

пары. В этом случае  $m_\gamma = m_e$  равно массе электрона или позитрона.

Для связи длины свободного пробега  $\Lambda$  с концентрацией  $n$  и сечением частиц  $\sigma$  справедлива формула см. [4]

$$n\sigma = \frac{1}{\Lambda}.$$

Значение концентрации определяем после вычисления массы частицы вакуума  $m_\gamma$ . Кроме того, нужно определить расстояния между электроном и

позитроном в составе частицы вакуума  $l_\gamma$ . Электромагнитный радиус электрона равен значению  $r_p = r_{ge} = e^2 / m_e c^2 = 2.84 \cdot 10^{-13}$  см.

$$n = \frac{1}{\sigma \Lambda} = \frac{m_\gamma c}{(l_\gamma r_\gamma^k)^{k+1} \hbar} = \frac{\rho_\gamma}{m_\gamma}$$

Откуда имеем

$$\left(\frac{c}{\rho_\gamma \hbar}\right)^{\frac{k+1}{2}} \frac{m_\gamma^{k+1}}{r_\gamma^k} = l_\gamma \quad (1.2.2)$$

При этом можно определить массу частицы вакуума, и значит величину размера мультиполя, образующего частицу вакуума

$$m_\gamma c^2 = e^2 l_\gamma^k / r_\gamma^{k+1} \quad (1.2.3)$$

Подставляя в (1.2.3) значение  $l_\gamma$  получим величину массы частицы вакуума  $m_\gamma$

$$m_\gamma = (137 \rho_\gamma)^{\frac{k(k+1)}{2(k^2+k-1)}} \left(\frac{e^2}{c^2}\right)^{\frac{(k-1)(k+2)}{2(k^2+k-1)}} r_\gamma^{\frac{k^2+k+1}{k^2+k-1}}. \quad (1.2.4)$$

При условии  $k=1$  масса частиц вакуума равна  $m_\gamma = 137 \rho_\gamma r_\gamma^3$ .

При условии  $k \rightarrow \infty$  масса частиц вакуума равна  $m_\gamma = (137 \rho_\gamma)^{0.5} \frac{e}{c} r_\gamma$ .

При этом концентрация частиц вакуума равна

$$n = \frac{\rho}{m_\gamma} = \frac{\rho}{(137 \rho_\gamma)^{\frac{k(k+1)}{2(k^2+k-1)}} \left(\frac{e^2}{c^2}\right)^{\frac{(k-1)(k+2)}{2(k^2+k-1)}} r_\gamma^{\frac{k^2+k+1}{k^2+k-1}}} \quad (1.2.5)$$

Где  $\rho$  плотность системы из элементарных частиц, например, плотность электрона в атоме равна  $\rho = \frac{3m_e}{4\pi a_0^3}$ , где  $m_e$  масса электрона,  $a_0$  радиус Бора.

При этом величина размера диполя равна

$$l_\gamma = \left(\frac{c}{\rho_\gamma \hbar}\right)^{\frac{k+1}{2}} \frac{m_\gamma^{k+1}}{r_\gamma^k} = (137\rho_\gamma)^{\frac{k+1}{2(k^2+k-1)}} \left(\frac{c}{e}\right)^{\frac{k+1}{k^2+k-1}} r_\gamma^{\frac{k^2+3k+1}{k^2+k-1}}. \quad (1.2.6)$$

При условии  $k=1$  получаем формулу

$$l_\gamma = \frac{137\rho_\gamma r_\gamma^5 c^2}{e^2} = \frac{137^2 \rho_\gamma r_\gamma^5 c}{\hbar}$$

При условии  $k \rightarrow \infty$  получаем формулу

$$l_\gamma = r_\gamma^{1+\frac{2}{k}} (137\rho_\gamma)^{\frac{1}{2k}} \left(\frac{c}{e}\right)^{\frac{1}{k}}$$

Вычислим величину  $\frac{l_\gamma^k}{m_\gamma} = \frac{c^2}{e^2} r_\gamma^{k+1}$ , которая потребуется в дальнейшем.

При изменении  $k$  от 1 до бесконечности размер частицы вакуума меняется от

значения  $\sqrt{l_\gamma r_\gamma} = \sqrt{\frac{137\rho_\gamma r_\gamma^6 c}{\hbar}}$  до величины  $a_0$ , где образующая считается по

формуле  $r_\gamma = (r_e a_0^k)^{\frac{1}{k+1}}$ , при  $a_0$  равной размеру кварка в случае ядра и радиусу

Бора в случае атома. Что соответствует изменению уровня энергии

элементарных частиц от связанного состояния до свободного. В свободном

состоянии атома размер частиц вакуума определяется размером атома, но

масса гораздо меньше. Это возможно при совпадении размера частиц вакуума

с размером атома в свободном состоянии в комплексном пространстве. Но

масса частицы вакуума остается гораздо меньше массы элементарных частиц.

Вычислим величину  $\frac{l_\gamma^k}{m_\gamma}$ , которая потребуется в дальнейшем  $\frac{l_\gamma^k}{m_\gamma} = \frac{c^2}{e^2} r_\gamma^{k+1}$ .

Построение теории, частным случаем которой является квантовая механика, предполагает определение постоянной Планка из свойств частиц

вакуума. Такая формула существует, постоянная Планка равна моменту импульса частиц вакуума.

### 1.3. Физический смысл напряженности

#### электромагнитного поля

Покажем, что существуют заряженные частицы вакуума, обеспечивающие векторный и скалярный потенциал электромагнитного поля. Ротор меняет знак при переходе из правой декартовой системы координат в левую. Это можно доказать, расписав определение ротора в декартовой системе координат и поменяв знак в одном столбце у оператора дифференцирования и этой же компоненте скорости.

$$\nabla_l \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & -\mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & -\frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & -V_2 & V_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\nabla_r \times \mathbf{V}$$

индекс  $r$  соответствует правой системе координат, индекс  $l$  левой. При этом дивергенция знак не меняет. Распишем величину комплексной скорости в виде

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

и подействуем оператором дивергенция на обе части равенства

$$\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2.$$

Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов  $\text{Re } \mathbf{V}, \text{Im } \mathbf{V}$  возьмем левую дивергенцию. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. При этом имеем соотношение  $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^*$ . Так как при этом в плоскости  $\text{Re } \mathbf{V}, \text{Im } \mathbf{V}$  действительная часть не изменит знака, а мнимая часть изменит знак, получим



$$\begin{aligned} \nabla_r(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 &= \nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^* = \\ &= \nabla_l(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_r(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2. \end{aligned}$$

При этом воспользовались тем, что правая и левая дивергенция равны. Откуда получаем  $\nabla_r(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = 0$ , и значит,  $(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = i \cdot \nabla_r \times \mathbf{A}$ , т.е. мнимая часть комплексной скорости соленоидальная.

Аналогично расписываем скорость, подействовав оператором ротор

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

но при этом величину скорости представим в виде  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t}$ , где величина

$\mathbf{A}$  действительна, а скорость  $c$  это скорость возмущения в среде. Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов  $\text{Re } \mathbf{V}, \text{Im } \mathbf{V}$  возьмем левый ротор, получим соотношение  $\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^*$ . При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. Так как при этом действительная часть изменит знак, а мнимая часть нет, ( $\nabla_l \times = -\nabla_r \times$  и взята комплексно сопряженная часть), имеем

$$\begin{aligned} \nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^* &= \nabla_l \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \\ &= -\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 \end{aligned}$$

т.е. получим  $\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*) = 0$ . Это соотношение эквивалентно  $(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 = -\text{grad } \varphi$ . Итак, имеем

$$\mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} = -\nabla \varphi + i \cdot \nabla \times \mathbf{A}; \mathbf{V}_0^* + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} = -\nabla \varphi - i \cdot \nabla \times \mathbf{A}.$$

Из этого равенства имеем

$$\mathbf{V}_0 = -\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} + i \cdot \nabla \times \mathbf{A}; \mathbf{V}_0^* = -\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} - i \cdot \nabla \times \mathbf{A}. \quad (1.3.1)$$

Комплексный поток частиц вакуума пропорционален соотношению

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = [\nabla S \rho_v + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}_v S}{\partial t} - i\nabla \times \mathbf{j}_v S / c], \text{ что следует из формулы (1.3.1), где}$$

этот вектор описывает скорость поперечной деформации частиц вакуума и является напряженностью электромагнитного поля, имея размерность заряда, деленного на квадрат радиуса.

В квантовой механике существует формула для тока частиц см. [7] §115 при внешнем электромагнитном поле

$$\mathbf{j} = \Psi^2 e \mathbf{V} = \frac{ie\hbar}{m} \Psi^2 \ln \Psi - \frac{e^2}{mc^2} \mathbf{A}_{ext} \Psi^2 + \frac{\mu \cdot c}{s} \text{rot}(\Psi \hat{\mathbf{s}} \Psi).$$

Причем так как плотность тока полярный вектор, все величины в данном выражении действительные. Магнитный момент образует аксиальный вектор, но операция ротор делает этот вектор полярным. В качестве спиноров используем матрицы

$$\Psi = \left\| \begin{array}{cc} \psi_0 + \psi_1 & \psi_2 + i\psi_3 \\ \psi_2 - i\psi_3 & \psi_0 - \psi_1 \end{array} \right\|$$

Тогда для скорости можно получить выражение (так как гамильтониан содержит магнитный момент только в одном члене, то член с магнитным моментом коммутирует с остальной частью гамильтониана, и оператор спина можно заменить его проекцией)

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \frac{ie^2}{mc} \nabla (\ln \bar{\Psi} - \ln \Psi) - \frac{e}{mc} \mathbf{A}_{ext} + \frac{e^2}{smc} e_{lpq} \nabla_p [s_q \ln(\bar{\Psi} \Psi)] = \\ &= (-\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}_{ext}}{\partial x^0} + i \text{rot} \mathbf{A}) \frac{e^3}{m^2 c^3} = (\mathbf{E} + i\mathbf{H}) \frac{e^3}{m^2 c^3} \end{aligned}$$

Откуда имеем в случае если пространственные компоненты спинора, составленного из волновых функций равны нулю, и спинор является

единичным, имеем  $\varphi = 0; \mathbf{A} = -2i \frac{mc^2}{es} \sigma \arg(\psi_0)$ , где величина  $\psi_0$  это временная часть спинора.

Но для получения не нулевого значения скалярного потенциала надо использовать спинорное представление, а не вырожденное с пространственной частью, равной нулю.

При этом оператор импульса, это просто его проекция и он не действует на введенную матрицу спинора. Спинор от его индекса не зависит и, следовательно, можно поменять порядок умножения. Т.е. для интерпретации электромагнитного поля надо использовать полное значение спинора и записывать спинор скорости в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \frac{ie^2}{mc} \nabla (\ln |\bar{\Psi}| - \ln |\Psi|) - \frac{e}{mc} \mathbf{A} + \frac{e^2}{smc} e_{lpq} \nabla_p [s_q \ln(\bar{\Psi}\Psi)] = \\ &= (-\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x^0} + i \text{rot} \mathbf{A}) \frac{e^3}{m^2 c^3} = (\mathbf{E} + i\mathbf{H}) \frac{e^3}{m^2 c^3}; \\ \mathbf{A} &= -i \frac{mc^2}{es} s \ln(\bar{\Psi}\Psi); \varphi = -\frac{mc^2}{e} (\ln |\bar{\Psi}| - \ln |\Psi|) = 0 \quad . \\ V &= \frac{e^2}{mc} = \frac{c}{137} [i \frac{\partial s \ln(\bar{\Psi}\Psi)}{s \partial x^0} + \text{rots} \ln(\bar{\Psi}\Psi) / s] \\ \bar{\Psi}\Psi &= \psi_0^2 - \psi_1^2 - \psi_2^2 - \psi_3^2 \end{aligned}$$

Таким образом вычисляется потенциал электромагнитного поля в атоме. Причем величина скалярного потенциала равна нулю. Для классического значения потенциала нужны другие формулы. Пространственная часть спинора, это компоненты  $\psi_l, l=1, \dots, 3$ . Так как векторный потенциал полярный вектор, а напряженность магнитного поля аксиальный вектор, введем мнимую единицу в формулу. При действительной скорости частиц вакуума, напряженность магнитного поля равна нулю, как и векторный потенциал. Это скорость частиц вакуума, связанная с

электромагнитным полем. При этом напряженность магнитного поля связана с собственными вихрями, образуемыми частицами вакуума. При этом частота вращения и скоростью вращения в турбулентном потоке связаны соотношением  $\mathbf{w} = \text{rot}\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{V} = \text{rot}\mathbf{w}/k^2$ . Существует скорость частиц вакуума, связанная с гравитационным полем. Для получения напряженности электромагнитного поля надо вычислить комплексную скорость частицы, тогда ее действительная часть определяет напряженность электрического поля, а мнимая часть напряженность магнитного поля.

Скалярный потенциал определяется величиной концентрации частиц вакуума  $\varphi = S\rho_v = qSn_v$ . Заряд частицы вакуума равен  $q = e\sqrt{l^k/[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]^k}$ , где  $l$  размер диполя. Взаимодействуя с другими диполями, образуется электромагнитное поле  $\varphi = e/[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]$ . При этом плотность частиц вакуума определяется по формуле

$$n_v = \sqrt{\frac{[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]^k}{l^k}} / \{S[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]\}, \quad \text{где величина } S \text{ эффективная}$$

поверхность, определяемая масштабом задачи. При уменьшении радиуса напряженность поля растет, и плотность сечения частиц вакуума растет тоже. При этом должен участвовать минимальный размер частицы  $l$ . Из соотношения размерности и симметрии получаем формулу для концентрации частиц вакуума в данной системе. Значит, имеем формулу для создаваемого поля частицами вакуума в свободном пространстве  $\varphi = e/[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}_v)/c]$ ,  $\mathbf{A} = e\mathbf{V}_v/(c[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}_v)/c])$ . При этом плотность энергии электромагнитного

поля равна  $\frac{E^2 + H^2}{8\pi} = \frac{nm_\gamma c^2}{\sqrt{1 - V_\gamma^2/c^2}} = \frac{nm_\gamma c^2}{\sqrt{1 - A^2/\varphi^2}}$  откуда для плотности частиц

вакуума, образующих электромагнитное поле, имеем  $n = \frac{E^2 + H^2}{8\pi m_\gamma c^2} \sqrt{1 - A^2/\varphi^2}$ .

Откуда для площади сечения имеем  $S_k = \sqrt{\frac{[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]^k}{l^k}} / \{n[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]\}$ .

Причем величина сечения  $S = 4\pi r^2$  в зависимости от радиуса. Причем имеем дальней зоне значение ранга мультиполя  $k = 2$ , так как сечение растет по квадратичному закону, а концентрация по закону обратных квадратов. При еще большем увеличении радиуса, образуется плотность вакуума. Т.е. электромагнитное поле образуют мультиполи с рангом 6. По мере уменьшения радиуса растет плотность частиц вакуума, образующих диполь. При радиусе, стремящемся к нулю, концентрация в ближней зоне стремится к большой константе  $const \sim r^{k/2} / r^{4+1}; k = 10$ , так как поле убывает как величина  $E \sim 1/r^2$ . В случае, если электромагнитное поле образует диполь, зависимость поля от радиуса  $E \sim 1/r^3$  и ранг мультиполя  $k = 14$ . Т.е. электромагнитное поле образуют частицы вакуума разного ранга.

$$S = (1 - \alpha_{2,6})S_6 + \alpha_{2,6}S_2; S = (1 - \alpha_{10,14})S_{10} + \alpha_{10,14}S_{14}$$

$$S_k = \sqrt{\frac{[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]^k}{l^k}} / \{n[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]\}$$

Где величина  $\alpha_{ik}$  концентрация частиц вакуума ранга I, по отношению к частицам вакуума ранга k. Т.е. при описании электромагнитной волны участвуют частицы вакуума ранга 2,6,8,10 определяющих квадратичную зависимость сечения от радиуса при разной концентрации частиц вакуума. При этом определим величину концентрации при большом и малом радиусе

$$\alpha_{10,14}(r) = \frac{S(r) - S_{10}(r)}{S_{14}(r) - S_{10}(r)} [1 - \alpha(r)]; \alpha_{2,6}(r) = \frac{S(r) - S_6(r)}{S_2(r) - S_6(r)} \alpha(r),$$

$$\alpha(r) = \frac{\exp(-r_0^2 / r^2)}{\exp(-r_0^2 / r^2) + \exp(-r^2 / r_0^2)}$$

Вычислим потенциал электрона в атоме водорода через свойства частиц вакуума. Электрическая энергия электрона, т.е. электрическая энергия разноименно заряженных частиц вакуума по порядку величины равна. При

этом имеем  $N_e = \frac{m_e}{m_{\gamma 0}} = 6 \cdot 10^{22}$ .

$$\begin{aligned} q\varphi &= -\frac{e^2 l}{a_0^2} N_e = -\frac{e^2 l m_e}{a_0^2 m_\gamma} = -\frac{e^2 m_e}{a_0^2} \frac{137 r_\gamma^2 c}{\hbar} = -\frac{e^2 m_e}{a_0^2} \frac{137 r_e a_0 c}{\hbar} = \\ &= -m_e c^2 \frac{r_e}{a_0} = -\frac{e^2}{a_0} = -m_e c^2 / 137^2 = \\ &= -m_e e^4 / \hbar^2 = -27.2 eV \end{aligned}$$

где для радиуса частицы вакуума  $r_\gamma$  берется средняя величина между радиусом Бора  $a_0$ , и радиусом электрона  $r_e$ .

В случае мультиполя энергия равна с учетом энергии колебаний решетки см. формулу (2.1.9)

$$E_{kp} - \hbar \omega_p = q\varphi_k = -\frac{e^2 l_\gamma^k}{k^2 a_0^{k+1}} N_e = -\frac{e^2 l_\gamma^k m_e}{k^2 a_0^{k+1} m_\gamma} = -\frac{e^2 m_e c^2}{k^2 a_0^{k+1} e^2} r_\gamma^{k+1} = -\frac{e^2}{k^2 a_0}.$$

При этом образующая мультиполя равна

$$\begin{aligned} a_0^k &= m_e \frac{c^2}{e^2} r_\gamma^{k+1} \\ r_\gamma &= \left( \frac{a_0^k e^2}{m_e c^2} \right)^{\frac{1}{k+1}}. \end{aligned}$$

Эта формула является обобщением формулы, справедливой для диполей  $r_{\gamma 1} = \sqrt{a_0 r_e}$ , описывающей основное состояние атома водорода. Можно предположить, что она носит общий характер, и описывает не только атом водорода.

Частицы вакуума образует электрон и позитрон, диполь также образует протон и электрон, эта частица также является частицей вакуума. Итак, образующий радиус равен  $r_\gamma = \sqrt{a_0 r_e}$ . Величина числа частиц вакуума в атоме водорода, равна  $N_0 = \rho_e 4\pi a_0^3 / (3m_\gamma) = m_e / m_\gamma$ .

В случае описания движения электронов плотность облака электронов в атоме водорода  $\rho_e = \frac{3m_e}{4\pi a_0^3} = 0.00171 \text{ g/cm}^3$ , где  $a_0$  это радиус Бора. При этом

плотность частиц вакуума совпадает с величиной  $\rho_e = \frac{m_\gamma}{\pi r_c^2 \sqrt{l_\gamma r_c}}$ , что следует

из формулы  $n_\gamma = 1/(S \sqrt{l_\gamma [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]})$  и характерный радиус  $r_c$  системы равен

$$r_c = \left( \frac{m_\gamma}{\pi \rho_e \sqrt{l_\gamma}} \right)^{2/5} = \left[ \frac{\sqrt{\rho_\gamma r_\gamma \hbar / (137 c)}}{\pi \rho_e} \right]^{2/5} = 4.7 \cdot 10^{-16} \text{ cm}.$$

Что соответствует электромагнитному радиусу протона см. [8], вычисленному из условия, что вся энергия протона электромагнитная

$$r_p = \frac{2e^2}{m_p c^2} = 3 \cdot 10^{-16} \text{ cm}. \quad \text{Несовпадения множителя объясняется}$$

приближенностью формул. Формулы, находящие плотность частицы должны быть статистическими, а не качественными.

Причем характерный размер системы не совпадает с размером системы, по которому вычислена плотность.

Получается, что потенциал поля внутри атома велик, что приводит к большой концентрации частиц вакуума. Но на долю заряженных частиц приходится  $10^{-15}$  объема тела см. [5] глава I раздел 10. Остальная часть объема образует вакуум.

Потенциал поля заряда в вакууме равен  $\varphi = \frac{e}{r}$ , поле заряда в диэлектрике равно  $\varphi = \frac{e}{\varepsilon \cdot r}$ ,  $\varepsilon > 1$  и меньше, чем поле в вакууме. Концентрация частиц вакуума уменьшается в диэлектрике, по сравнению с концентрацией частиц вакуума в свободном вакууме с зарядом. Но концентрация частиц вакуума в диэлектрике, без внешнего поля больше концентрации частиц вакуума в свободном пространстве без внешнего поля, так как в диэлектрике действуют внутренние поля. Действие внешнего поля в диэлектрике своеобразно. Внутри диэлектрика происходит образование диполей, образованных элементарными частицами, под действием внешнего поля, которые уменьшают поле внутри диэлектрика и, следовательно, уменьшают концентрацию частиц вакуума по сравнению с концентрацией частиц вакуума с тем же внешним полем, но в вакууме.

При этом в этих формулах учтено запаздывание электромагнитного потенциала согласно формуле Лиенара-Вихерта, получим формулу  $\varphi = \frac{e}{r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c}$ ,  $\mathbf{A} = \frac{e\mathbf{V}/c}{r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c}$ . Радиус-вектор  $\mathbf{r}$ , проведенный из точки нахождения заряда в точку наблюдения, и все величины в правой части равенства взяты в момент времени  $t'$ , определяющийся из формулы  $t' + r(t')/c = t$ , где  $t$  текущее время. Значит, скорость частиц вакуума  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_v$  в момент времени  $t$  на расстоянии  $r(t')$  от электрона равна скорости электронов в момент времени  $t'$ .

Причем если размеры излучающей системы малы по сравнению с длиной волны, то имеем  $t' = t - R/c$ , где  $R$  расстояние от излучающей системы до частицы вакуума, или точки, которая соответствует потенциалу поля.



При этом величины потенциала определяются с точностью до неизвестной функции  $\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \text{grad } \psi, \varphi = \varphi' - \frac{\partial \psi}{c \partial t}$ . Т.е. имеем соотношение

$$\mathbf{j}_v = \mathbf{j}'_v + \text{grad } \psi_v, \rho_v = \rho'_v - \frac{\partial \psi_v}{c \partial t}.$$

Т.е. получается, что величина тока частиц вакуума определена с точностью до градиента скаляра, а плотность частиц вакуума с точностью производной по времени от неизвестной функции. Т.е. плотность частиц вакуума переменна во времени, а сила тока определена с точностью до пространственной компоненты. Но оказывается, что плотность частиц вакуума и сила тока определены с точностью до волны частиц вакуума. Взяв величину дивергенции от силы тока и производную по времени от плотности тока, получим уравнение неразрывности потока частиц вакуума. При этом относительно величины  $\psi_v$  получим волновое уравнение. Относительно заряженных частиц вакуума может свободно распространяться волна со скоростью света, не испытывая затухания, в случае отсутствия материальных тел.

Для комплексной напряженности поля  $\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H}$  справедливо (1.3.3), что следует из уравнений Максвелла

$$\Delta \mathbf{F} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial t^2} = 4\pi(\nabla \rho + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} - i \nabla \times \mathbf{j}/c) \quad (1.3.3)$$

тогда подставляя  $\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} + i \cdot \nabla \times \mathbf{A}$ , определяет волновое уравнение относительно напряженности. Можно записать (1.3.3) в виде

$$\Delta \mathbf{U} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = -4\pi \mathbf{u}. \quad (1.3.4)$$

Где величина  $\mathbf{U} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = [\nabla S \rho_v + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}_v S}{\partial t} - i\nabla \times \mathbf{j}_v S / c]$  комплексный поток частиц вакуума, что следует из (1.3.1), а величина  $\mathbf{u} = -\nabla \rho - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + i\nabla \times \mathbf{j} / c$  комплексный поток источника электромагнитного поля, электронов.

Это связь двух комплексных потоков, движущегося электрона и потока движения заряженных частиц вакуума. Причем движущиеся электроны описываются решением уравнения Навье – Стокса или задачей множества тел, и состоят из совокупности частиц вакуума. Если имеем двигающуюся заряженные частицы, то окружающая среда с частицами вакуума малой плотности придет в детерминированное движение. В четырехмерном пространстве интеграл от потока двигающейся частицы равен вытекающему из этой трехмерной гиперповерхности количеству частиц вакуума, причем вытекающий поток пропорционален градиенту по четырем компонентам от скорости потока частиц вакуума. При этом интеграл по замкнутой трехмерной гиперповерхности преобразуется в интеграл по четырехмерному объему отдельно для каждой  $l$  компоненте векторов

$$\int_{\Omega} 4\pi u_l dx dy dz dt = -\oint_S (\nabla U_l)_n ds_n = -\int_{\Omega} \nabla \nabla U_l dx dy dz dt .$$

В результате получается волновое уравнение (1.3.4) в силу четырехмерного определения градиента и дивергенции.

## 1.4. Физический смысл комплексного пространства

### 1.4.1 Образование комплексных координат,

#### описывающих пульсирующее решение

Опишем физический смысл комплексного решения. Рассмотрим

действительное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений  $x_\alpha(t)$ .

Пусть начальные данные имеют среднее значение  $x_\alpha^0$  и дисперсию  $\langle [\Delta x_\alpha^0]^2 \rangle$ . Дисперсия начальных данных в случае уравнения Навье – Стокса определяется шероховатостью поверхности или не точно заданными начальными данными. Тогда для дисперсии решения имеем

$$\langle [\Delta x_l]^2 \rangle = \langle [x_l - \langle x_l \rangle]^2 \rangle = \langle x_l^2 \rangle - 2 \langle x_l \rangle \langle x_l \rangle + \langle x_l \rangle^2 = \langle x_l^2 \rangle - \langle x_l \rangle^2.$$

Значит имеем

$$\langle x_l^2 \rangle = \langle x_l \rangle^2 + \langle [\Delta x_l]^2 \rangle = |\langle x_l \rangle + i\sqrt{\langle [\Delta x_l]^2 \rangle}|^2 \quad (1.4.1.1)$$

Приведу формулировку обратной теоремы Пифагора. Для всякой тройки положительных чисел  $a, b$  и  $c$ , такой, что  $a^2 + b^2 = c^2$ , существует прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$  и гипотенузой  $c$ . Значит, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а гипотенузой является корень из среднего квадрата величины. Т.е. величина среднего  $\langle x_l \rangle$  ортогональна среднеквадратическому отклонению  $\sqrt{\langle [\Delta x_l]^2 \rangle}$ , которое образует мнимую часть координаты тела. Таким образом, полученное в результате усреднения во времени декартово пространство с колебательной скоростью высокой частоты (период колебания меньше времени измерения) становится комплексным пространством. Т.е. в случае большой дисперсии величины действительного пространства, его нужно рассматривать как комплексное трехмерное пространство, где мнимая часть соответствует среднеквадратическому отклонению. При этом имеется следующая связь между переменными  $\sqrt{\langle x_l^2 \rangle} = (\langle x_l \rangle + i\sqrt{\langle [\Delta x_l]^2 \rangle})\alpha, |\alpha| = 1$ , причем комплексное число  $\alpha$  выбирается из условия, чтобы мнимая часть имела положительное или отрицательное значение. Этому удовлетворяет

среднеквадратичное отклонение. Но иногда среднеквадратичное отклонение положительно, например, в случае диэлектрической проницаемости, где вмешиваются положительные и отрицательные заряды. Тогда имеем формулу  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{4\pi i \sigma}{\omega}$ , где действительная часть пропорциональна положительному среднеквадратичному отклонению диполя, а проводимость пропорциональна среднему значению времени между столкновениями. Но зато проводимость делится на частоту, которая имеет положительный и отрицательный знак.

Следовательно, алгоритм нахождения среднего решения, или среднего в фазовом пространстве решения, и его дисперсию сводится к нахождению комплексного решения. Среднее решение соответствует действительной части решения, а квадрат комплексной части соответствует дисперсии решения. Таков физический смысл комплексного решения, действительная часть - это среднее решение, а мнимая часть – это его среднеквадратическое отклонение. Комплексное решение описывает турбулентный режим течения.

#### **1.4.2 Определение колеблющейся пульсирующей функции координат перемещения потока.**

Мнимая часть скорости соответствует скорости вращения в фазовом пространстве. Так как известен радиус вращения, то можно определить и частоту вращения. В плоскости вращения комплексную скорость с постоянным радиусом вращения и постоянной частотой можно представить в виде  $V_x + iV_y = V_0 \exp(i\omega t)$ .

В случае переменной по пространству стационарной скорости эту формулу можно представить локально в одной плоскости в виде  $V_x(x, y) + iV_y(x, y) = V_0(x, y) \exp\left[i \int_0^t \omega(x, y, u) du\right]$ , причем частота зависит от времени, так как смещение фазы обеспечивается гармоническими

колебаниями в соседних точках. Сумма гармонических колебаний с разными частотами, зависящими от времени, определяет пульсирующий режим в фазовом пространстве, при стационарной комплексной скорости. Т.е. получается, что комплексная скорость описывает пульсирующие во времени координаты точек фазового пространства. Ситуация аналогична наличию нескольких стационарных вихрей, описывающих пульсирующее вращение потока.

Почему столь подробно описано комплексное пространство. Дело в том, что решения обыкновенных дифференциальных автономных уравнений с комплексными положениями равновесия имеет конечное решение только в комплексном пространстве см. [1].

### 1.4.3 Трехмерное комплексное пространство

Трехмерную скорость потока можно представить в виде

$$V_l = V_{tl} + iV_{nl} = V_l \exp(i\varphi_l), \varphi_l = \arg(V_{tl} + iV_{nl}).$$

Причем скорости определяются в виде интеграла от касательного ускорения, по формуле

$$\begin{aligned} V_{tl} &= \int_{t_0}^t t_l(u) w_t(u) du + V_{tl}(t_0) = \int_{t_0}^t t_l(u) \frac{d \sqrt{\sum_{k=1}^3 V_k(u) V_k^*(u)}}{du} du + V_{tl}(t_0) = \\ &= \int_{t_0}^t t_l(u) \frac{d \sqrt{\sum_{k=1}^3 [V_{tk}^2(u) + V_{nk}^2(u)]}}{du} du + V_{tl}(t_0), \end{aligned}$$

Интеграл от нормального ускорения определяет нормальную компоненту скорости, по формуле

$$\begin{aligned}
 V_{nl} &= \int_{\tau_0}^{\tau} w_{nl}(u) du = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{n_l(u)(|\mathbf{V}_{Im}|^2 + |\mathbf{V}_{Re}|^2)}{\rho(u)} du = \int_{s_0}^s (|\mathbf{V}_{Im}(u)| \frac{n_l(u)}{\rho(u)} + \frac{|\mathbf{V}_t|^2}{\rho_\infty}) ds = \\
 &= \int_{\tau_0}^{\tau} |\mathbf{V}_{Im}| dt_l = \begin{cases} |\mathbf{V}_{Im}| [t_l(\tau) - t_l(\tau_0)], |\mathbf{V}_{Im}| = const \\ \int_{\tau_0}^{\tau} |\mathbf{V}_{Im}| dt_l, |\mathbf{V}_{Im}| \neq const \end{cases}, \\
 \sum_{k=1}^3 [V_{tk}^2(u) + V_{nk}^2(u)] &= \sum_{k=1}^3 [V_{tk}^2(u) + V_{Im}^2(u)] = |\mathbf{V}|^2
 \end{aligned}$$

При этом величина локальной скорости  $V_{nl}(\tau_0) = 0, |\mathbf{V}_{Im}(\tau_0)| \neq 0, V_{il}(\tau_0) + iV_{Im}(\tau_0) = V_l(\tau_0)$ . Т.е. тело может двигаться поступательно с большой скоростью, но при этом вращаться с другой мнимой скоростью. Но проинтегрированная относительно центростремительного ускорения скорость отлична от нуля  $V_{nl}(\tau) \neq 0$ , обращаясь при постоянной скорости частицы и постоянном радиусе кривизны, за период  $T = \frac{2\pi R}{|\mathbf{V}_{Im}|}$ , где

величина  $R$  это радиус кривизны, в ноль при этом тело вернется в помеченную начальную точку. Радиус кривизны должен быть конечен, иначе нормальная компонента скорости обратится в ноль. При переменной скорости частицы за

время, когда один из интегралов  $\int_{\tau_0}^{\tau} |\mathbf{V}_{Im}| dt_l = 0$ , которое, при конечном

радиусе кривизны одного знака траектории, конечно и равно

$$T = \int_0^{2\pi} \frac{R(\varphi) d\varphi}{|\mathbf{V}_{Im}(\varphi)|} = \int_{s_0}^{s_0+s_T} \frac{ds}{|\mathbf{V}_{Im}(s)|}, 2\pi = \int_{s_0}^{s_0+s_T} \frac{ds}{R(s)},$$

так как касательное направление  $t_l$ , при вращении меняет знак. Тело может двигаться поступательно на фоне

вращательного движения, которое при его хаотическом характере, определяет вклад в поступательную скорость.

При этом вклад в поступательную часть комплексной скорости за один оборот

вращения равен  $\text{Im}V = \Delta V_{\text{Im}}(s) \frac{\Delta T}{T} = \Delta V_{\text{Im}}(s) \tau_0 \Delta R_{\text{Im}}(s)$ , где использовали связь

$\Delta T = T \tau_0 \Delta R_{\text{Im}}(s)$ . Причем, если эту связь записать в безразмерном виде,

получим  $\text{Im}R_{\text{Im}} = \tau_0 [\Delta R_{\text{Im}}(s)]^2$ ,  $\tau_0 = \frac{TV}{a^2}$ . Причем имеем значение скорости

$R^2(s) = R_t^2(s_0) + [\Delta R_{\text{Im}}(s)]^2$ , где величина  $[\Delta R_{\text{Im}}(s)]^2$  соответствует вкладу в

поступательную скорость. Откуда имеем величину дополнительного вклада в

поступательную скорость за счет мнимой части числа Рейнольдса

$R^2(s) - R_t^2(s_0) = [\Delta R_{\text{Im}}(s)]^2 = \text{Im}R / \tau_0$ . Откуда имеем дополнительный вклад в

поступательную скорость  $\Delta R_{\text{Im}}(s) = \sqrt{\text{Im}R / \tau_0}$ .

При этом тело сместится относительно помеченной начальной точки.

Чтобы смещение было существенным вращение должно быть хаотическим.

Причем, когда этот период мал, по сравнению с временем процесса, это

вращение воспринимается как мнимое среднеквадратичное отклонение

скорости. Отметим, что тангенциальное ускорение и нормальное ускорение

образуют скорость, которая направлена по касательной к траектории частицы.

Величины  $t_l, n_l$  это тангенциальные и нормальные орты. Тангенциальное

ускорение определяется по формуле

$$w_t = d \sqrt{\sum_{k=1}^3 [V_{tk}^2(t) + V_{nk}^2(t)]} / dt = d \sqrt{\sum_{k=1}^3 [V_{tk}^2(t) + V_{\text{Im}}^2(t)]} / dt.$$

Направление скоростей  $\Delta V_{tl}, \Delta V_{nl}$  ортогонально и их сумма приводит к

приращению модуля скорости движения

$$\sum_{l=1}^3 (dV_l)^2 = \sum_{l=1}^3 [(dV_{tl})^2 + (dV_{nl})^2] = \sum_{l=1}^3 |dV_{tl} + idV_{nl}|^2, \quad \text{так как}$$

$$\sum_{l=1}^3 (w_l)^2 = \sum_{l=1}^3 [(w_{tl})^2 + (w_{nl})^2].$$

Дифференцируемые по времени компоненты этих проекций определяют тангенциальное и нормальное ускорение. При этом вводится понятие тангенциальной и нормальной скорости, которые в декартовом пространстве не ортогональны  $(\mathbf{V}_t, \mathbf{V}_l) \neq 0$ , но в шестимерном комплексном пространстве ортогональны и их модуль комплексного вектора  $V_l = V_{tl} + iV_{nl}$  равен

$$\sum_{l=1}^3 |V_l|^2 = \sum_{l=1}^3 [(V_{tl})^2 + (V_{nl})^2] = \sum_{l=1}^3 |V_{tl} + iV_{nl}|^2$$

Это доказывается представлением  $\mathbf{V}_t = \sum_{l=1}^3 V_{tl} \mathbf{e}_{tl}$ ,  $\mathbf{V}_n = \sum_{l=1}^3 V_{nl} \mathbf{e}_{nl}$  и вычислением модуля как произведения комплексно сопряженных векторов с учетом ортогональности шести действительных ортов.

### 1.5. Физический смысл уравнения ОТО

Решение уравнения ОТО и уравнений движения для дискретных тел, определяет метрический тензор, описывающий гравитационное поле. Причем метрический тензор получен при усреднении комплексной скорости частиц вакуума. При этом значение метрического тензора связано с решением уравнения Клейна-Гордона. При этом из значения метрического интервала получено уравнение Клейна-Гордона, причем оно содержит метрический тензор, выраженный через волновую функцию. Причем метрический тензор ОТО получен из свойств частиц вакуума, с учетом квантового эффекта.



Совершенно аналогичная ситуация с уравнением Клейна-Гордона и уравнением ОТО. Допустим метрический тензор ОТО связан с волновой функцией соотношением

$$g_{lk} = g_{lkg} - l_{Pl}^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} \quad (1.5.1)$$

Величина постоянной радиуса Планка определяется по формуле  $l_{Pl}^2 = \frac{\gamma \hbar}{c^3} = \frac{\hbar^2}{m_{Pl}^2 c^2} = \tilde{\lambda}^2$ , где величина  $\gamma$  - гравитационная постоянная,  $\hbar$  постоянная Планка,  $c$  скорость света. Тогда уравнение (1.5.1) запишется в виде

$$g_{lkq} = g_{lk} - g_{lkg} = -\tilde{\lambda}^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} \quad (1.5.1a)$$

Где величина  $g_{lk}$  это метрический тензор тела, состоящий из непрерывного решения  $g_{lkg}$ , решение уравнения ОТО, и независимой квантовой части метрического тензора  $g_{lkq}$ ,  $\psi_q$  волновая функция, описывающая тело. При этом гравитационный член и квантовый нужно рассматривать независимым образом, так как они имеют отличную структуру. Одно описывает детерминированный процесс, а другое вероятностный процесс.

$$\begin{aligned} ds_q^2 &= ds^2 - ds_g^2 = g_{lkq} dx^l dx^k = -\tilde{\lambda}^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} dx^l dx^k = -\tilde{\lambda}^2 \frac{d\partial_k \psi_q}{\psi_q} dx^k = \\ &= -\tilde{\lambda}^2 \frac{\partial^s \partial_k \psi_q}{\psi_q} dx_s dx^k = dx_k dx^k; ds_g^2 = g_{lkg} dx^l dx^k \end{aligned}$$

Откуда имеем  $-\tilde{\lambda}^2 \partial^s \partial_k \psi_q \delta_s^k = \psi_q$ ,

$$-\tilde{\lambda}^2 \partial^k \partial_k \psi_q = \psi_q \quad (1.5.2)$$

Причем вспомогательную волновую функцию  $\psi_q$  определяем в пространстве Минковского. Т.е. получается уравнение Клейна-Гордона см. [5] §10 в котором характерная длина волны элементарных частиц  $\frac{\hbar}{mc}$  заменена размером Планка  $\hat{\lambda} = \frac{\hbar}{m_{Pl}c}$ , т.е. в случае гравитационного поля, масса частицы заменена массой Планка.

Причем справедливо

$$ds_g^2 = g_{lkg} dx^l dx^k = g_{lkg} \frac{\partial x^l}{\partial x_s} dx_s dx^k = g_{lkg} g^{lsg} dx_s dx^k = dx_k dx^k$$

Откуда справедливо  $g_{lkg} g^{lsg} dx_s = dx_k$ , следовательно, справедливо

$$g_{lkg} g^{lsg} \delta_s^k = \delta_k^s \delta_s^k = \delta_k^k = \frac{\partial x_k}{\partial x_k} = \delta_k^k = 4. \text{ Кроме того, величина метрического}$$

интервала всей системы равна  $ds^2 = ds_g^2 + ds_q^2 = (g_{lkg} + g_{lkq}) dx^l dx^k$ .

Определитель системы  $g$  считается с участием гравитационного и квантового метрического тензора, как интегральная характеристика двух разных процессов. Причем координаты у гравитационного поля и квантовой системы общие, а скорости, за счет гравитационного и квантового взаимодействия,

разные  $u_g^k = \frac{dx^k}{ds_g}$ ,  $u_q^k = \frac{dx^k}{ds_q}$ , кроме того вводится величина скорости  $u^k = \frac{dx^k}{ds}$ ,

по суммарному метрическому тензору. Метрический интервал гравитационного и квантового поля определяется по формуле

$$s_g = \int_0^t \sqrt{g_{lkg} \frac{dx_l}{dt} \frac{dx_k}{dt}} dt, \quad s_q = \int_0^t \sqrt{g_{lkq} \frac{dx_l}{dt} \frac{dx_k}{dt}} dt, \text{ причем имеем суммарный}$$

метрический интервал  $s = \int_0^t \sqrt{(g_{lkg} + g_{lkq}) \frac{dx_l}{dt} \frac{dx_k}{dt}} dt$ , где метрические тензора определяются с помощью уравнений ОТО и уравнения Клейна - Гордона.

Используя локальное решение квантовой части уравнения ОТО  $\psi_q = \exp[iu_{lq}(x_0^0, \dots, x_0^3)(x^l - x_0^l)/\hbar] + O(x^l - x_0^l)^3$ , где  $u_{lq}$  локальная, квантовая, четырехмерная скорость, получим локальное значение метрического тензора

$$g_{lk} = g_{lkg}(x_0^0, \dots, x_0^3) + u_{lq}(x_0^0, \dots, x_0^3)u_{kq}(x_0^0, \dots, x_0^3) + O(x^l - x_0^l)$$

Отсюда можно сделать вывод, что квантовые эффекты проявляются при релятивистских скоростях, когда величина скорости  $u_{lq}$  велика.

Но в случае отсутствия гравитационного поля, для одного пробного тела с малой массой, локальное решение превращается в точное решение, так как в случае отсутствия гравитационного поля скорость постоянна и волновая функция точно равна  $\psi_q = \exp(iu_{lq}\Delta x^l/\hbar)$ , причем гравитационного поля нет  $g_{lkg} = g_{lkg0}$ , метрический тензор равен

$$g_{lk} = g_{lkg0} + u_{lq}u_{kq}. \quad (1.5.3)$$

Члены метрического тензора  $g_{uvq}, -\hbar^2 \frac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q}$  назовем соответственно гравитационным и квантовым. При этом  $g_{pqg0}$  метрический член пространства Минковского.

При этом при записи уравнения (5.2) надо использовать значение метрического тензора из (5.1a), даже в декартовой системе координат см. [7] §86, поэтому возникла ковариантная производная.

$$D^k D_k \psi = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^l} \sqrt{-g} (g^{lk} \frac{\partial \psi}{\partial x^k}).$$

Перепишем эту формулу по-другому в виде уравнения Клейна-Гордона

$$-\tilde{\lambda}^2 D^k D_k \psi = -\tilde{\lambda}^2 \psi_{;k}^{;k} = \frac{-\tilde{\lambda}^2}{\sqrt{-\left|g_{uvq} - \tilde{\lambda}^2 \frac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q}\right|}} \frac{\partial}{\partial x^l} \left[ \sqrt{-\left|g_{uvq} - \tilde{\lambda}^2 \frac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q}\right|} \times \right. \\ \left. \times \left( g_{lkg} - \tilde{\lambda}^2 \frac{\partial^l \partial^k \psi_q}{\psi_q} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x^k} \right] = \psi$$

При вычислении метрического тензора используется сумма гравитационного и квантового метрический тензор  $g_{uvq}, g_{uvq}$ . При этом величина  $\psi_q$  имеет смысл потенциала, описывающего изменение метрического тензора. В формуле используются разные метрические тензоры, гравитационный и квантовый, их объединяет общая система координат.

В случае отсутствия гравитационного члена, скорость частиц постоянна и волновая функция равна  $\psi_q = \exp(iu_{lq} \Delta x^l / \tilde{\lambda})$ . Где величина  $g_{lkg0}$ , это метрический тензор пространства Минковского, причем  $g_{lk} \frac{dx^l}{ds} \frac{dx^k}{ds} = g_{lk} u^l u^k = (g_{lkg0} + u_{lq} u_{qk}) u^l u^k = 1$ . Причем для суммарного метрического тензора используется скорость с метрическим интервалом гравитационного и квантового поля  $\psi = \exp(iu_l \Delta x^l / \tilde{\lambda})$ .

$$-\tilde{\lambda}^2 D^k D_k \psi = \frac{-\tilde{\lambda}^2}{\sqrt{-\left|g_{uvq0} + u_{uq} u_{vq}\right|}} \times \quad . \quad (1.5.4) \\ \times \frac{\partial}{\partial x^l} \left( \sqrt{-\left|g_{uvq0} + u_{uq} u_{vq}\right|} (g_{g0}^{lk} + u^{lq} u^{kq}) \frac{\partial \psi}{\partial x^k} \right) = (g_{g0}^{lk} + u^{lq} u^{kq}) u_l u_k \psi = \psi$$

Т.е. получено решение в отсутствии гравитационного поля.

При этом в результате получится метрический тензор, равный  $g_{lk} = -\tilde{\lambda}^2 \frac{D_l D_k \psi}{\psi}$ , где ковариантной производной  $D_l$  соответствует

суммарный метрический тензор  $g_{lk} = g_{lkg} - \tilde{\lambda}^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q}$ . В случае отсутствия

гравитационного поля в результате получится метрический тензор

$g_{lk0} = g_{lkg0} - \tilde{\lambda}^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q}$ . В самом деле

$$-\tilde{\lambda}^2 \frac{D_l D_k \psi}{\psi} dx^l dx^k = -\tilde{\lambda}^2 \frac{D^s D_k \psi}{\psi} dx_s dx^k = dx_k dx^k$$

откуда имеем  $-\tilde{\lambda}^2 \frac{D^s D_k \psi}{\psi} \delta_s^k = 1$ , т.е. релятивистское уравнение Клейна-

Гордона  $-\tilde{\lambda}^2 D^k D_k \psi = \psi$ . Причем метрический тензор этого уравнения равен

$g_{lk} = g_{lkg} - \tilde{\lambda}^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q}$ . Методом итераций надо добиваться, чтобы решение

уравнения Клейна-Гордона входило в определение метрического тензора.

Скорость частиц вакуума образует тензор ОТО с учетом квантовых эффектов. Общая теория относительности построена для макротел, являющихся совокупностью частиц вакуума, и они вращаются с мнимой скоростью и поступательно движутся с действительной скоростью. Определим квадрат комплексной координаты материальных частиц, из которых состоит вакуум, двигающихся с поступательной скоростью  $V_{s\alpha}$ ,  $s = 1, \dots, 3$ ,  $\alpha$  номер частицы. При этом частицы вакуума будут вращаться с переменной мнимой скоростью  $i w_{s\alpha}(t, x_1, \dots, x_3)$ . Считаем, что скорости частиц вакуума равномерно распределены в малом объеме, причем скорость вращения равна  $w_{s\alpha} = w_{s\alpha}(t, x_1, \dots, x_3)$  и имеется скорость поступательного

движения  $V_{s\beta} = V_{s\beta}(t)$ , поступательное движение малого объема прямолинейно и зависит только от времени

$$\begin{aligned}
ds^2 &= \sum_{\alpha, \beta=-N}^N \sum_{s=1}^3 (id\Delta w_{s\alpha} + d\Delta V_{s\beta})^2 t_q^2 / (2N) = \\
&= \sum_{\alpha, \beta=-N}^N \sum_{s=1}^3 \left( i \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} dx^k + i \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial t} dt + \frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} dt \right)^2 t_q^2 / (2N) = \\
&= - \sum_{\alpha=-N}^N \sum_{s=1}^3 \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 / (2N) dx^k dx^l + \\
&+ \sum_{\alpha, \beta=-N}^N \sum_{s=1}^3 \left[ 2 \frac{\partial i \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} - 2 \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial t} \right] dx^k dt \cdot t_q^2 / (2N) + \\
&+ \sum_{\alpha, \beta=-N}^N \sum_{s=1}^3 \left[ \left( \frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} \right)^2 + 2 \frac{\partial i \Delta w_{s\alpha}}{\partial t} \frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} - \left( \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial t} \right)^2 \right] dt^2 t_q^2 / (2N) = \quad (1.5.5) \\
&= - \sum_{k,l=1}^3 h_{kl} dx^k dx^l + \sum_{k=1}^3 h_{k0} dx^k c dt + h_{00} c^2 dt^2
\end{aligned}$$

Величина  $c$  скорость света, равная

$$\begin{aligned}
2c^2 \sum_{\beta=-N}^N \left( \frac{1}{\sqrt{1 - V_{\beta}^2 / c^2}} - 1 \right) / N &= 2c^2 \sum_{\beta=-N}^N (u_{0\beta} - 1) / 2N = \sum_{\beta=-N}^N V_{rel\beta}^2 / 2N = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} V_{rel}^2 \exp(-V_{rel}^2 / 2c^2) dV_{rel} / (c\sqrt{2\pi}) = c^2, \\
V_{rel\beta}^2 &= 2c^2 (u_{0\beta} - 1) \in [0, \infty]; \frac{V_{\beta}}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{V_{rel\beta}^2}{2c^2}\right)^2}}
\end{aligned}$$

константа  $t_q = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 c} = \frac{\hbar^3}{137 m_e e^4}$  это постоянная квантовой механики. Т.е.

получаем формулу инвариантного интервала общей теории относительности в системе координат, где средняя локальная скорость частиц вакуума равна нулю.

При этом из соотношения для средней скорости равной нулю, получен метрический тензор ОТО и СТО. Т.е. получено релятивистское определение скорости. Величина  $g_{kl}$  определена с учетом среднего локального течения, состоящего из четырехмерной скорости

$$\begin{aligned} g_{kl} &= \sum_{\alpha=-N}^N \sum_{s=1}^3 \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 / (2N) + u_k u_l, \\ g_{k0} &= - \sum_{\alpha=-N}^N \sum_{s=1}^3 \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{c \partial t} t_q^2 / (2N) + u_k u_0 \end{aligned}, \quad (1.5.6)$$

при этом коэффициент при временной компоненте метрического тензора равен

$$g_{00} = \sum_{\beta=-N}^N \sum_{s=1}^3 \left( \frac{d\Delta V_{s\beta}}{c dt} \right)^2 t_q^2 / (2N) + u_0^2 - \sum_{\alpha=-N}^N \sum_{s=1}^3 \left( \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{c \partial t} \right)^2 t_q^2 / (2N). \quad (1.5.7)$$

Где, суммируя первые члены (5.6) и (5.7), получим наряду с гравитационным членом и квантовый член. При этом члены со средней локальной скоростью опишут совокупность частиц вакуума или скорость тел в локальной системе координат. Этот член с локальной средней скоростью см. формулу соответствует квантовым эффектам гравитационного поля.

При этом воспользовались соотношением  $\sum_{\alpha=-N}^N \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} = 0, \sum_{\alpha=-N}^N \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t} = 0.$

При этом имеем, используя вместо кинетической энергии системы полную энергию

$$\begin{aligned} g_{rr} &= \sum_{s=1}^3 \left( \frac{i\Delta w_s}{\Delta r} \right)^2 t_q^2 = \frac{(i\Delta w)^2 + 2U/m}{c^2} + u_r^2 = -\left(1 + \frac{2\gamma M}{c^2}\right) + u_r^2 =, \\ &= -(1 + r_g / r) + u_r^2, r_g = 2\gamma M / c^2 \end{aligned}$$

$$g_{00} = \sum_{s=1}^3 \left( \frac{\Delta V_s}{c \Delta t} \right)^2 t_q^2 = \int_0^{\infty} \left[ \frac{(\Delta V)^2 + 2U/m}{c^2} + u_0^2 \right] \exp[-m_\gamma (\Delta V)^2 / (2m_\gamma c^2)] d\Delta V =$$

$$= 1 - 2\gamma M / (rc^2) + u_0^2 = 1 - r_g / r + u_0^2$$

Где  $M$ , масса частицы, создающей гравитационное поле.

В формулах (1.5.6) и (1.5.7) содержится квантовый член, соответствующий средней локальной скорости частиц вакуума, описывающий также скорость пробного тела малой массы. Значит, частицы вакуума правильно описывают квантовое решение уравнений ОТО.

Скорость  $w_{s\alpha}$  стационарна, т.е. от времени не зависит. Общая теория относительности не допускает физической сингулярности определителя, при средней локальной скорости частиц вакуума, равной нулю, образованного метрическим тензором, поэтому имеем  $h_{00}h_{rr} = const$ , откуда определяется

более точная формула  $h_{rr} = -\frac{1}{1 - r_g / r}$ ,  $h_{00} = 1 - r_g / r$  при средней локальной скорости частиц вакуума  $u_l$ , равной нулю.

Используя характерный радиус элементарных частиц и массивных тел,

получаем уравнение  $\lambda_\alpha = \frac{\gamma m_\alpha}{c^2} + \frac{e^2}{m_\alpha c^2}$ , описывающее сумму гравитационного

радиуса электромагнитного и гравитационного поля, имеет в общем случае два корня, равных

$$m_\alpha = \frac{\lambda_\alpha c^2}{4\gamma} \pm \sqrt{\left( \frac{\lambda_\alpha c^2}{4\gamma} \right)^2 - \frac{e^2}{\gamma}}.$$



Причем при большой величине  $\frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma}$ , что соответствует размеру

элементарных частиц, имеем два действительных корня  $m_\beta = \frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma}$ ,  $m_\alpha = \frac{2e^2}{\lambda_\alpha c^2}$

, т.е. при величине

$$\lambda_\alpha = r_{ge} = \frac{2e^2}{m_e c^2}, \quad (1.5.8)$$

равной радиусу электрона, получим две частицы. Одна с массой электрона, а другая массивная частица с массой

$$m_\beta = \frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma} = \frac{e^2}{m_e \gamma} = \frac{\hbar c}{137 m_e \gamma} = \frac{m_{Pl}^2}{137 m_e} \approx \frac{(2.2 \cdot 10^{-5})^2}{137 \cdot 10^{-27}} = 3.53 \cdot 10^{15} \text{ g}. \quad \text{Другая}$$

частица имеет размер  $\lambda_\beta = \frac{2e^2}{m_\beta c^2} = \frac{2\gamma m_e}{c^2} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-7-27}}{9 \cdot 10^{20}} = 1.4 \cdot 10^{-54} \text{ cm}$ , т.е.

малую поверхность рассеяния. Если подставить значение массы  $m_\beta$  в

уравнение для радиуса  $\lambda_\beta = \frac{2\gamma m_\beta}{c^2} = \frac{2e^2}{m_e c^2}$ , т.е. получим радиус первой

частицы, т.е. электрона. Т.е. такая подстановка не корректна.

По этим формулам каждой элементарной частице можно поставить в соответствие массивную частицу, имеющую малую поверхность рассеяния, т.е. трудно обнаруживаемую, в связи с малыми размерами и не рассеивающие электромагнитное излучение. Эти частицы являются кандидатами в частицы темной материи.

При этом массе частицы, равной  $m = m_{Pl} / \sqrt{137} = \sqrt{\frac{\hbar c}{137 \gamma}}$ , соответствует

такая же масса парной частицы. При этом длина Планка равна

$l_{Pl} = \lambda_\alpha = \frac{\sqrt{137}e^2}{m_{Pl}c^2} = \frac{\sqrt{137}\hbar}{m_{Pl}c137} = \sqrt{\frac{\hbar\gamma}{137c^3}}$ . Величина времени Планка равна

$t_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar\gamma}{137c^5}}$ . При этом константы Планка определены с точностью до множителя. Соображения, описанные выше, позволяют оценить этот множитель.

В случае отсутствия внешнего потенциала для частиц вакуума имеем

$g_{kl} = \delta_{kl}$ . При этом имеем что  $\sum_{s=1}^3 \left(\frac{\Delta w_s}{\Delta x_k}\right)^2 t_q^2 = 1$ ,  $\sum_{s=1}^3 \left(\frac{\Delta V_s}{c\Delta t}\right)^2 t_q^2 = 1$  и скорость  $w_{s\alpha}$

стационарна, т.е. от времени не зависит.

Что приводит к предположению существования кванта времени, пространства и скорости

$$\Delta x_k = l_q / N = l_{Pl} / \sqrt{137}, \Delta t = t_q / N = t_{Pl} / \sqrt{137},$$

$$\Delta V = \sqrt{\sum_{s=1}^3 (\Delta w_s)^2} = c / N = 10^{-14} \text{ cm/sec},$$

$$l_q = \hbar^2 / m_e e^2, t_q = l_q / c, \alpha = \frac{1}{137.035989}.$$

$$N = \hbar^2 \sqrt{137} / (l_{Pl} m_e e^2) = \frac{\sqrt{137} a_0}{l_{Pl}} =$$

$$= \frac{\sqrt{137.035989} \cdot 0,52917721092 \cdot 10^{-8}}{1.616199 \cdot 10^{-33}} = \frac{137.035989^{3/2} m_{Pl}}{m_e} =$$

$$= 3.8328658 \cdot 10^{25} = \begin{cases} 2^{85} / [(1 + \alpha)(1 + \alpha^{1.5})^3 (1 + \alpha^2)^2 (1 + \alpha^{2.5})^5 (1 + \alpha^3)^2] (1 \pm 10^{-6}) \\ 696^9 (1 \pm 0.9 \cdot 10^{-4}) \end{cases}$$

Константа  $N$  определена с точностью измерения по данным CODATA 2010,2012  $a_0 = 0,52917721092(17)10^{-8} \text{ cm}$ , величина  $l_{Pl} = 1.616199(97)10^{-33} \text{ cm}$

. При этом эта константа равна степени двойки, с поправкой на множитель, зависящий от мировых констант.

Пределом квантовой теории гравитации является не классическая механика, а квантовая механика. Поэтому  $N \cdot l_{Pl} / \sqrt{137}$  должна быть характерной конечной величиной квантовой механики  $l_q$ .

Причем среднее от квадратов случайной величины равно квадрату среднего плюс дисперсия. Значит, величина скорости света может оказаться больше скоростей отдельных частиц при большой дисперсии действительной скорости вращения частиц вакуума.

При этом добавка к скорости поступательного движения аддитивной величины скорости инерциальной системы координат, не приведет к изменению метрического тензора. Используется формула суммирования скоростей Галилея, так как получается метрический тензор пространства Минковского с помощью комплексной скорости в обычной евклидовой метрике. И только после этого возникает формула релятивистского сложения скоростей.

При этом температура вакуума равна среднему квадрату скорости частиц вакуума

$$\begin{aligned}
 kT &= 2m_\gamma c^2 \sum_{\beta=-N}^N \left( \frac{1}{\sqrt{1 - V_\beta^2 / c^2}} - 1 \right) / N = 2m_\gamma c^2 \sum_{\beta=-N}^N (u_{0\beta} - 1) / 2N = \\
 &= m_\gamma \int_{-\infty}^{\infty} V_{rel}^2 \exp(-V_{rel}^2 / 2c^2) dV_{rel} / (c\sqrt{2\pi}) = m_\gamma c^2, \quad (1.5.9) \\
 V_{rel\beta}^2 &= 2c^2 (u_{0\beta} - 1) \in [0, \infty]; \frac{V_\beta}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{V_{rel\beta}^2}{2c^2}\right)^2}}
 \end{aligned}$$

Откуда имеем значение температуры

$$T = \frac{8.4 \cdot 10^{-55} 9 \cdot 10^{20}}{1.38 \cdot 10^{-16}} = 5.47 \cdot 10^{-18} \text{K}. \quad (5.10)$$

Отметим, что в микромире метрический тензор изрезан. Скорость частиц вакуума, зависит от потенциалов, действующих на них. Внутри тела действует множество потенциалов, которые изменяют скорость и концентрацию частиц вакуума, и, следовательно, меняют метрический тензор. Это говорит о связи метрического тензора не только с гравитационным полем, но и с полем сильного, слабого, и электромагнитного взаимодействия.

### Выводы

Волновая функция квантовой механики описывает потенциал скорости частиц вакуума по формуле  $V_l = -i \frac{\hbar}{m} \nabla_l \ln \psi$ , где  $V_l$  скорость частиц вакуума, а  $\psi$  волновая функция системы. Частицы вакуума группируются в полях электромагнитного взаимодействия, причем их совокупность образует элементарные частицы. Но поведение частиц вакуума квантовая механика описывает приближенно, скорость вычисляется с помощью потенциала скорости, что справедливо для потенциального потока частиц вакуума. По мере увеличения внешнего поля плотность и энергия частиц вакуума растет, и, следовательно, увеличивается их скорость, что приводит к увеличению числа Рейнольдса и переходу в турбулентный режим. В ядре атома, при большой концентрации и энергии частиц вакуума, гидродинамическое приближение о потенциальной скорости не работает, и надо использовать турбулентный режим расчета частиц вакуума, и значит, надо описывать ядро атома по-другому. При этом для описания ядра атома необходимо использовать уравнение Навье – Стокса, из которого как частный случай при

потенциальной скорости, следует уравнение Шредингера. Описание решения уравнения Навье – Стокса в турбулентном режиме, см. [1]. Отметим, что как доказано в [1], имеется счетное количество решений уравнения Навье – Стокса, со счетным количеством собственных энергий в турбулентном режиме. Выскажем замечания по поводу развития идеи описания элементарных частиц с помощью частиц вакуума. Представляет интерес описание стандартной модели с помощью частиц вакуума.

Можно определить зависимость метрического тензора и волновой функции от координат, и вычислить детерминированную и вероятностную часть метрического тензора, но это возможно только для неподвижных объектов. Можно определить метрический тензор и для движущихся объектов. При этом метрический тензор нашей Солнечной системы, состоит из детерминированной гравитационной части, имеющей первый порядок малости и вероятностной части, имеющей второй порядок малости. Порядок малости определяется отношением трехмерной скорости к скорости света. По определенному гравитационному полю определяется с помощью детерминированного уравнения движения зависимость  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(s, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0), \mathbf{u} = \mathbf{u}(s, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ , описывающая движение частицы малой массы, где выделенные жирным шрифтом описаны переменные, которые являются четырехмерными векторами. Причем это движение частицы малой массы от массы частицы не зависит, и в четырехмерном фазовом пространстве можно определить траектории движения, без учета взаимного влияния. Решая уравнение Клейна-Гордона, находим зависимость волновой функции от координат. Подставляем вместо координат значение координат траектории движения, опишем зависимость метрического тензора от метрического интервала  $s$  и начальных условий хаотической части метрического тензора, которая будет определена с плотностью вероятности  $|\psi|^2$ .

Интерес представляет описание не стационарного метрического тензора черной дыры, нахождение ее хаотической части, при большой скорости приближения к черной дыре.

Причем в микромире с его большими скоростями, гравитационное поле мало, но вероятностные значения поправок к метрическому тензору существенны, изменяя метрический тензор до значения  $g_{lk} = g_{lk0} + u_l u_k$ , где  $g_{lk0}$  метрический тензор пространства Минковского. Порядок величины поправок совпадает с порядком собственной энергии атома водорода, т.е. может появиться аддитивная составляющая энергии. Эти поправки могут приводить к отличию метрики пространства от метрики Минковского и изменить описание электрона в атоме и описание ядра атома.

**Глава 2. Определение критического количества частиц вакуума,  
являющегося границей между проявлением  
корпускулярных и волновых свойств частиц**

Звуковая волна может распространяться в газе, если длина волны больше расстояния между частицами газа. Более того, длина волны должна составлять как минимум два-три расстояния между частицами: ведь она должна включать как области сгущения, так и область разрежения. Для распространения звуковой волны, которая является электромагнитной волной, образованной частицами вакуума, расстояние между частицами должно быть, по крайней мере, вдвое меньше длины волны излучения. Электромагнитные волны — это звуковое движение частиц вакуума, что было доказано в предыдущем разделе.

Найдем среднее расстояние между частицами вакуума, для чего вычислим их концентрацию  $n = \rho_\gamma / m_\gamma = 1 / \left\{ r_\gamma^3 \left[ \frac{(24\sqrt{2}\pi)^3 137^2 \hbar}{r_\gamma^4 \rho_\gamma c} \right]^{1/4} \right\} = 10^{-29+57} = 10^{28} / \text{cm}^3$  см.

формулы 1 раздела. Тогда среднее расстояние между частицами вакуума

$$\Lambda = \frac{1}{(4\pi/3)^{1/3}} = r_\gamma \left[ \frac{(24\sqrt{2}\pi)^3 137^2 \hbar}{r_\gamma^4 \rho_\gamma c} \right]^{1/12} / (4\pi/3)^{1/3} = 0.28 \cdot 10^{-9} \text{ cm}.$$

Длина волны должна равняться, по крайней мере, половине расстояния между частицами, чтобы на расстоянии между частицами умещалась область разрежения и сжатия волны.

При этом энергия или масса, соответствующая этой длине волны равна  $m = 4\pi\hbar/(c\Lambda) = 4\pi \cdot 10^{-27} / (3 \cdot 10^{10} \cdot 0.28 \cdot 10^{-9}) = 1.45 \cdot 10^{-27} \text{ g}$  (при этом длина волны, вдвое меньше расстояния между частицами), при необходимой массе – энергии рождения электрон-позитронной пары  $2m_e = 1.8 \cdot 10^{-27} \text{ g}$ . Где  $m_e$  это масса электрона или позитрона. При этом независимое определение границы распространения электромагнитной волны, совпало с границей рождения электрон-позитронных пар. Совпадение является достаточным, учитывая приближенное значение критерия распространения звуковой волны в газе.

При этом гамма квант и рентгеновское излучение, образованное за счет излучения ядра или излучения элементарных частиц, имеют меньшую длину волны и проявляют квантовые свойства, т.е. их механизм распространения не является волновым. В этой связи можно сказать, что гамма и рентгеновские лучи образованы частицами вакуума со свойством

$$N_{cr} = \frac{m}{m_\gamma} = \frac{2\pi\hbar/\Lambda}{m_\gamma c} = \frac{2\pi 10^{-27+9} 4}{10^{-57+10} 3} = 0.73 \cdot 10^{30},$$

и являются переходными между частицами и электромагнитными волнами. При этом гамма и рентгеновские кванты могут превращаться в элементарные частицы. Элементарные частицы состоят из большого числа частиц вакуума

$N_{cr} = m/m_\gamma = 0.9 \cdot 10^{-27+57} = 0.9 \cdot 10^{30}$ , где  $m$  это масса элементарной частицы, электрона и  $m_\gamma$  масса частицы вакуума.

В произвольной системе отсчета скорость образовавшихся частиц - электрона и позитрона относительно центра инерции двух столкнувшихся фотонов равна величине  $V/c = \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega^2}}$ , см. [5] задача к §88, где  $\omega$  частота фотона. Т.е. энергия электрона и позитрона равна  $\frac{2mc^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = 3mc^2$ . Причем границе между корпускулярными и волновыми свойствами соответствует скорость  $V/c = \sqrt{5}/3$ , т.е.  $3mc^2 = 2\hbar\omega$ . На образование двух фотонов требуется аннигиляция электрон-позитронной пары, т.е. энергия  $2\hbar\omega$ . Куда же девается энергия твердого тела, равная  $3mc^2 - 2\hbar\omega = mc^2$ ? Переход от корпускулярных свойств к волновым, это фазовый переход между твердым телом и газообразным объемом сопровождается выделением дополнительной энергией. Эта энергия и равна дополнительной величине энергии твердого тела, которая переходит в энергию фазового перехода, добавляясь к энергии волны. Т.е. имеем равенство  $3mc^2 = 2\hbar\omega + \hbar\omega$ , где  $\lambda = \hbar\omega/2$  теплота фазового перехода, одного кванта света. Эта теплота нулевых колебаний кванта света. При обратном переходе от волновых свойств к корпускулярным свойствам, т.е. от газообразного состояния в твердое состояние, надо газ охладить, т.е. у газа забрать энергию, уменьшив энергию газа, т.е. уменьшив волновую и энергию фазового перехода волны. Получается, что волна содержит энергию фазового перехода в корпускулярное состояние, равную нулевым колебаниям электромагнитной волны.

Но каков не волновой механизм движения системы? Это движение по инерции. При этом в переходной зоне сумма двух гидродинамических сил потока, образованного частицами вакуума, равна нулю

$$\rho V^2 / 2 + \mu \frac{dV}{dx} = 0, \mu / \rho = i\hbar / (2m).$$



Решение этого уравнения при начальной скорости системы равной скорости света и результирующая скорость равна постоянной, конечной скорости движения по инерции, равно  $\frac{1}{V} = \frac{1}{c} + \frac{\Delta x \rho}{2\mu} = \frac{1}{c} + \frac{\Delta x m}{i\hbar}$ , где величина  $\Delta x$  соответствует переходу от постоянной скорости света, к постоянной скорости частицы  $\Delta x = i\lambda = i\frac{\hbar}{m}(\frac{1}{V} - \frac{1}{c})$ . Расстояние, на котором произошел этот переход мнимое. Т.е. этот переход произошел на среднеквадратичном отклонении координаты вновь образовавшейся элементарной частицы, так как мнимая часть размера частицы равна среднеквадратичному отклонению по физическому смыслу мнимой величины. При этом длина волны частицы определяет среднеквадратичное отклонение. При этом образуется длина волны  $\lambda$  элементарной частицы, равная длине волны де Бройля и модулю среднеквадратичного отклонения координаты. Эта длина волны соответствует переходу от электромагнитной волны к длине волны массы  $m$  двигающейся с поступательной скоростью  $V$ .

Но масса частицы - это константа, когда же она начинает приводить к проявлению волновых свойств? Проявление волновых свойств де Бройля связано со скоростью частицы. Длина волны де Бройля зависит от скорости частицы  $\lambda = h/p = h/mV$ . Более точная формула  $\lambda = \frac{h}{m}(\frac{1}{V} - \frac{1}{c})$ , учитывающая конечную скорость частицы, причем меньшую скорости света. Еще более точная формула  $p = \hbar k$ . С изменением скорости частицы меняется и ее кинетическая энергия. При этом критическое значение параметра, определяющего переход из волнового состояния в корпускулярное состояние для волн де Бройля равно

$$ka = R = \frac{Va}{v} = \frac{mVa}{\hbar} = N_{cr} = \frac{4m}{m_\gamma} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1 \right)^2, v = \frac{\hbar}{m}, \text{ где } k \text{ определяется}$$

волной де Бройля,  $a$  характерный размер препятствия. При этом наблюдается равенство критерия перехода границы между электромагнитной волной и материей и критерия перехода границы между материей и волной де Бройля.

Это равенство реализуется при скорости частиц вакуума на границе перехода волна-материя равной величине  $V/c = \sqrt{5}/3$ . Оно получается из формулы  $\frac{2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 2 = 1$ .

При этой скорости частиц вакуума частота электромагнитной волны равна комптоновской частоте излучения  $3mc^2 = 2\hbar\omega + \hbar\omega$ , что приводит к рождению электрон-позитронной пары.

Образование электрон-позитронной пары приводит к другой границе между корпускулярными и волновыми свойствами. К границе между волнами де Бройля и корпускулярными свойствами вещества.

Значение однородного электрического поля, при котором происходит рождение электрон-позитронной пары из вакуума удовлетворяет условию

$$|E| > \frac{m^2 c^3}{|e| \hbar}.$$

Оно отличается от перехода гамма кванта в электрон-позитронную пару. Этот переход соответствует изменению волновых свойств в корпускулярные. Это соответствует невозможности существования волны в связи большим расстоянием между частицами вакуума по сравнению с длиной волны, и переходу к равномерному движению элементарных частиц.

Критерий  $|E| > \frac{m^2 c^3}{|e| \hbar}$  соответствует рождению из вакуума электрона и

позитрона в постоянном поле и соответствует образованию нелинейного члена электромагнитного поля.

В электромагнитной волне скорость частиц вакуума зависит от векторного потенциала, при фазовой скорости в вакууме, равной скорости

света. В волне де Бройля фазовая скорость больше скорости света и равна  $c^2/V$ , где  $V$  скорость частицы, а приведенная длина волны определяется по формуле  $\hat{\lambda} = \frac{\hbar}{mV}$ ,  $p = \hbar k$ , где  $V$  скорость элементарной частицы, и равная ей скорость частиц вакуума.

При большой скорости частица проявляет себя как квант энергии, при малой скорости как волна. Причем граница резкая по скорости частицы. По-видимому, это связано с критическим числом Рейнольдса. Число Рейнольдса для волны де Бройля запишется в виде  $R = \frac{Va}{\nu} = \frac{Va}{\hbar/(2m)} = \frac{2a}{\hat{\lambda}} = ka, \nu = \hbar/(2m)$ , где величина  $\nu = \hbar/(2m)$  модуль кинематической вязкости вакуума. Для данных условий эксперимента существует критическая скорость частицы, когда происходит переход между двумя режимами, турбулентным и ламинарным. Турбулентный, комплексный режим соответствует корпускулярному описанию свойств частицы как твердого тела, а действительный, ламинарный режим плавному, волновому см. [1] стр.7, как газообразному образованию. Предельный случай турбулентного режима - это твердое тело с увеличивавшейся плотностью, а значит уменьшающейся кинематической вязкостью, т.е. ростом числа Рейнольдса. Причем плотность газообразного тела, проявляющего волновые свойства, равна плотности вакуума  $\rho = 10^{-29} \text{ г/см}^3$ , а плотность квантовой частицы огромна. При этом квант образует кристаллическую, колеблющуюся вокруг положения равновесия, структуру, которая соответствует постоянному коэффициенту сопротивления турбулентного режима при максимальном перепаде безразмерного давления  $T$ , соответствующем максимальной скорости движения, скорости света (см. формулу для числа Рейнольдса в [1])

$$R_{\max} = \frac{ca}{\nu} = \sqrt{R_{cr}^2 + \sqrt{T/8 - R_{cr}^2}}$$

Безразмерное давление при пересчете уравнения Навье – Стокса в уравнение Шредингера, соответствует безразмерному потенциалу см. начало 1 раздела.

При этом пространство микромира комплексно в обоих режимах см. формулу (2.2). Турбулентный режим с трудом создает интерференционную картину, в силу наличия дисперсии, а значит не постоянства свойств, а ламинарный когерентный режим создает просто. Интерференционная картина создается при стационарном состоянии интеграла

$$y^l = \int_{s_0}^s \frac{dx^l}{du} \exp\left\{i \int_{\varphi_0}^u \left(P_k \frac{dx^k}{d\varphi} / \hbar - n\right) d\varphi\right\} du. \quad (2.2)$$

При этом пространство  $y^l$  всегда комплексно при комплексной фазе. Фаза равна нулю при поступательном движении тела при отсутствии внешнего поля см. [11], стр.16-17. При наличии точки стационарной фазы определяется стабильная интерференционная картина при действительных значениях  $x^k, P_k$ , что приводит к появлению интерференции. Метод перевала соответствует турбулентному режиму и комплексным значениям пространства  $x^k, P_k$ , причем его реализация проблематична, и получение интерференционной картины сложная задача в силу свойства мнимой части комплексных параметров. Мнимая часть параметров переменна как в пространстве, так и во времени, хотя описывается как одно мнимое число.

Причем при внешнем воздействии на элементарную частицу (измерение ее скорости или координаты) ее энергия изменится, и интерференционная картина изменится.

При этом электроны в атоме водорода в процессе испускания электромагнитной волны перестраивает свою структуру, из частиц вакуума, образующих элементарную частицу электрон, в частицы вакуума образующие электромагнитную волну при этом, опять затрачивается энергия ионизации,

т.е. фазового перехода. При этом меняется и  $ka = 2\pi \frac{a}{\lambda}$ , за счет образования нестационарного состояния с эффективной длиной волны  $\lambda = c\tau = c \frac{\hbar}{\Gamma}$ , где величина  $\Gamma$ , это мнимая часть энергии частицы. При этом имеем  $ka = 2\pi \frac{a\Gamma}{\hbar c}$ . Следовательно, эта величина увеличивает длину волны по сравнению со стационарным состоянием, так как действительная часть  $ka = 2\pi \frac{aE}{\hbar c}$  энергии  $E$  больше мнимой части  $\Gamma$ , и вызывает переход к волновым свойствам.

При этом этот критерий соответствует наличию картины интерференции элементарных частиц  $ka = \frac{mVa}{\hbar}$ , которая для электрона соответствует  $2\pi$ , а для атомов гелия масса определяется значение  $4 \cdot 1836$  масс электронов. В опыте, описанном в статье [12], размер щели  $s_1 = 2a = 2\mu m = 2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ . При этом, длина волны  $\lambda = 0.103 \text{ nm} = 1.003 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ . При этом размер системы  $\frac{mVa}{\hbar} = 2\pi \frac{a}{\lambda} = N_{cr} = \frac{4m}{m_\gamma} \left( \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = 4.6 \cdot 10^4$ . Откуда скорость равна  $V = 6 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$ . Тогда критическое значение параметра равно  $N_{cr} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 1836 \cdot 10^{-27}}{10^{-50}} \frac{6^4 10^{16}}{2 \cdot 9^2 \cdot 10^{40}} = 3.5 \cdot 10^4$ . Отмечу неожиданный результат эксперимента. Для образования дифракционной картины в случае электромагнитной или звуковой волны достаточно  $ka = 2\pi$ . Но у атомов гелия образование дифракционной картины произошло при размерах  $ka = \frac{mVa}{\hbar}$  в 10000 раз больших, что является свойством волны де Бройля. Это объясняется следующим образом. Образование интерференционной картины с помощью частиц вакуума зависит от порога, так же, как и в гидродинамике есть резко отличающийся ламинарный и турбулентный режим. Но критерий  $N_{cr}$  имеет

разное значение, так как масса частицы и ее скорость разная. Поэтому получаем значение этого критерия зависящего от массы частицы. Т.е. при условии  $ka = \frac{mVa}{\hbar} = N_{cr} = \frac{4m}{m_\gamma} \left( \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1 \right)^2$  имеется граница между корпускулярными свойствами и волновыми, где  $V$  скорость частицы относительно неподвижного центра инерции системы. При уменьшении  $ka$  проявляются волновые свойства. При этом критерий перехода к волновым свойствам в обоих случаях описания увеличился относительно электрона в  $0.7 \cdot 10^4 \sim 4 \cdot 1836$ .

При этом плотность частиц вакуума определяет вид взаимодействия. Так проникающее повсюду гравитационное и почти повсюду электромагнитное взаимодействие образуется при плотности частиц вакуума  $\rho_\gamma > 10^{-29} \text{ g/cm}^3$  при концентрации частиц вакуума  $n = \frac{\rho_\gamma}{m_\gamma} = \frac{3}{4\pi\Lambda^3} > 10^{28} / \text{cm}^3$ . Граничное расстояние между частицами вакуума в электромагнитной волне

$$\Lambda = 0.28 \cdot 10^{-9} \text{ cm}. \quad (2.2)$$

В случае атома водорода граничная концентрация частиц вакуума равна

$$n = \frac{4m_e}{m_\gamma a_0^3} \left( \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = \frac{4 \cdot 10^{-29}}{10^{-57} (0.5 \cdot 10^{-8})^3 137^4} = 8 \cdot 10^{44} / \text{cm}^3.$$

При этом граничное расстояние между частицами вакуума  $\Lambda = 1.6 \cdot 10^{-15} \text{ cm}$ . При этом  $ka_0 \ll N_{cr}$ , т.е. система должна проявлять корпускулярные свойства как волна де Бройля, и волновые свойства как электромагнитная волна, удовлетворяющая условию  $\frac{V}{c} < \frac{\sqrt{5}}{3}$ , т.е. не образовывать пар частица-античастица см. материал далее по тексту.

Граница концентрации частиц вакуума между волновыми и корпускулярными свойствами при сильном взаимодействии, равна

$$n = \frac{4m_p}{m_\gamma r_A^3} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = \frac{4 \cdot 1840 \cdot 0.5 \cdot 10^{-27+57+39}}{1 - V^2/c^2} = \frac{4 \cdot 10^{72}}{1 - V^2/c^2} / \text{cm}^3.$$

Граничное расстояние между частицами вакуума  $\Lambda = 10^{-24} (1 - V^2/c^2)^{1/3} \text{ cm}$ , при размере ядра  $r_A = 10^{-13} \text{ cm}$ . Причем скорость частиц вакуума в ядре атома близка к скорости света.

Частицы вакуума образуются из электрона и позитрона, имеющих размер  $r = 2.83 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ , при расстоянии между электроном и позитроном  $l = 10^{-35} \text{ cm}$ . Причем облако соседних частиц вакуума перекрываются между собой в атоме и ядре атома. Т.е. частицы вакуума плотно упакованы в атоме и ядре атома. Вернее, частицы вакуума образуют элементарные частицы, плотно упаковавшись. При этом каждая элементарная частица создает малый отрицательный потенциал  $U = -\frac{e^2 l}{r^2}$  см. главу 1. Между элементарными частицами имеется свободное пространство с малой концентрацией частиц вакуума.

При этом отрицательный потенциал, создаваемый соседними частицами вакуума в ядре атома равен  $\varphi = -\frac{e^2 l}{r^2} = -\frac{4.8^2 \cdot 10^{-20} \cdot 10^{-35}}{10^{-48}} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ erg}$ . При этом частицы вакуума обладают большой кинетической энергией собственного вращения. Причем имеем значение энергии покоя для одной частицы вакуума  $m_\gamma c^2 = 10^{-55} 9 \cdot 10^{20} = 10^{-34} \text{ erg}$ .

В электромагнитной волне частицы вакуума находятся на расстоянии большем, чем размер позитрона и электрона. Расстояние между частицами вакуума в электромагнитной волне удовлетворяет равенству (2.2).

В случае ядра атома и атома водорода, это расстояние меньше размера электрона. Частицы вакуума в ядре атома плотно упакованы, с пересечением их волновых функций, масса покоя может быть меньше модуля потенциальной энергии. Причем концентрация частиц вакуума в ядре не равномерна. В нуклонах имеется большая плотность частиц вакуума. При этом, имеются интервалы с малой плотностью частиц вакуума.

Суммарная электромагнитная энергия частиц вакуума в ядре атома

$$\varphi \sqrt{\frac{m_p}{m_\gamma}} = -6 \cdot 10^5 \text{ erg}, \text{ при энергии покоя } m_p c^2 = 1840 \cdot 0.5 \cdot 10^{-27} 9 \cdot 10^{20} = 10^{-3} \text{ erg}$$

. Это достигается за счет наличия кинетической энергии собственного вращения частиц вакуума.

$$\text{При этом граница } \frac{2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 2 = 1; \frac{V}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ соответствует рождению}$$

частицы и античастицы. В самом деле, величина  $n = \frac{4m_e}{m_\gamma a_0^3} \left( \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1 \right)^2$

это граничная концентрация частиц вакуума. Определенное по ней расстояние

между частицами вакуума, это граничное расстояние. Величина  $n = \frac{m_e}{m_\gamma a_0^3}$ ,

определяет концентрацию частиц вакуума. По ней можно определить расстояние между частицами вакуума. При расстоянии между частицами вакуума меньше граничного расстояния, наблюдаются волновые электромагнитные свойства. Но при этом уже имеются корпускулярные свойства волны де Бройля в случае  $ka < N_{cr}$ . При величине расстояния между частицами больше граничного расстояния должны проявляться корпускулярные свойства электромагнитного поля. Значит, при переходе



через границу  $\frac{V}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}$  должны проявиться корпускулярные электромагнитные свойства, т.е. образовываться пары частица-античастица.

Докажем, что квантовую частицу может сопровождать электромагнитная волна. Для этого запишем равенство

$$[\hbar(\omega_q + \omega_{em})]^2 = [\hbar(k_q + k_{em})]^2 c^2 + m^2 c^4.$$

Где индекс  $q$  означает квантовую волну де Бройля, а индекс  $em$  электромагнитную волну. Эта формула эквивалентна двум формулам

$$\begin{aligned} (\hbar\omega_q)^2 &= (\hbar k_q)^2 c^2 + m^2 c^4 \\ 2\hbar^2 \omega_q \omega_{em} + (\hbar\omega_{em})^2 &= 2\hbar^2 k_q k_{em} c^2 + (\hbar k_{em})^2 c^2. \end{aligned}$$

Откуда для волнового числа электромагнитной волны имеем формулу

$$\begin{aligned} k_{em} &= -k_q + \sqrt{k_q^2 + 2\omega_q \omega_{em} / c^2 + \omega_{em}^2 / c^2} = \omega_{em} / c_1 \\ \frac{c}{c_1} &= \sqrt{1 + \frac{k_q^2 c^2}{\omega_{em}^2} + \frac{2\omega_q}{\omega_{em}} - \frac{k_q c}{\omega_{em}}} = \sqrt{\left(1 + \frac{\omega_q}{\omega_{em}}\right)^2 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_{em}^2}} - \sqrt{\left(\frac{\omega_q}{\omega_{em}}\right)^2 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_{em}^2}}. \end{aligned}$$

Т.е. элементарную частицу сопровождает электромагнитная волна с такой фазовой скоростью  $c_1$ . Причем частота электромагнитной волны и волны де Бройля совпадает. Т.е. имеем

$$\begin{aligned} \frac{c}{c_1} &= \sqrt{4 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_q^2}} - \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_q^2}} \cong 1 + \frac{3m^2 c^4}{8\hbar^2 \omega_q^2}, \\ k_{em} &= \frac{\omega_q}{c} \left( \sqrt{4 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_q^2}} - \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_q^2}} \right) = \frac{\omega_q}{c} \left( 1 + \frac{3m^2 c^4}{8\hbar^2 \omega_q^2} \right) \end{aligned}$$

Сопутствующее элементарную частицу электромагнитное поле имеет частоту

$\hbar\omega > mc^2$ . Т.е. при достижении скорости  $\frac{V}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}$  связанная с частицей

электромагнитная волна образует пару частица-античастица при условии  $\hbar\omega = mc^2$ .

### Выводы

Существует единый механизм, объединяющий волновое и корпускулярное описание частиц и электромагнитного поля. Электромагнитные волны и элементарные частицы состоят из частиц вакуума. Элементарные частицы — это сгустки частиц вакуума. Причем сгустки бывают газообразными (облако частиц в атоме), жидкими и кристаллическими – корпускулярными, и между этими состояниями происходят фазовые переходы, которые сопровождаются изменением энергии. Потенциал электромагнитного поля - это поток частиц вакуума. При этом граничное значение количества частиц вакуума эквивалентно массе электромагнитной волны  $m = \hbar k / c$  равно  $\frac{m}{m_\gamma} = \frac{\hbar k}{m_\gamma c} = N_{cr} = 10^{30}$ . При превышении этого количества частиц вакуума

электромагнитная волна проявляет корпускулярные свойства, например, рентгеновское и гамма излучение, и могут рождаться электрон-позитронные пары. Критическое значение для волны де Бройля разного сорта элементарных

частиц это величина разная и равна  $N_{cr} = \frac{4m}{m_\gamma} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} - 1 \right)^2$ , где скорость

частицы определяется относительно скорости движения неподвижного центра инерции, но эта формула справедлива для волн де Бройля. При превышении

скорости  $\frac{V}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}$  могут проявляться корпускулярные электромагнитные

свойства частиц и рождаться пары частица-античастица с выделением или поглощением энергии.

### Глава 3. Новый метод решения уравнения Шредингера

#### Аннотация

Решение в виде гипергеометрической функции является конечным произведением экспоненты и полинома от безразмерного радиуса, который разбивается на отдельные множители. Взяв логарифм от этой функции и продифференцировав по радиусу получим конечную сумму вычетов с множителем единица и с определяемым полюсом плюс постоянное слагаемое. Решать такое нелинейное дифференциальное уравнение относительно производной от логарифма волновой функции проще, чем считать гипергеометрический ряд. При этом решение ищется в виде  $\exp[-i(Et/\hbar - \int_0^r k(u)du)]f(\theta)/r$ , относительно новой переменной  $k(r)$ .

Уравнение Шредингера при рассеянии элементарных частиц на произвольном потенциале надо описывать в комплексном пространстве с комплексной энергией. При этом получается новый вид решения уравнения Шредингера

Уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U \psi$$

Подставим решение

$$\psi(t, r, \theta) = \exp\{-i[Et/\hbar - \int_0^r k(u)du]\}f(\theta)/r \quad (3.1)$$

в дифференциальное уравнение, получим

$$E\psi = \frac{\hbar^2}{2m}(k^2 - i\frac{dk}{dr})\psi + U\psi + \frac{\hbar^2}{2mr^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left\{ \sin\theta \frac{\partial\psi}{\partial\theta} \right\}.$$

Переменные разделились, представим волновую функцию в зависимости от радиуса и угла, получим

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k^2 - i\frac{dk}{dr}) + U(r) + \frac{\lambda\hbar^2}{2mr^2}.$$

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left\{ \sin\theta \frac{\partial f(\theta)}{\partial\theta} \right\} = \lambda f(\theta), \lambda = l(l+1)$$

Для решения задачи рассеяния надо знать решение задачи движения в кулоновском потенциале.

Проверим формулу (3.1), подставив в уравнение волновую функцию основного состояния атома водорода. Задача сводится к уравнению  $2\exp(-r) = \exp[i \int k(u)du]/r, ik(r) = -1 + 1/r$ . Подставляем в приведенную к безразмерному виду формулу (3.2), получим  $2\varepsilon = -1 + 2/r - 1/r^2 + 1/r^2 - 2/r = -1$ , т.е. получаем энергию основного состояния атома водорода.

Уравнение Шредингера сводится к уравнению

$$\frac{2mE}{\hbar^2} = 2\varepsilon = k^2 - i\frac{dk}{dr} + 2u(r); u(r) = \frac{2mU(r)}{\hbar^2} + \frac{l(l+1)}{r^2}. \quad (3.2)$$

В случае произвольного собственного значения имеем для водородоподобного атома радиальная часть волновой функции равна  $R_{nl} = \exp(-r/n)r^l L_{nl}(r)$  см.

[6]

$$ik(r) = \frac{d}{dr} [-r/n + (l+1)\ln r + \ln L_{nl}(r)] =$$

$$= \frac{-1}{n_r + l + 1} + \frac{l+1}{r} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{r - a_k}. \quad (3.3)$$

Можно получить решение (3.2), подставляя в (3.2) решение (3.3) и находя значение  $n-1$  константы  $a_k$  и определить собственное значение энергии  $\mathcal{E}$ , приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях радиуса. Но это возможно только в случае потенциала Кулона. В случае потенциала  $u(r) = -\frac{2}{r} + \frac{b}{r^2}$  решение ищем в виде (3.1), это получается при целом орбитальном числе.

Где величина  $n_r$  радиальное квантовое число.

$$ik(r) = -\sqrt{-2\mathcal{E}} + \frac{\sqrt{1/4+b} + 1/2}{r} + \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-a_k}. \quad (3.4)$$

При условии  $n_r = 0$  для основного состояния водородоподобного атома подставляем значение волнового числа в уравнение (3.2) с потенциалом

$u(r) = -\frac{2}{r} + \frac{b}{r^2}$  получаем собственное значение энергии

$$\mathcal{E}_{0b} = -\frac{1}{2(\sqrt{1/4+b} + 1/2)^2}.$$

$$ik(r) = -\frac{1}{\sqrt{1/4+b} + 1/2} + \frac{\sqrt{1/4+b} + 1/2}{r}.$$

При этом волновая функция равна

$$\psi(r) = \exp\left(-\frac{r}{\sqrt{1/4+b} + 1/2}\right) r^{\sqrt{1/4+b}-1/2}.$$

При произвольном  $n$  в уравнение (2) надо подставлять значение (4) и находить значение собственной энергии и коэффициентов  $a_k, k=1, \dots, n_r$ .

$$\psi(r) = \exp\left(-\frac{r}{\sqrt{1/4+b} + 1/2 + n_r}\right) r^{\sqrt{1/4+b}-1/2} L_{n_r, b}(r)$$

При условии полином  $L_{n_r,b}(r) = \prod_{k=1}^{n_r} (r - a_k)$  в волновой функции имеет более

сложный вид, зависящий от коэффициента  $a_k(b)$ . Величина собственной

$$\text{энергии равна } \varepsilon_{n_r,b} = -\frac{1}{2(\sqrt{1/4+b} + 1/2 + n_r)^2}$$

$$\text{В случае } n_r = 1 \text{ получаем значение энергии } \varepsilon_{1b} = -\frac{1}{2(\sqrt{1/4+b} + 3/2)^2}.$$

Волновая функция при этих значениях параметра равна

$$\psi(r) = \exp\left(-\frac{r}{\sqrt{1/4+b} + 3/2}\right) r^{\sqrt{1/4+b}-1/2} [r - (\sqrt{1/4+b} + 1/2)(\sqrt{1/4+b} + 3/2)].$$

При условии  $b = 0$  получаем правильное значение волновой функции

$$\psi(r) = \exp\left(-\frac{r}{2}\right)(r - 2) \sim \exp\left(-\frac{r}{2}\right)(1 - r/2).$$

В случае если решение является вырожденной гипергеометрической волновой функцией можно реализовать предлагаемую идею.

Рассмотрим ядерный потенциал и найдем его собственную энергию.

Потенциальную энергию будем рассматривать в виде

$$u(r) = \frac{c}{r^4} - \frac{2(1+\alpha)}{r} + \frac{b}{r^2}; \alpha = \frac{m_e}{m_p}. \text{ Ищем значение функции в виде}$$

$$ik(r) = -\sqrt{-2\varepsilon} + \frac{\sqrt{1/4+b}-1/2}{r} - \frac{\sqrt{c}}{r^2} + \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-a_k}. \quad (3.5)$$

Рассмотрим простейший случай  $n_r = 0$ . Подставим (3.5) в уравнение (3.2),

получим, после приведения подобных членов коэффициенты при степенях

-1,-2,-3. Итого получим 3 уравнений. Имеется 3 неизвестных констант  $\varepsilon, b, c$ .

Решая это уравнение получим

$b = 5/4, \varepsilon = -(1 + \alpha)^2 / 2(\sqrt{1/4 + b} - 1/2)^2, c = (\sqrt{1 + 4b} - 1)^2 / 2(-\varepsilon),$  где

орбитальный момент равен  $l = (\sqrt{6} - 1)/2$  волновую функцию в виде

$$\psi(r) = \exp(-r\sqrt{-2\varepsilon})(r + i\alpha/137)^{\sqrt{1/4+b}-1/2} \exp\left(\frac{\sqrt{c}}{r + i\alpha/137}\right).$$

Где реализована регуляризация волновой функции в сингулярности. Функция

$\frac{r}{r^2 + \alpha^2/137^2}$  имеет максимум при условии  $r = \alpha/137 = \frac{m_e}{137m_p} = \frac{r_p}{137a_0}$ , т.е.

волновая функция имеет максимум, при радиусе, равном комптоновскому

$$\text{радиусу протона } r_p/137 = \frac{\hbar^2}{137m_p e^2} = \frac{\hbar}{m_p c}.$$

Рассмотрим ядерный потенциал плюс потенциал кулона и найдем его собственную энергию. Потенциальную энергию будем рассматривать в виде

$$u(r) = \frac{c}{r^4} - \frac{2(1 + \alpha)}{r} + \frac{b + l(l + 1)}{r^2}; \alpha = \frac{m_e}{m_p}. \text{ Ищем значение функции в виде}$$

(считаем зависимость от орбитального квантового числа определенной при вращении электрона вокруг ядра без учета потенциала ядра, иначе она войдет в значение  $b$ )

$$ik(r) = -\sqrt{-2\varepsilon} + \frac{-\sqrt{1/4+b}-1/2+l+1}{r} - \frac{\sqrt{c}}{r^2} + \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r - a_k}. \quad (3.6)$$

Рассмотрим простейший случай  $n_r = 0$ . Подставим (3.6) в уравнение (3.2),

получим, после приведения подобных членов коэффициенты при степенях

-1,-2,-3. Итого получим 3 уравнений. Имеется 3 неизвестных констант  $\varepsilon, b, c$ .

Решая это уравнение получим  $b = l(l - 1), \varepsilon = -(1 + \alpha)^2 / 2, c = 4l^4 / (1 + \alpha)^2$

волновую функцию в виде

$$\begin{aligned}\psi(r) &= \exp(-r\sqrt{-2\varepsilon})(r + i\alpha/137)\exp\left(\frac{\sqrt{c}}{r + i\alpha/137}\right) = \\ &= \exp[-r(1 + \alpha)](r + i\alpha/137)\exp\left[\frac{2l^2}{(1 + \alpha)(r + i\alpha/137)}\right].\end{aligned}$$

Где реализована регуляризация волновой функции в сингулярности. Функция

$$\frac{r}{r^2 + \alpha^2/137^2} \text{ имеет максимум при условии } r = \alpha/137 = \frac{m_e}{137m_p} = \frac{r_p}{137a_0}, \text{ т.е.}$$

волновая функция имеет максимум, при радиусе, равном комптоновскому

$$\text{радиусу протона } r_p/137 = \frac{\hbar^2}{137m_p e^2} = \frac{\hbar}{m_p c}. \text{ При этом имеется вырождение}$$

энергии по орбитальному квантовому числу и правильное значение энергии.

$$\text{При этом потенциал ядра равен } u(R) = \frac{4l^4 m_e e^4 a_0^4}{R^4 \hbar^2 (1 + \alpha)^2}, a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \gg R, l \neq 0.$$

$$u(R) = \frac{m_e e^4 a_0^4 (\sqrt{6} - 1)^4}{16(1 + \alpha)^2 R^4 \hbar^2}, l = 0, \alpha = \frac{m_e}{m_p}. \text{ При большом радиусе волновая функция}$$

совпадает с волновой функцией атома водорода и влияния ядра сводится к малой поправке энергии атома. Получился интересный результат. Во взаимодействии ядра атома и электрона у волновой функции имеется другая зависимость от орбитального квантового числа. Кроме того, собственная энергия атома не зависит от орбитального квантового числа, а определяется радиальным квантовым числом. Это коренным образом меняет построение таблицы элементов Менделеева.

#### Глава 4. Взрывное решение уравнения Дирака



Уравнение Дирака путем его преобразования, сводится к зависимости от импульса. Причем импульс зависит от суммы координат. На этой основе получено новое решение уравнения Дирака.

Уравнение Дирака получено из уравнения Клейна – Гордона путем извлечения квадратного корня из волнового оператора  $(\gamma^\mu \hat{p}_\mu)(\gamma^\nu \hat{p}_\nu)\psi = m^2 c^2 \psi = \hat{p}^2 \psi$ . При этом образуется два уравнения Дирака с четырьмя компонентами спинора. При этом возникают 4 компоненты спинора, которые описывают 4 колеблющиеся по каждой из трех осей сгустки частиц среды. Движение одной частицы сводится к совокупности движений множества частиц вакуума. При этом движение этого множества частиц вакуума, свелось к движению 4 частиц с одинаковой массой, но разным импульсом и скоростью. При этом колебание по пространственным осям можно свести к вращению вокруг оси. Кроме того, решение уравнения Дирака описывает образование дискретных объемов. Причем описано образование, как элементарных частиц, так и планет, и звезд. При этом внутри таких тел имеется источник энергии, имеющий мощность, варьируемую в зависимости от условий от малой величины до бесконечности. При этом надо сделать предположение, что среда является разреженным газом с частицами малой массы, меньшей массы электрона, но в силу их большого количества при малом размере имеющих большую энергию.

Уравнение Дирака, в случае наличия электромагнитного поля, выглядит таким образом см. [5]

$$\gamma_{ik}^\mu (i\hbar \partial_\mu - \frac{e}{c} A_\mu) \psi_k = mc \psi_i$$

Запишем это уравнение в виде

$$[\gamma_{ik}^{\mu} (i\hbar \partial_{\mu} \ln \psi_k - \frac{e}{c} A_{\mu}) - mc \delta_{ik}] \psi_k = 0$$

Представим его в виде нелинейного уравнения для детерминированного движения частиц среды

$$\{\gamma_{ik}^{\mu} [p_{k\mu}(\Omega_k) + \frac{e}{c} A_{\mu}(\Omega_k)] + mc \delta_{ik}\} \exp[-i \int_{s_0}^s p_{k\mu}(\Omega_k) ds / \hbar] = 0$$

$$\Omega = (x_0, x_1, x_2, x_3), p_{k\mu}(\Omega) = -i\hbar \partial_{\mu} \ln \psi_k(\Omega)$$

Т.е. вероятностное уравнение Дирака с помощью подстановки  $p_{k\mu}(\Omega_k) = -i\hbar \partial_{\mu} \ln \psi_k$  свели к уравнению относительно импульса четырех тел, при этом проекции импульса на разные оси координат одинаковы. Т.е. в каждой системе координат среда движется как единая трехмерная плоскость, с направлением  $\pi/4$ , относительно осей координат, перпендикулярным трехмерной плоскости. В другой системе координат наблюдается та же картина. Пересечение этих движений частиц вакуума и образует картину образования элементарных частиц. Дополнительные уравнения  $\frac{\partial p_{k\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial p_{k\nu}}{\partial x^{\mu}} = 0$ . Эти уравнения связаны с существованием 4 потенциалов у импульсов. Итого имеется 4 уравнение Дирака и  $4 \cdot 4 = 16$  уравнений, являющихся условием вычисления потенциала  $\psi_k$ . Итого 20 уравнений. Этим 16 условиям вычисления потенциалов удовлетворяют функции  $p_{k\mu} = p_k(x_0 + x_1 + x_2 + x_3) = p_k(s)$ , причем величина  $s$  инвариантна и соответствует метрическому интервалу. Отметим, что величина  $s = x_0 \sqrt{1 - V^2/c^2}$  как значение инвариантной величины, и положение пересечения этих плоскостей неизменно в пространстве, в случае если скорость этого пересечения равна нулю. Осталось 4 уравнения с 4 неизвестными с четырьмя импульсами. Решение надо искать в одинаковом

виде, как в другой инерциальной системе координат, так и в повернутой системе координат.

Но каким образом описать решение для водородоподобного атома, используя предлагаемую идеологию. Для этого импульс надо представить в виде  $p_k = p_k(x_k)$ , при этом для волновой функции справедливо разделение переменных. Логарифм волновой функции

$\ln \psi(r, \theta) = \ln R_{nl}(r) + \ln P_l^m(\theta) + \ln \exp(im\varphi)$  является потенциалом для значения градиента, и удовлетворяет условию интегрирования. Т.е. градиент логарифма волновой функции представляет сумму трех функций

$$p_r(r) = \frac{\partial \ln R_{nl}(r)}{\partial r}, L_\theta(\theta) = \frac{\partial \ln P_l^m(\theta)}{\partial \theta}, L_\varphi = \frac{\partial im\varphi}{\partial \varphi} = im, \quad \text{удовлетворяющих}$$

условию интегрирования.

Для получения нового решения уравнения Дирака, волновая функция представляется в виде  $\psi_k = \exp(-i \int \mathbf{p}_k d\mathbf{x} / \hbar), k = 1, 2, 3, 4$ . Решим это уравнение в случае отсутствия переменного векторного и скалярного потенциала электромагнитного поля.

$$\sum_{k=1}^4 \left\{ \sum_{\mu=1}^3 [\gamma_{ik}^\mu p_k(s)] + mc \delta_{ik} \right\} \exp[-i \int_{s_0}^s p_k(s) ds / \hbar] = 0;$$

$$s = x_0 + x_1 + x_2 + x_3; p_{k\mu} = p_k(s)$$

Чтобы система уравнений имела решение, необходимо, чтобы ее определитель равнялся нулю

$$\left| \sum_{\mu=0}^3 [\gamma_{ik}^\mu p_k(s)] + mc \delta_{ik} \right| = 0.$$

Откуда получаем связь между импульсами. Распишем эти равенства

$$\gamma^0 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{vmatrix} 0 & -\sigma \\ \sigma & 0 \end{vmatrix} \quad \sigma_x = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \sigma_y = \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix} \quad \sigma_z = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

Тогда матрица  $\sum_{\mu=0}^3 [\gamma_{ik}^{\mu} p_k(s)] + mc\delta_{ik}$  запишется в виде

$$\sum_{\mu=0}^3 [\gamma_{ik}^{\mu} p_k(s)] + mc\delta_{ik} = \begin{vmatrix} mc & 0 & -p_3 & ip_4 \\ 0 & mc & -ip_3 & p_4 \\ p_1 & (2-i)p_2 & mc & 0 \\ (2+i)p_1 & -p_2 & 0 & mc \end{vmatrix}.$$

Определитель этой матрицы равен

$$(mc)^4 + 2(mc)^2 q + 9p_1 p_2 p_3 p_4 = 0; 2q = p_2 p_4 + p_2 p_3 + p_1 p_3 + p_1 p_4 - 2ip_1 p_4$$

Тогда корень этого уравнения равен импульсу частиц вакуума  $mc$

$$mc = \sqrt{-q \pm \sqrt{q^2 - 9p_1 p_2 p_3 p_4}}.$$

При условии, что один из импульсов мал, например, при  $p_1 = 0$ , получим значение импульса  $mc = \sqrt{-p_2 p_4 - p_2 p_3}$  и при условии  $p_3 + p_4 \rightarrow 0$ , получим  $p_2 \rightarrow \infty$ .

$$\left| \sum_{\mu=0}^3 [\gamma_{ik}^{\mu} p_k(s)] + mc\delta_{ik} \right| = 0.$$

Откуда получим  $g[p_1(s), p_2(s), p_3(s), p_4(s)] = 0$  связь между импульсами.

Откуда получим решение системы уравнений с точностью до множителя, т.е.

определяются величины  $\exp[-i \int_{s_0}^s p_k(s) ds / \hbar]$  с точностью до множителя. Одну

из этих величин положим равную единице, получим систему линейных уравнений

$$\sum_{k=1}^3 D_{ik} \exp[-i \int_{s_0}^s p_k(s) ds / \hbar] = - \sum_{\mu=1}^3 [\gamma_{i2}^{\mu} p_2(s)] + mc \delta_{i2}$$

Где величина  $D_{ik} = \sum_{\mu=0}^3 [\gamma_{ik}^{\mu} p_k(s)] + mc \delta_{ik}, i, k = 1, 3, 4$ , где величина  $p_2$  имеет наибольшее значение

$$\int_{s_0}^s p_k(s) ds = i \ln \frac{|p_2 D_k^b|}{mc |D|}, k = 1, 3, 4 \quad (4.1)$$

Дифференцируя по величине  $s$ , получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$p_k(s) = \sum_{n=0}^3 i \left( \frac{p_2 \partial D_k^b}{mc D_k^b \partial p_n} + \frac{mc D_k^b}{p_2} \delta_{2n} - \delta_{kn} \frac{\partial D}{D \partial p_n} \right) \frac{dp_n}{ds} = \sum_{n=0}^3 i \frac{p_2 \partial G_k}{mc \partial p_n} \frac{dp_n}{ds}, k = 1, 3, 4,$$

которая имеет единственное решение при условии

$$\left| \frac{p_2 \partial G_k}{mc \partial p_n} \right| = \left| \frac{p_2 \partial D_k^b}{mc D_k^b \partial p_n} + \frac{mc D_k^b}{p_2} \delta_{2n} - \delta_{kn} \frac{\partial D}{D \partial p_n} \right| \neq 0. \text{ Откуда имеем в случае}$$

равенства нулю определителя матрицы  $\left| \frac{p_2 \partial G_k}{\partial p_n} \right|$ , получим уравнение

$$\frac{dp_n}{ds} = -i \frac{mc H_{n2}^{-1}}{(s - s_1)}, \frac{p_2 \partial G_n}{mc \partial p_2} = \frac{p_2}{mc} H_{n2}(s - s_1). \text{ Возможны другие конфигурации}$$

системы, при которых выполняется  $\left| \frac{\partial G_n}{\partial p_k} \right| = |H_{nk}|(s - s_1)$  с другим значением

$s_1$ .

$$\frac{dp_n}{ds} = -imcH_{n2}^{-1} \left( \frac{1}{s - s_1 + \Delta s_1 + is_0} - \frac{1}{s - s_1 - \Delta s_1 - is_0} \right) = -2\pi mcH_{n2}^{-1} \delta(s - s_1) \quad (4.2)$$

Где величина  $H_{nk}$  безразмерна, увеличение импульса пропорционально  $mc$  в случае одного большого импульса, величина  $|\Delta s_1 + is_0| \ll |s_1|$ .

Это уравнение можно переписать в виде

$$\frac{dk_n}{ds} = -i \frac{mcH_{n2}^{-1}}{\hbar} \left( \frac{1}{s - s_1 + \Delta s_1 + is_0} - \frac{1}{s - s_1 - \Delta s_1 - is_0} \right) = -2\pi \frac{mcH_{n2}^{-1}}{\hbar} \delta(s - s_1)$$

Величина  $\Delta s_1$  соответствует среднему приращению величины  $s$ , соответствующему выделившейся энергии, равной энергии покоя частицы среды. Мнимая величина  $s_0$  соответствует степени шероховатости или среднеквадратичному отклонению величины  $s$  см. [14]. Причем, так как величина  $s_0$  мала, импульс частицы в соответствии с принципом неопределенности определяется не точно. Сумма этих величин в этой формуле мала, и в результате образуется дельта функция. Интегрируя это уравнение, получим скачок импульса и энергии на величину

$$k_n(s_1 + \Delta s_1 + is_0) - k_n(s_1 - \Delta s_1 - is_0) = -2\pi \frac{mcH_{n2}^{-1}(s_1, \Delta s_1 + is_0)}{\hbar}$$

Зная скачок трех импульсов, можно определить скачок четвертого импульса. Причем скачки импульса происходят с интервалом времени  $\tau = |\Delta s_1 + is_0| / c$ , определяемым шагом дискретизации, где  $c$  скорость света. Причем количество скачков импульса определяется количеством начальных условий  $p_k^0(s^0)$ , причем это счетное количество начальных условий.

Импульс частицы после многократных скачков и непрерывного изменения волнового числа  $k_{n0}$  изменяется по формуле

$$k_{nq} = k_{n0} - 2\pi \sum \frac{mcH_{n2}^{-1}}{\hbar},$$

$mc$  импульс образовавшейся частицы. Причем при

конечном значении матрицы  $H_{nk}$  может возникнуть ситуация, когда  $p_2$

велико, тогда приращение импульса равно  $mcH_{n2}^{-1}$ . Причем согласно  $\tilde{\lambda} = \frac{\hbar}{mc}$

размер такой образовавшейся частицы мал. Процесс скачков качественно

изменится при условии  $H_{n2}^{-1}(s_1) = 0$ , причем получим

$$\frac{dk_n}{ds} = -i \frac{mc}{\hbar G_n(s_1)} \left[ \frac{1}{(s - s_1 + is_0)^2} - \frac{1}{(s - s_1 - is_0)^2} \right] = \frac{2mc}{\hbar G_n(s_1)} \pi \delta'(s - s_1),$$

$$k_n = k_{n0} + \frac{2mc}{\hbar G_n(s_1)} \pi \delta(s - s_1),$$

т.е. получится точечная частица с массой  $2\pi m \delta(s - s_1) / G_n$ . При этом однократно образуется точечная частица с большой массой, и снова начнут генерироваться частицы среды.

Причем координаты данной частицы лежат в одной плоскости  $s_1 \pm (\Delta s_1 + is_0) = x_0 + x_1 + x_2 + x_3$ . Совершая ортогональное преобразование

системы пространственных координат, получим новую совокупность точек

$s_1 \pm (\Delta s_1 + is_0) = x_0 + x'_1 + x'_2 + x'_3$ , связанную ортогональным преобразованием

$x'_i = \sum_{k=1}^3 \alpha_{ik} x_k$ . Мнимая часть  $s$  описывает колебания действительной части.

Причем величина  $\Delta s_1 + is_0$  это расстояние между плоскостями

$s_1 \pm (\Delta s_1 + is_0) = x_0 + x_1 + x_2 + x_3$ . Образуется сфера колеблющегося радиуса

$s_1 \pm (\Delta s_1 + is_0)$ , причем плоскости  $s_1 \pm (\Delta s_1 + is_0) = x_0 + x_1 + x_2 + x_3$  касаются

этой сферы. Отметим, что величина  $s_1 = x_0 \sqrt{1 - V^2/c^2}$  и положение сферы

неизменно в пространстве, в случае если рассмотрение введется в собственной системе координат. Причем на сфере происходит определяемый скачок импульса. В другой точке происходит такое же образование сферы, но с другим радиусом  $s_1 \pm (\Delta s_1 + i s_0)$ . Пересечение этих сфер и является элементарной частицей.

Причем в случае  $|(\Delta s_1 + i s_0)| \ll 1$  происходит суммирование импульсов разных направлений, что приводит к нулевому суммарному импульсу, но так как энергия велика, происходит образование массы. При этом энергия постоянно генерируется, и в зависимости от малости значения  $|\Delta s_1 + i s_0|$  образуются либо планеты, либо звезды с выделением энергии внутри тела, либо произойдет Большой взрыв при условии  $|\Delta s_1 + i s_0|$ , равному минимальному значению. При этом имеется условие, когда произойдет взрыв.

На этом масштабе величин существует граничное значение  $\Delta s_1 + i s_0$ , при котором образовался Большой взрыв. Оно образуется при уменьшении действительного значения для величины  $\Delta s_1 + i s_0$  или увеличении мнимой части. Если комплексное значение величины  $\Delta s_1 + i s_0$  приводило к постоянной составляющей у значения выделяющейся энергии при условии  $\Delta s_1 > s_0$ , то в случае  $\Delta s_1 < s_0$ , пульсации преобладают над постоянной составляющей, и образуется бесконечная мощность выделения энергии, т.е. взрыв. Но энергия этого взрыва зависит от величины модуля  $|\Delta s_1 + i s_0|$  и от импульса частицы.

При этом в зависимости от параметров генерируются элементарные частицы, планеты, звезды и возможен новый Большой взрыв.

## **Глава 5. Рассеяние на произвольном потенциале с учетом образования новых частиц при вычисляемом угле рассеяния**



Уравнение Шредингера эквивалентно уравнению Навье-Стокса с мнимой кинематической вязкостью  $i\frac{\hbar}{2m}$ , см. главу 1. При этом построить решение уравнения Навье-Стокса бывает проще, чем решить уравнение Шредингера при произвольном потенциале. Построив волновую функцию в произвольном потенциале, найдем ее среднее значение при интегрировании по углам. Образуются несколько точек стационарной фазы вблизи от рассеивающего центра, каждая из которых соответствует образовавшейся элементарной частице. При этом точка стационарной фазы зависит от радиуса вблизи от рассеивающего центра. Процесс перестройки решения происходит вблизи от рассеивающего центра, а вдали осуществляется движение по инерции согласно амплитуде рассеяния. Угол рассеяния каждой частицы вычисляемая величина в зависимости от значения собственной энергии системы. При этом по известной скорости частицы из уравнения неразрывности определяется плотность частицы. Плотность совокупности точек стационарной фазы усредняются по радиусу и получается разная средняя плотность разных частиц. Эта плотность частицы идентифицируется с плотностью элементарной частицы. Т.е. идентифицируется образовавшаяся частица.

Уравнение Навье-Стокса, соответствующее уравнению Шредингера, выглядит таким образом

$$\frac{\partial V_l}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_l}{\partial x_k} = -\frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial x_l} + \nu \Delta V_l, \nu = i\frac{\hbar}{2m}, V_l = -i\frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l}.$$

Для учета спина частицы надо записать уравнение Навье-Стокса с учетом спина частицы см. [15]. Где величина  $\psi$  волновая функция уравнения Шредингера. Величина массы  $m$  совпадает с массой падающей частицы.

Ищем волновую функцию в виде  $\psi = \exp\left[im \int_0^{x_l} V_l(z/L_l) dz / \hbar\right]$ , т.е. имеем

$$V_l(x_l/L_l) = \sum_{n=-N}^N a_{nl} \exp(inx_l/L_l). \quad \text{Где величина} \quad r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2,$$

$L = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}$ . Потенциал, например, надо задавать в виде

$$U(r) = -\frac{c}{r^4 + \delta} - \frac{1}{r + \delta} + \frac{l(l+1)}{2(r^2 + \delta)}, \delta = a_0/L.$$

Где величина  $a_0$ , это радиус Бора или радиус атома в зависимости от значения члена потенциала. Где радиус задан в атомных единицах. Направление оси  $x_1$  совпадает с направлением падающих частиц.

В случае, если  $V_l(x_l/L_l)$  непрерывная функция коэффициенты ряда Фурье изменяются как величина  $a_{nl} \sim \frac{1}{n^2}$  и ряд Фурье является сходящимся.

Подставим это решение в уравнение Навье-Стокса, умножая на величину  $\exp(-inx_l/L_l)$  и проинтегрируем по пространству. Получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с коэффициентами  $F_{npqlm}$ ,  $G_{np}$  и спектральной функцией градиента потенциала  $H_{nl}$ . При этом введем одномерный массив по формуле  $a_{nl} = c_{n+N+1+(2N+1)(l-1)}$ ,  $n = -N, \dots, N; l = 1, \dots, 3$

При этом энергия равна  $U(r) + \frac{l(l+1)}{2r^2} + \frac{p^2}{2m} = E; U(r) = -\frac{c}{r^4} - \frac{Ze^2}{r}$ . При

условии  $E - U(r) - \frac{l(l+1)}{2r^2} > 0$  импульс действительный. Внутри ядра при

малом радиусе и при нулевом импульсе имеется два пары сопряженных

корней  $\frac{1}{r_{crA}} = a_A \pm \sqrt{b_A}, \frac{1}{r_{cr}} = a \pm \sqrt{b}$ ,  $r_{cr} > r_{crA}$ , свободное состояние  $r < r_{crA}$ , и

при большем радиусе  $r > r_{crA}$ , имеется связанное состояние.

Корни этого уравнения вне ядра (энергией ядра пренебрегаем) соответствующие  $p=0$  приближенно равны  $\frac{1}{r_{cr}} = [1 \pm \sqrt{1 + 2El(l+1)}] / l(l+1)$

при условии  $E > \frac{-1}{2l(l+1)}$  действительны и между корнями импульс

действительный. При условии  $\frac{1 - \sqrt{1 + 2El(l+1)}}{l(l+1)} < \frac{1}{r} < \frac{1 + \sqrt{1 + 2El(l+1)}}{l(l+1)}$ ,

импульс действительный в случае связанного состояния, удовлетворяющего

условию  $E > \frac{-1}{2l(l+1)}$ . В случае свободного состояния импульс также является

действительным при тех же условиях. Строим изменение радиуса по закону

$\frac{1}{r} = (\frac{1}{r_{cr-}} + \frac{1}{r_{cr+}}) / 2 + (\frac{1}{r_{cr+}} - \frac{1}{r_{cr-}}) \frac{1}{2\lambda}$ , причем в точках  $\lambda=1, \lambda=-1$  получаем

нулевой импульс. Подставляем в уравнение закона сохранения энергии и

выбираем связь между действительной и мнимой частью  $\lambda$ , чтобы импульс

был действительный, при этом радиус окажется комплексный. При этом в

точке сингулярности  $r=0$  нарушается непрерывность решения, энергия и

орбитальное квантовое число изменятся. Имеем в сингулярности  $\lambda=0$  и

чтобы убрать сингулярность, надо определить условие равенства  $\frac{1}{r_{cr+}} = \frac{1}{r_{cr-}}$ ,

откуда имеем уравнение  $l^2 + l + 1/(2E) = 0$ , откуда имеем комплексное

орбитальное число  $l_{\pm} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{2E}}$ , причем величина  $l^2 + l$  действительна.

С этим орбитальным моментом, решаем уравнение Навье – Стокса и получаем

новое значение энергии  $E_+$ . Отраженный сигнал считаем по новым формулам

рассеянной волны. Орбитальное квантовое число изменится в точке

сингулярности. Но может и не меняться, такой вариант тоже возможен.

При этом система уравнений запишется с разным орбитальным квантовым числом, и как следствие с разной собственной энергией в виде

$$\frac{da_{nl}}{dt} = \sum_p F_{np(n-p)l} a_{pl} a_{n-p,l} + \sum_{\substack{m \\ l \neq m}} F_{nm0lm} a_{nl} a_{0m} + \sum_p G_{np(n-p)l} a_{p,l} a_{n-p,l} + \\ + G_{nl} a_{nl} + \sum_{\substack{m \\ l \neq m}} G_{nm} a_{0m} + H_{nl}; \quad (5.1)$$

$$H_{nl} = - \int_{-L_3}^{L_3} \int_{-L_2}^{L_2} \int_{-L_1}^{L_1} \frac{\partial U(x_1, x_2, x_3)}{m \partial x_l} \exp(-inx_l / L_l) dx_1 dx_2 dx_3 / 8L_1 L_2 L_3$$

При этом оказывается, что уравнения с индексом  $n$  и  $-n$  комплексно сопряженные с изменением знака индекса при одинаковых значениях  $a_{nl}$  при этом  $a_{nl} = a_{-nl}^*$ ,  $a_{0l} = a_{0l}^*$ , т.е. коэффициенты с нулевым индексом являются действительные. При этом ряд Фурье является действительный. Кроме того, уравнения с комплексным импульсом определяют комплексные коэффициенты  $a_{nl}$ , а с действительным импульсом определяют действительные коэффициенты  $a_{nl}$ .

Причем величина  $H_n \sim 1/n$ . Предлагается следующий способ решения этого уравнения. Решение является непрерывной функцией. В  $n$  уравнение подставляется значение  $a_{kl} = \frac{\alpha_{nl}}{k^2 + 1}$ , которое правильно интерполирует поведение решения на бесконечности индекса и описывает большой резонансный член с нулевым показателем экспоненты. Определив все значения  $\alpha_{nl}$  из квадратных уравнений, получим решение  $a_{kl} = \frac{\alpha_{kl}}{k^2 + 1}$ . Численные оценки этого метода решения определяют ошибку невязки в 1% относительно среднеквадратичного значения свободного члена. Далее можно уточнять решение по более высоким степеням индекса, учитывая уменьшающуюся ошибку решения.

При этом решая систему обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексной плоскости с начальными условиями, полученную из уравнения

Навье – Стокса, детерминированным образом нельзя определить ветвь решения, так как решение является согласно теореме 2,3 из [1] хаотическим в случае наличия кратных координат положения равновесия. Даже если во всех направлениях устойчивый фокус, кроме одного направления с нулевым собственным числом, решение может не стремиться к координате положения равновесия, а быстро отскочит от него. При бесконечном количестве членов ряда-решения, всегда имеется член с приближенно кратным корнем и значит хаотическое решение. Но квантовая механика позволяет выбрать из возможных решений одно измеренное, соответствующее координате положения равновесия. Для выбора ветви координаты положения равновесия нужно численно решать уравнение (5.1), и радиусе равном  $(\frac{1}{r_{cr-}} + \frac{1}{r_{cr+}})/2$ , получим значение момента времени реализации сингулярности. Таким образом можно определить моменты времени, в которых произошел переход и зная координаты этой точки, можно определить координаты положения равновесия, наименее отклоняющиеся от этой точки, т.е. определить наиболее вероятные ветви решения. Отметим, что значение скорости, определяемое (5.1) действительное, следовательно, может попадать в точку  $(\frac{1}{r_{cr-}} + \frac{1}{r_{cr+}})/2$ , которая соответствует  $\frac{1}{r_{cr+}} = \frac{1}{r_{cr-}}$ .

При этом существует  $6N + 4$  корней этого уравнения. Докажем это. Представим решение в виде  $y_k = a_{nl} + c_k^p; k = n + N + 1 + (2N + 1)(l - 1)$ , и подставим в нелинейное уравнение. Получим систему уравнений

$$\sum_{n=1}^{6N+3} A_{kn}(c_1^p, \dots, c_N^p)c_n^p = 0, k = 1, \dots, 6N + 3,$$

Для существования не нулевого решения этого уравнения, необходимо, чтобы определитель этой системы уравнений равнялся нулю. Тогда коэффициенты

$c_n^p$ , определяются с точностью до множителя. Этот множитель определится из равенства нулю определителя этого уравнения. Имеется  $6N + 3$ , значений этого множителя, значит это уравнение имеет  $6N + 4$  корней.

Итак, получено решение уравнения Навье-Стокса при произвольном потенциале и решение уравнения Шредингера, имеющее вид

$$\psi = \sum_{p=1}^{6N+4} A_p \exp\{im[a_{0l}^p x_l + \varphi^p(r, \theta, \varphi)]/\hbar\} \quad (5.2)$$

Где  $A_p$  определится из уравнения  $\exp(ikx_1) = \sum_{p=1}^{6N+4} A_p \exp(im \sum_{l=1}^3 \int_0^{x_l} V_l^p dx_l / \hbar)$ .

Интегрируя по углам (5.2) для каждого члена ряда и применяя метод стационарной фазы, получим асимптотику каждого члена волновой функции.

Асимптотика этого решения

$$\psi = A_p \exp\{im[\sqrt{\sum_{l=1}^3 (a_{0l}^p)^2 r + \varphi^p(r, \theta, \varphi)]/\hbar - i\pi/4}\} \sin \theta /$$

$$\left( \sqrt{\begin{array}{cc} \frac{\partial^2 \psi^p}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 \psi^p}{\partial \theta \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 \psi^p}{\partial \varphi \partial \theta} & \frac{\partial^2 \psi^p}{\partial \varphi^2} \end{array}} \right) \Big|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0}; \psi^p = m[a_{0l}^p x_l + \varphi^p(\theta, \varphi)]/\hbar$$

При этом величина параметра метода стационарной фазы определяется значением  $\frac{mV_l r}{\hbar}$  и на бесконечности радиуса принимает большое значение.

При малом радиусе, при определении образовавшихся частиц, применение метода стационарной фазы является приближенным, но физически оправданным, определяющим количество образовавшихся частиц при достаточно большом радиусе. При меньшем радиусе частицы не образуются, а имеется линейная комбинация различных волновых функций, соответствующих разным состояниям частиц.

Определим значение большого параметра для малого радиуса системы

$$\int_0^{x_l} p_l(x_l / L_l) dx_l / \hbar = \int_0^{x_l} mV_l(x_l / L_l) dx_l / \hbar =$$

$$= \frac{mV_l r}{\hbar}; \frac{mVr}{\hbar} = R,$$

где величина  $R$  это значение большого параметра метода стационарной фазы.

При этом большой параметр равен  $R = \sqrt{l(l+1)}$  при малом значении радиуса.

Зная комплексно-сопряженные корни уравнения Навье – Стокса можно определить энергию, соответствующей каждой ветви корня, т.е. каждому квантовому состоянию. Оно равно

$$E_p = mc^2 + \int_{-L_3}^{L_3} \int_{-L_2}^{L_2} \int_{-L_1}^{L_1} \{m[\sum_{n=-N}^N a_{nl}^p \exp(inx_l / L_l)]^2 / 2 +$$

$$+ U(x_1, x_2, x_3)\} dx_1 dx_2 dx_3 / 8L_1 L_2 L_3.$$

При этом так как модуль волновой функции каждого состояния системы равен единице классическая формула для энергии среды совпадает с квантовой формулой.

Где точки стационарной фазы удовлетворяют действительным уравнениям  $\frac{\partial \psi^p[r, \theta_0(r), \varphi_0(r)]}{\partial \theta} = 0; \frac{\partial \psi^p[r, \theta_0(r), \varphi_0(r)]}{\partial \varphi} = 0$ . Эти два уравнения сводятся к определению двух действительных углов. Причем эти два угла определяются вне зависимости от наличия большого параметра. Следующий член асимптотического ряда изменяется как величина  $1/r^2$  и его вероятность мала. При этом реализуется одно из состояний системы, имеющее максимум модуля волновой функции с индексом  $p$ . При этом точки стационарной фазы зависят от радиуса, и линии тока определяются по формулам  $\theta_0 = \theta_0(r), \varphi_0 = \varphi_0(r)$ . Каждой точке стационарной фазы соответствует своя частица. Причем состояние  $p$  продолжается до бесконечности радиуса. Кроме того, для каждой частицы  $p$  состояния по коэффициентам  $a_{0l}^p$  определяется направление рассеяния каждой

частицы  $\tan \theta_0 = \pm \frac{\sqrt{(a_{01}^p)^2 + (a_{02}^p)^2}}{a_{03}^p}$ ,  $\varphi_0 = \arg(a_{02}^p + ia_{01}^p)$  при действительных

значениях  $a_{0l}^p$  и действительных углах  $\theta_0, \varphi_0$ .

В системе центра инерции частицы разлетятся вдоль одной линии с определяемым направлением. Где  $V$  относительная скорость частиц относительно центральной точки потенциала. Импульсы и энергия вычислены в системе центра инерции.

Отметим возрастание значения волновой функции в точке, где определитель знаменателя близок к нулю. Это соответствует резонансному рассеянию, причем при этом выделяется член с индексом  $p$ . Причем задействованы все члены асимптотического ряда с индексом  $p$ . При этом если определитель знаменателя равен нулю, это означает, что одно из собственных чисел квадратичной формулы, образующую показатель экспоненты, равно нулю. Тогда при уменьшении собственного числа член асимптотического ряда растет, до тех пор, пока не вступит в действие следующий член показателя экспоненты. При этом, член с нулевым определителем в знаменателе заменяется следующим членом асимптотического ряда, с зависимостью  $1/r^{3/2}$ . Т.е. резонансный член сначала растет, а потом убывает по мере стремления знаменателя к нулю. Т.е. происходит сначала выделение члена, а потом перестройка его структуры, он становится мал и уступает другому резонансному члену с той же энергией, тогда происходит упругое рассеяние энергии, и система не меняется. Если же происходит переход к резонансному члену с другой энергией, то происходит перестройка системы и не упругое рассеяние.

Резонансными являются разные значения собственной энергии системы и значит, разные каналы реакции. При этом имеется несколько точек метода



стационарной фазы вблизи от центра рассеивающей системы. Вдали от центра рассеивающей системы точки стационарной фазы совпадают.

Но как идентифицировать образовавшуюся частицу. Зная скорость частиц вакуума можно определить их плотность из уравнения  $\text{div} \rho \mathbf{V} = 0; \frac{\partial \ln \rho}{\partial x_i} V_i = -\text{div} \mathbf{V}$ . Откуда зная плотность падающей частицы  $\rho(\mathbf{r})$  с

координатой  $\mathbf{r}_0$ , определим плотность рассеянных частиц вакуума  $\rho(\mathbf{r})$ .

Находим среднюю плотность данной точки стационарной фазы, т.е. данной

частицы  $\ln \rho = 3 \int_0^a \ln \rho[r, \theta_0(r), \varphi_0(r)] r^2 dr / a^3$ , где размер области интегрирования

равен величине  $a = \hbar / 137mc$ , масса определится по плотности частицы. После

чего можно идентифицировать образовавшуюся элементарную частицу из

частиц вакуума по формуле  $\rho = \frac{3Em^3 c^3}{4\pi e^6 c^2}$ . При этом можно будет определить

массу нейтрино и фотона. При этом если плотность частиц вакуума соответствует массе элементарных частиц и реакция по образованию элементарной частицы возможна, образуется совокупность элементарных частиц.

Отметим физический смысл полученного решения. Решение уравнения Навье-Стокса описывает среду с кинематической вязкостью  $i\hbar/(2m)$ . Свойства этой среды описаны в [10] стр.65. Элементарные частицы являются сгустками этой среды. Частицы, которые образуют эту среду можно назвать частицами вакуума.

### Выводы

Из полученной формулы для волновой функции можно определить количество образовавшихся частиц из рассеяния одной частицы на заданном потенциале. Также можно определить массу образовавшихся частиц при неупругом рассеянии и угол рассеяния. Так можно определить массу фотона и нейтрино, если известен потенциал рассеяния. Из эксперимента имея угол

рассеяния образовавшихся частиц можно получить формулу для рассеивающего потенциала. Но для этого надо решить обратную задачу, по углу неупругого рассеяния разных вновь образовавшихся частиц и по массам образовавшихся частиц определить параметры потенциала.

### Глава 6. Верхний и нижний предел массы элементарных частиц

Элементарные частицы состоят из частиц вакуума. При этом частота вращения частиц вакуума определяется энергией частиц, из которых они были образованы. Это накладывает ограничение на количество частиц вакуума, образующих спин частицы. Можно получить нижний предел масс фотона и нейтрино, которые могут образовать спин этих частиц. Существует и верхний предел масс элементарных частиц. Частицы вакуума в элементарных частицах расположены хаотически плюс имеются частицы, расположенные с параллельными осями вращения. Это позволяет получить степень когерентности элементарных частиц. Чтобы она была положительна, должен существовать верхний предел масс элементарных частиц в зависимости от их спина. Определив хаотическую и когерентную часть решения имеется принципиальная возможность определить массы элементарных частиц.

Спин элементарной частицы равняется моменту импульса частиц вакуума

$$\hbar s = \frac{m_\gamma r_\gamma^2 \omega_\gamma N}{2\sqrt{1 - r_\gamma^2 \omega_\gamma^2 / c^2}}.$$

Кроме того, выполняется закон сохранения энергии при образовании частиц вакуума, т.е. энергия электронов и позитронов, образующих частицу вакуума, равна энергии вращения

$$2^k m_e c^2 / k^2 = 2^k \hbar \omega_e / k^2 = m_\gamma r_\gamma^2 \omega_\gamma^2 / (1 - r_\gamma^2 \omega_\gamma^2 / c^2).$$

При этом энергию одной пары электрон-позитрон, надо разделить на квадрат числа степеней свободы, или ранг мультиполя, который равен главному квантовому числу. Причем один мультиполь образует  $2^k$  электрон-позитронов. Откуда имеем  $\frac{r_\gamma^2 \omega_\gamma^2}{c^2} = \frac{1}{1 + \frac{k^2 m_\gamma}{2^k m_e}}$ , откуда имеем количество

когерентных частиц вакуума, образующих спин

$$N = \frac{2\hbar sk \sqrt{m_\gamma / 2^k m_e}}{m_\gamma r_\gamma c} = \frac{\hbar sk \sqrt{2^{2-k}}}{\sqrt{m_\gamma m_e} r_\gamma c} = 10^{21} \sqrt{2^{3-k}} sk < \frac{m_e}{m_\gamma} = 10^{38}.$$

Количество частиц вакуума образующих спин самой легкой частицы в  $10^{17}$  раз меньше общего количества частиц вакуума в элементарной частице. При этом спин образуют хаотически двигающиеся частицы вакуума. Причем у электрона, фотона и нейтрино разный процент когерентных частиц вакуума, образующих спин. У фотона и нейтрино процент когерентных частиц вакуума, образующих спин, больше, поэтому и масса меньше.

При определении количества когерентных частиц вакуума нужно учитывать, что среди хаотически расположенных частиц вакуума имеется и когерентные частицы вакуума. Формулы для определения количества частиц,

определяющих спин  $\frac{m_e}{m_\gamma} \alpha + (1 - \alpha) \sqrt{\frac{m_e}{m_\gamma}} = \frac{\hbar sk \sqrt{2^{2-k}}}{\sqrt{m_\gamma m_e} r_\gamma c} = 10^{21}$ ; . Получается, что

масса частицы определяется ее степенью когерентности, спином и главным квантовым числом по уравнению

$$\frac{m^{3/2}}{m_\gamma} \alpha + (1 - \alpha) \sqrt{\frac{m^2}{m_\gamma}} = \frac{\hbar sk \sqrt{2^{2-k}}}{\sqrt{m_\gamma} r_\gamma c}.$$

При разных главных квантовых числах получается разная степень когерентности, а масса частицы постоянна. Поэтому нужно для определения массы частицы знать ее степень когерентности при главном квантовом числе, равном единице.

Эта формула, определяет степень когерентности для электрона

$$\alpha = \left( \frac{\hbar s k \sqrt{2^{2-k}}}{\sqrt{m_\gamma m_e} r_\gamma c} - \sqrt{\frac{m_e}{m_\gamma}} \right) / \left( \frac{m_e}{m_\gamma} - \sqrt{\frac{m_e}{m_\gamma}} \right). \text{ Для другой частицы нужно просто}$$

подставить другую массу. Причем должно выполняться

$$\frac{\hbar s k \sqrt{2^{2-k}}}{m c} > r_\gamma > \frac{\hbar s \sqrt{2^{2-k}}}{m c} \sqrt{\frac{m_\gamma}{m}}. \text{ Величина образующей равна}$$

$$r_\gamma = \frac{e^2}{\sqrt{m m_e} c^2} = \frac{\hbar}{137 \sqrt{m m_e} c}. \text{ Определение и физический смысл образующей см.}$$

[10] стр. 66. Отсюда следует ограничение на массу частицы, образованной из частиц вакуума, являющихся мультиполем

$$137^2 2^{2-k} s^2 k^2 \frac{m_\gamma}{m} m_e < m < m_e 137^2 2^{2-k} k^2 s^2 = 37754 m_e 2^{1-k} k^2 s^2 = \\ = 19.19 \cdot 2^{1-k} k^2 s^2 \text{Gev}$$

Правая часть неравенства заведомо выполняется при условии  $4 \geq k > 1$ , если выполнено условие при  $k = 1$ . Главное квантовое число, или ранг мультиполя, образующее элементарные частицы за счет сильного взаимодействия должно удовлетворять условию  $k \leq 4$ . При большем квантовом числе необходим больший или нулевой спин элементарной частицы. Величина  $2^{1-k} k^2$  должна

удовлетворять условию  $2^{1-k} k^2 \geq 1$  иначе спин не будет образовываться, так как число частиц вакуума в элементарной частице недостаточно для образования спина. Причем в случае ядерных сил нет главного квантового числа, равного бесконечности. Это создает проблемы к переходу в свободное состояние. Если в случае электрона в атоме, имеющего бесконечное главное квантовое число можно последовательно сообщать атому малую энергию, и он переходит в свободное состояние, то в случае отсутствия бесконечного квантового числа в ядре атома надо частице сообщать большую энергию. Нужна конечная большая энергия для этого перехода.

Массы мезонов меньше 10 Gev и спин равен 1, что выполняется, масса мезона должна быть меньше 19.19 Gev. При спине равном нулю, формулы не действуют,  $r_\gamma = 0$ . Максимальное значение массы известных барионов 2.45Gev и спин, равный 1/2. Частицы со спином 1/2 должны иметь массу меньшую 4.797Gev.

Получается, что масса элементарной частицы при хаотическом расположении частиц вакуума в виде диполя не может быть больше  $m < 137^2 2s^2 m_e = 19.19s^2 Gev$ . Если же вместо электрона будет использован другой лептон, например, мюон, имеющий массу 106 Гэв, то время жизни частицы сократится, но ее масса увеличится  $m < 2034s^2 m_e Gev$ . Таким образом можно описать массивные бозоны, и самый массивный кварк, которые живут малое время. Бозон Хиггса имеет массу 125.5 Гэв, но имеет нулевой спин, и

поэтому произвольную массу. Для образования еще меньше живущих частиц можно использовать тау-лептон, имеющий массу 1771 Гэв.

Фотон и нейтрино, имеющие спин  $1/2$  должны иметь массу большую, чем  $m_F = 10^{21} m_\gamma = 10^{-17} m_e = 10^{-44} g$ . Это минимум массы элементарной частицы, имеющей спин, и состоящей из частиц вакуума. Это согласуется со статьей [9], в которой вычислена масса фотона  $m_F = 10^{-40} g$ . Частота вращения

частиц вакуума равна  $\omega_\gamma = \frac{c}{r_\gamma \sqrt{1 + \frac{k^2 m_\gamma}{2^k m}}}$ . Где предполагается, что частица

вакуума имеет спин, равный 0 или 1, так как состоит из двух фермионов с параллельным или антипараллельным спином.

### 6.1 Определение хаотической и когерентной части диполей

К системе нелинейных дифференциальных уравнений сводится система уравнений движений Ньютона, описывающие в комплексной плоскости задачу движения для  $N$  диполей, под действием сильного электромагнитного поля диполей. Частицы вакуума образуют диполи. Уравнение движения с учетом сил, действующих между диполями, имеет вид

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_p}{d\tau^2} = \frac{e^2 l_\gamma}{m_\gamma c^2 r_A^2} \sum_{\substack{k=-N \\ k \neq p}}^N \left[ \frac{3 \mathbf{r}_{kp} \sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_p)(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_k)}}{r_{kp}^5} - \frac{\mathbf{d}_p \sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_k)}}{2 \sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_p)} r_{kp}^3} - \frac{\mathbf{d}_k \sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_p)}}{2 \sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_k)} r_{kp}^3} \right] = \frac{e^2 l_\gamma N}{2 m_\gamma c^2 r_A^2} \mathbf{f}_p = F_p(x_1, \dots, x_N)$$

$$\mathbf{r}_{kp} = \mathbf{r}_k - \mathbf{r}_p, \mathbf{d}_p = \mathbf{l}_p / l,$$

Аналогичное равенство получается при использовании уравнения Навье - Стокса, описывающее квантовую систему. Уравнение Навье-Стокса, соответствующее уравнению Шредингера, выглядит таким образом

$$\frac{\partial V_l}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_l}{\partial x_k} = -\frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial x_l} + \nu \Delta V_l, \nu = i \frac{\hbar}{2m}, V_l = -i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l}.$$

Эквивалентность уравнения Шредингера и Навье – Стокса см. раздел 1.2. При равенстве градиента потенциала нулю образуется постоянное значение скорости всей системы при определяемом расстоянии между частицами вакуума.

Где величина  $\mathbf{d}_p$  будет определена позднее. Координаты положения равновесия для этой системы нелинейных уравнений при большом количестве неизвестных образуют равно отстоящие координаты положения равновесия, т.е. кристаллическую структуру. Приравнивая нулю действующую силу

$$\sum_{k=-N}^N \left[ \frac{3\mathbf{r}_{kp} \sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_p)(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_k)}}{r_{kp}^5} - \frac{\mathbf{d}_p \sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_k)}}{2\sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_p)} r_{kp}^3} - \frac{\mathbf{d}_k \sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_p)}}{2\sqrt{(\mathbf{r}_{kp}, \mathbf{d}_k)} r_{kp}^3} \right] = 0.$$

Для координат  $\mathbf{r}_{kp}$  получим стационарное распределение, равное  $\mathbf{r}_{kp} = k\mathbf{d}_k - p\mathbf{d}_p; k, p \in [-\infty, \infty]$ , где  $k, p \in [-\infty, \infty]$  некоторые числа, так как растяжение величины  $\mathbf{d}_p$  не меняет систему уравнений. Получим нелинейное, фундаментальное уравнение относительно величин  $k, p$ . Получим уравнение

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{k=-N \\ k \neq p}}^N \frac{3(k\mathbf{d}_k - p\mathbf{d}_p) \sqrt{[k(\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p) - p][k - p(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)]}}{|(k - p)^2 + 2kp[1 - (\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p)]|^{5/2}} = \\ & = \sum_{\substack{k=-N \\ k \neq p}}^N \frac{\mathbf{d}_p [k - p(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)] + \mathbf{d}_k [k(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k) - p]}{2\sqrt{[(k - p)^2 (\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k) - pk[1 - (\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)]]^2}} / |(k - p)^2 + 2kp[1 - (\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p)]|^{3/2} \end{aligned}$$

Из этого уравнения получаем параллельность единичных векторов  $\mathbf{d}_k = \mathbf{d}_p$ , что справедливо, если приравнять нулю члены под знаком суммы. При этом спины частиц вакуума будут параллельны и получается когерентная часть решения. Т.е. имеем уравнение

$$\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq p}}^{\infty} \frac{1}{(k-p)^3} = 0, p = -N, \dots, N$$

Причем в этом уравнении  $k, p$  входят симметричным образом. При любом  $p$  эта сумма равна нулю, так как можно выбрать  $k = p \pm q$  и это приведет к удовлетворению системе нелинейных уравнений с величиной  $k, p, q$ , образующим арифметическую прогрессию. Т.е. получаем равноотстоящие координаты положения равновесия.

При этом из взаимодействия частиц вакуума образуются кварки с зарядом  $\pm \frac{2e}{3}, \pm \frac{e}{3}$  см. [16].

Если не приравнять нулю члены под знаком суммы, то получим нелинейное уравнение

$$\begin{aligned} & \sum_{k=-N}^N \frac{3(k\mathbf{d}_k - p\mathbf{d}_p) \sqrt{[k(\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p) - p][k - p(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)]}}{|(k-p)^2 + 2kp[1 - (\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p)]|^{5/2}} = \\ & = \sum_{k=-N}^N \frac{\mathbf{d}_p [k - p(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)] + \mathbf{d}_k [k(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k) - p]}{2\sqrt{[(k-p)^2(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k) - pk[1 - (\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)]]^2}} / |(k-p)^2 + 2kp[1 - (\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p)]|^{3/2} \end{aligned}$$

Если рассматривать решение уравнения общего вида, то определяются значения  $\mathbf{d}_p = \mathbf{d}_p(p, k_{-N}, \dots, k_N), k_n = n$  при целых значениях  $p, k$ . Причем будут выделено счетное количество направлений  $\mathbf{d}_p$ , вдоль которых имеется дискретная структура. Дефекты в кристалле связаны с соотношением



неопределенности, когда невозможно определить координату частицы.

Запишем систему нелинейных уравнения

$$\sum_{k=-N}^N \mathbf{d}_k \left\{ \frac{3k \sqrt{[k(\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p) - p][k - p(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)]}}{|(k-p)^2 + 2kp[1 - (\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p)]|^{5/2}} - \frac{k(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k) - p}{2\sqrt{[(k-p)^2(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k) - pk[1 - (\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)]]^2}} \right. /$$

$$/ |(k-p)^2 + 2kp[1 - (\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p)]|^{3/2} \left. \right\} + \mathbf{d}_p \left\{ \frac{-3p \sqrt{[k(\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p) - p][k - p(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)]}}{|(k-p)^2 + 2kp[1 - (\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p)]|^{5/2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{k - p(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)}{2\sqrt{[(k-p)^2(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k) - pk[1 - (\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k)]]^2}} \right\} / |(k-p)^2 + 2kp[1 - (\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_p)]|^{3/2} \left. \right\}$$

$$\sum_{k=-N}^N (A_{pk} + \sum_{l=-N}^N B_{pl} \delta_{pk}) \mathbf{d}_{k\alpha} = 0$$

Эта система нелинейных уравнений имеет  $2N+1$  разных комплексных значений  $\mathbf{d}_k$ . Т.е. имеем  $3(2N+1)^2$  значений  $\mathbf{d}_{k\alpha}, k, \alpha = -N, \dots, N$ . Чтобы система линейных уравнений относительно  $\mathbf{d}_k$  имела решение необходимо

нулевое значение определителя  $|A_{pk} + \sum_{l=-N}^N B_{pl} \delta_{pk}| = 0$ , где матрица  $A_{pk}$

антисимметрична, а матрица  $\sum_{l=-N}^N B_{pl} \delta_{pk}$  симметрична образует

кристаллическую структуру, значит параллельные диполи и параллельные оси вращения, т.е. этот член описывает когерентную компоненты системы. При

этом комплексная величина  $d_{\alpha p}^{-1} \sum_{k=-N}^N A_{pk} d_{k\alpha} = \lambda_{\alpha}$  соответствует хаотическому

решению, а величина  $d_{\alpha p}^{-1} \sum_{l=-N}^N B_{pl} \delta_{pk} d_{k\alpha} = \rho_{\alpha}$  соответствует когерентному

решению.

Начальное приближение значения определителя определяется при условии  $(\mathbf{d}_p, \mathbf{d}_k) = \delta_{pk}$ . Из равенства нулю определителя определяем начало отсчета кристаллической решетки  $p - s = \lambda_{\alpha}, s = -N, \dots, N$ . Дробная часть

значения собственного числа будет характеризовать расстояние между частицами вакуума. Каждому направлению, зависящему от величины  $\alpha$  кристаллической решетки, соответствует свое начала отсчета. При определителе равно нулю, определяем с точностью до множителя величины  $\mathbf{d}_{k\alpha}$ , нормированные на единицу.

Если выбрать систему координат, то определятся направления  $\mathbf{d}_{k\alpha}$ , в которых решение будет периодическим, с периодом единица, вернее равным  $u_0$ . Причем величины  $\mathbf{d}_{k\alpha}$  окажутся комплексные, т.е. пространство микромира является комплексным. При этом в действительном пространстве имеется колебание или вращение с амплитудой  $\text{Im}\mathbf{d}_{k\alpha}$ .

При неравенстве нулю определителя матрицы  $A_{pk} + \sum_{l=-N}^N B_{pl}\delta_{pk}$  имеется симметричное решение  $\mathbf{d}_{k\alpha} = 0$ . При равенстве нулю определителя происходит спонтанное нарушение симметрии и образуется счетное количество решений, выделяющих направление в конфигурационном пространстве. При этом образуются не нулевые значения  $\mathbf{d}_{k\alpha}$ , которые ответственны за образование массы элементарной частицы.

Проведем классификацию существующих квантовых теорий поля. Калибровочные теории - это приближение с точностью  $m\sqrt{\gamma c}/(eV)$ , где используется отношение массы частицы, умноженной на корень из гравитационной постоянной, и деленную на заряд частицы см. [17]. Кроме того, при малых скоростях относительная ошибка стандартной модели велика см. [17]. В этой статье доказывается, что соленоидальное мнимое поле определяется классическим электромагнитным полем, пропорциональным мнимым зарядом частицы. А дополнительный произвольный в теории Максвелла член потенциалов пропорционален массе частицы, и определяет

гравитационное поле. При этом влияние гравитационного члена не пропорционально скорости частиц, и значит при малых скоростях частиц относительная ошибка калибровочных производных велика. При этом, так как гравитационное поле частицы мало, все величины в этом приближении действительны и появляется произвольное поле. Причем мнимое соленоидальное поле переведено в действительное поле. Совершенно аналогично в стандартной модели все дополнительные калибровочные члены не содержат произвольную функцию, она имеет малое значение, пропорциональное массе частицы и обратно пропорционально скорости частиц. При этом ее рассматривают как произвольную. При этом в квантовой механике используется действительное пространство с действительными собственными значениями.

Но комплексное пространство проявляется и в квантовой механике, описание которого дается в [18]. Следующий уровень познания материи и полей - это переход в комплексное пространство, без произведения комплексно-сопряженных членов. Причем для описания квантовых эффектов используются частицы вакуума в комплексном пространстве, как более высокий уровень строения материи. Пока точность вычислений с помощью частиц вакуума не велика, но теория частиц вакуума находится в разработке и уже дополняет квантовую механику.

Зная хаотическую и когерентную часть решения  $\alpha = \frac{\rho_\alpha}{\rho_\alpha + i\lambda_\alpha}$  можно определить из формулы (1) массу элементарной частиц. Когерентной части решения соответствует в основном действительная когерентная часть. Некогерентной в основном соответствует мнимая часть. Если преобладает когерентный член  $\alpha = \frac{\rho_\alpha}{\rho_\alpha + i\lambda_\alpha}$ , то относительная мнимая часть мала, так как

$\rho_\alpha > \lambda_\alpha$ . Если преобладает не когерентный член  $1 - \alpha = \frac{i\lambda_\alpha}{\rho_\alpha + i\lambda_\alpha}$ , то опять относительная мнимая часть мала, так как  $\rho_\alpha < \lambda_\alpha$ . Если когерентная и не когерентная часть сравнимы по величине, то относительная мнимая часть велика. Но в основном реализуются два предельных случая и относительная мнимая часть мала.

Предлагаемая теория частиц вакуума по одной дополнительной константе, плотности вакуума в свободном пространстве позволяет, зная массу лептонов - электрона и мюона определить массу остальных элементарных частиц с определением времени распада. Не используя инвариантные свойства Лагранжиана, которые удовлетворяются с точностью  $m\sqrt{\gamma c}/(Ve)$ , построить модель элементарных частиц с их возможными взаимодействиями невозможно. При этом вводить квантовые числа, запрещающие некоторые реакции нет необходимости. Возможно также интерполировать потенциал ядра в разделе 3, раздел 5 данной книги. В описанном алгоритме раздела 5 на основе свойств частиц вакуума получен угол рассеяния и массы рассеянного, определяемого количества рассеянных элементарных частиц при падении одной элементарной частицы на произвольный потенциал. Задавая параметры потенциала можно решить обратную задачу. В разделе 3 на основе метода перехода к свойствам частиц вакуума, получена формула для потенциала ядра, в случае вращения электрона в водородоподобном атоме и определена собственная энергии электрона с учетом потенциала ядра.

## **Глава 7. Вычисление диэлектрической проницаемости элементарных частиц и их магнитных свойств**

С помощью частиц вакуума вычислены диэлектрические и магнитные свойства элементарных частиц. Причем максимальное значение диэлектрической проницаемости элементарных частиц является пределом для диэлектрической проницаемости макротел. Пределом диэлектрической проницаемости даже в случае керамических материалов является величина  $4E+6$ . Наибольшее спонтанное значения магнитного поля  $1E+6$  ед. СГС. При этом вычислены константы, которые квантовая механика считает неопределенными. Имеется и не соответствие с описанием с помощью магнонов процессы в кристаллическом теле. Так формула зависимости величины спонтанно намагниченного момента совпадает при приближении к нулю температуры, и отличается в промежуточном случае, качественно описывая процесс одинаковым образом.

Подсчитаем диэлектрическую проницаемость элементарных частиц, образованных полярными частицами вакуума. Диэлектрическая проницаемость тела, образованного полярными частицами равна см. [20]

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi n p_0^2}{3kT} = 1 + \frac{4\pi n e^2 l_\gamma^2}{3m_\gamma c^2} = 1 + \frac{4\pi n c^2 r_\gamma^4}{3e^2}.$$

Где  $n$  концентрация частиц вакуума,  $p_0 = e l_\gamma$  полярный момент частицы вакуума,  $m_\gamma$  масса частицы вакуума,  $\frac{l_\gamma}{m_\gamma} = \frac{e^2}{c^2} r_\gamma^2$  отношение плеча диполя к его массе, см. [10] стр.67,  $r_\gamma$  образующая частиц вакуума. Температура частиц вакуума определяется средней четырехмерной скоростью движения частиц вакуума, скоростью света  $kT = m_\gamma c^2$ . При этом трехмерная скорость движения  $V/c = u/\sqrt{1+u^2} = 1/\sqrt{2}$ .

Рассмотрим данную формулу для свободного электрона. Величина  $4\pi r_\gamma^3/3 = m_e$ , где в случае свободного электрона образующая равна и значение диэлектрической проницаемости сводится к формуле  $\varepsilon = 1 + \frac{m_e c^2}{e^2} \langle r \rangle = 1 + \frac{m_e c^2}{e^2} i \sigma_{x_k}^2 \frac{2 p_k}{\hbar} = 1 + i k l_\gamma; k l_\gamma \ll 1$  см. [18] стр. 263 для вывода средней координаты, где величина  $\sigma_{x_k}^2$ , это дисперсия координаты частиц вакуума, и приближенно равна  $\sigma_{x_k}^2 = l_\gamma r_e$ , т.е. диэлектрическая проницаемость близка к единице. Значение константы  $l_\gamma$  см. [10] стр. 67 формула (2.1.6). Итого получаем, что диэлектрическая проницаемость свободного электрона, диполь которого (или частица вакуума) образован электроном и позитроном, равна  $\varepsilon = 1 + i\alpha$ . Такова же диэлектрическая проницаемость свободной частицы, образованной диполем из частицы и античастицы. В случае водородоподобного атома образующая равна  $r_\gamma = \sqrt{a_0 r_e}$ , объем атома равен  $4\pi r_\gamma^3/3 = m_e$ . Вклад ядра в массу атома нулевой, так как надо учитывать его нулевой объем. Диэлектрическая проницаемость равна  $\varepsilon = 1 + r_e \langle 1/r \rangle = 1 + \frac{r_e}{n^2 a_0} = 1 + 1/137^2 n^2$ , где величина  $n$  главное квантовое число водородоподобного атома. При вычислении диэлектрической проницаемости, надо учитывать значение массы электрона через радиус электрона и радиус Бора. В случае кварков, их образующий радиус равен  $r_\gamma = \sqrt{r_u r_e}$ . Диэлектрическая проницаемость равна

$$\varepsilon_u = 1 + \frac{m_u c^2}{e^2} r_e^2 \langle 1/r \rangle \cong 1 + 2r_e^2 / 3r_u^2 = 1 + 3m_u^2 / 2m_e^2 = 27 ,$$

$$\varepsilon_d = 1 + \frac{m_d c^2}{e^2} r_e^2 \langle 1/r \rangle \cong 1 + r_e^2 / 3r_d^2 = 1 + 3m_d^2 / m_e^2 = 432 .$$

В случае, если частицы вакуума непосредственно находятся в протоне, его диэлектрическая проницаемость равна

$$\varepsilon_p = 1 + \frac{m_p c^2}{e^2} r_e^2 \langle 1/r \rangle \cong 1 + r_e^2 / r_p^2 = 1 + m_p^2 / m_e^2 = 4 \cdot 10^6$$

Эта величина является предельным экспериментальным значением диэлектрической проницаемости.

При этом средняя величина от обратного радиуса определяется с помощью интеграла (постоянную часть квадрата волновой функции исключаем, так как интеграл от нее по пространству равен бесконечности) использование данной волновой функции см. [19]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(\sum_{l=1}^3 + \sum_{l=5}^7)k_l y^l + ik_0 y^0 + ik_4 y^4]}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}} \times \\ \times dk_1 dk_2 dk_3 dk_5 dk_6 dk_7 dy_1 dy_2 dy_3 dy_5 dy_6 dy_7 / \\ / \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i(\sum_{l=1}^3 + \sum_{l=5}^7)k_l y^l + ik_0 y^0 + ik_4 y^4] \times \\ \times dk_1 dk_2 dk_3 dk_5 dk_6 dk_7 dy_1 dy_2 dy_3 dy_5 dy_6 dy_7 = \frac{1}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}} \Big|_{y_l=y_l^0}$$

Где  $y_l^0$  точка стационарной фазы. Сначала определяется точка стационарной фазы по волновым числам, а потом точка стационарной фазы по пространству.

В результате получится величина порядка

$$\langle 1/r \rangle = (\hbar / m_p c + G), \mathbf{G}_1 = \frac{\mathbf{G}_2 \times \mathbf{G}_3}{\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 \times \mathbf{G}_3}, \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 \times \mathbf{G}_3 \neq 0, \quad \text{где величина } \mathbf{G}$$

базисные векторы обратной кристаллической решетки. Диэлектрическая проницаемость протона равна

$$\begin{aligned}
\varepsilon_p &= 1 + \frac{m_p c^2}{e^2} r_e^2 < 1/r > = 1 + r_e^2 (mc/\hbar + G)/r_p = \\
&= 1 + r_e^2 (k + G)/r_p = 1 + r_e^2 [(\sqrt{k} - \sqrt{G})^2 + 2\sqrt{kG}]/r_p \quad . \\
&= \begin{cases} 1 + r_e^2 k/r_p = 1 + m_p^2/137m_e^2 = 1.6 \cdot 10^4, G > k \\ 1 + r_e^2 G/r_p = 1 + m_p Gr_e/m_e = 2000 Gr_e, G < k \end{cases}, G = \sqrt{\sum_{l=1}^3 G_l^2}
\end{aligned}$$

При этом диэлектрическая проницаемость имеет минимум при равенстве волнового числа величине постоянной обратной решетки. При неравенстве волнового числа постоянной обратной решетки значение диэлектрической проницаемости увеличивается. Так как для протона волновое число константа, для увеличения диэлектрической проницаемости, то надо увеличивать постоянную обратной решетки  $G$ .

При этом

$$\begin{aligned}
k_0 &= \sqrt{P/2 + \sqrt{P^2/4 + (\sum_{l=1}^3 k_l k_{l+4})^2}}; k_3 = \frac{\sum_{l=1}^3 k_l k_{l+4}}{k_0} = \sqrt{-P/2 + \sqrt{P^2/4 + (\sum_{l=1}^3 k_l k_{l+4})^2}} \\
P &= \sum_{l=1}^3 k_l^2 - \sum_{l=4}^7 k_l^2 + \left(\frac{m_s c}{\hbar} + \frac{2\pi Z_s}{R_s^k}\right)^2
\end{aligned}$$

Это означает, что фазовая скорость в двигающейся свободной частице равна скорости света, а в диэлектриках меняется от 1 до  $4 \cdot 10^6$ . Значение  $\mathcal{E}$  сегнетоэлектриков составляет десятки и сотни тысяч. Т.е. для получения большой диэлектрической проницаемости дипольного момента частиц вакуума хватает. Значит для диэлектрической проницаемости веществ справедлива формулы

$$\varepsilon = \varepsilon_e \alpha_e + \varepsilon_u \alpha_u + \varepsilon_d \alpha_d + \varepsilon_p \alpha_p; \alpha_e + \alpha_u + \alpha_d + \alpha_p = 1$$



При этом должно выполняться  $\frac{p_0 E}{kT} = \frac{e l_\gamma E}{m_\gamma c^2} = \frac{E r_\gamma^2}{e} < 1$ , т.е. значение напряженности электрического поля должно быть меньше предельного значения  $E < 10^{16} \text{ед.СГС}$ . Этот предел гораздо выше напряжения пробоя  $100 \text{ед.СГС} = 30000 \text{В/см}$  в воздухе.

Подсчитаем магнитную восприимчивость частиц вакуума. Но идеология расчета изменилась. Если при вычислении диэлектрических свойств элементарных частиц, подсчитывались свойства частиц вакуума и умножались на концентрацию частиц вакуума. При вычислении магнитных свойств используются свойства элементарных частиц, их температура и их плотность и делится на число частиц вакуума, используя свойства частиц вакуума. Т.е. магнитные свойства определяются для частиц вакуума. Это связано с тем, что магнитные свойства определяются свойствами частиц вакуума, которые взаимодействуют на малых расстояниях, приводя к последовательному эффекту близкого взаимодействия соседних частиц. При этом удалось определить коэффициенты, которые в теории Вевиса являются эмпирическими. Частицы вакуума обладают магнитным моментом и, следовательно, определяют свойства ферромагнетиков. Подсчитаем отношение энергии магнитного поля к энергии температуры, см. [10], [20]

$$x = \frac{MB}{kT} \frac{e \hbar n}{2 m_\gamma c} \sqrt{\frac{l_\gamma}{r_\gamma}} \frac{B}{kT} \left(\frac{m_\gamma}{m_e}\right)^{1/2} = \frac{\hbar n}{2} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} \frac{B}{kT}.$$

Это реакция одной частицы вакуума на магнитное поле. Где вычислили магнитную индукцию одной частицы вакуума  $\frac{q \hbar n}{2 m c}$ , разделив на величину

$\left(\frac{m_e}{m_\gamma}\right)^{1/2}$  используя заряд  $q = e \sqrt{\frac{l_\gamma}{r_\gamma}}$  и массу  $m_\gamma$  одной частицы вакуума. При

этом используется температура элементарных частиц. Используется корень из

числа частиц вакуума, так как они имеют разные знаки и суммарный эффект пропорционален корню. Отношение  $\frac{l_\gamma}{m_\gamma} = \frac{c^2 r_\gamma^2}{e^2}$  см. [1]. Значение этого параметра  $x = 10^{-6} B$ .

При этом намагниченность, равна

$$\mathbf{I} = \frac{NM^2}{3kT} \mathbf{H} = \frac{\hbar^2 n^2 r_\gamma}{12kT a_0^3 m_e} \mathbf{H} = 10^{-2} n^2 \mathbf{H}$$

Опишем вывод количественной теории ферромагнетизма Вевиса см. [20] §79. В магнитном поле возможны только два направления магнитного момента, параллельно полю и антипараллельно. Значит имеем  $N_1 = C \exp(x); N_2 = C \exp(-x)$ . Где величины  $N_l, l=1,2$  концентрация элементарных частиц, ориентированных по полю и антипараллельных полю. Нормировочная константа  $C$  определится из условия  $N = N_1 + N_2 = C[\exp(x) + \exp(-x)]$ . Для намагничивания единицы объема получаем

$$\begin{aligned} I &= (N_1 - N_2)M = NM \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)} = NML(x) = \\ &= \frac{3Ne\hbar n}{8\pi \sqrt{m_\gamma m_e} c} \sqrt{\frac{l_\gamma}{r_\gamma}} L(x) = \frac{3\hbar n}{8\pi a_0^3} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} L(x) = I_s L(x) \end{aligned}$$

Получаем насыщение намагниченности  $I_s = \frac{3\hbar n}{8\pi a_0^3} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} \sim 10^4$  ед. СГС.

Т.е. частицы вакуума расположатся по полю. Т.е. все элементарные частицы имеют практически одинаковую намагниченность параллельную или антипараллельную магнитному полю.

$$I = I_s L(x); I = \frac{kTN}{I_s b} x - \frac{H}{b}; Bb_1 = H + bI, x = \frac{Bb_1 M}{kT}. \quad (7.1)$$

Вызванное намагниченностью  $I$  и величиной внешнего поля  $B$  поле в проводнике  $H$  определяется по формуле  $H = b_1 B - bI$ , где  $b_1 = b^{1+\alpha}$ ,  $\alpha > 0$ .

Получим решение в случае  $x > 1$ , имеем равенство  $I_s = \frac{kTN}{I_s b} x - \frac{H}{b}$ ,

откуда получаем намагниченность насыщения при большом значении индукции магнитного поля и температуре меньше критической

$$I_s = \sqrt{\frac{H^2}{4b^2} + \frac{kTNx}{b}} - \frac{H}{2b} = \sqrt{\frac{H^2}{4b^2} + \frac{\hbar n N b_1 B}{2b} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}}} - \frac{H}{2b} = \begin{cases} \frac{\hbar n N B b_1}{H} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} < 1 \\ \sqrt{\frac{\hbar n N B b_1}{2b} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}}} > \frac{H}{2b} \end{cases} = \\ = \frac{3\hbar n}{8\pi\alpha_0^3} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}}$$

Откуда имеем  $B = \frac{3}{8\pi} H = \mu H; \mu = \frac{3}{8\pi}$  при условии  $\frac{3b\hbar n N}{4\pi H} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} < 1$ , что

эквивалентно  $H = 8\pi B / 3 > 10^9 \text{ ед.СГС}$ . Максимальная спонтанно

намагниченная индукция равна  $B = \frac{b}{b_1} \frac{9\hbar n}{32\pi\alpha_0^3} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} = 10^6 \text{ ед.СГС}$ ,

следовательно, линейная связь между магнитным напряжением и индукцией не реализуется. Причем возможно  $b_1 = b^{1+\alpha}$  и тогда с ростом этого параметра магнитная индукция уменьшается. Причем эта величина не зависит от температуры.

При этом зависимость магнитного момента от низкой температуры

$$\begin{aligned}
M &= \frac{3\hbar n}{8\pi} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} \tanh(x) = \frac{3\hbar n}{8\pi} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} \tanh\left(\frac{\hbar n}{2} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} \frac{B}{kT}\right) = \\
&= \frac{3\hbar n}{8\pi} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} \tanh\left(\frac{9b\hbar^2 n^2 r_\gamma}{32b_1 k T m_e a_0^3}\right) = \frac{3\hbar n}{8\pi} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}} \left[1 - 2 \exp\left(-\frac{9b\hbar^2 n^2 r_\gamma}{32k T b_1 m_e a_0^3}\right)\right]
\end{aligned}$$

При полученной с помощью квантовой механике зависимости при условии высокой температуры  $kT_{cr} > kT > 2\pi \frac{\hbar |e|}{mc} M = 2\pi A / \alpha$

$$M = M_0 - 0.117 \frac{\hbar |e|}{2mc} \left(\frac{kT}{A}\right)^{3/2}, A = \frac{\hbar |e|}{mc} M \alpha$$

Где содержится не вычисляемый коэффициент  $\alpha$ . Кроме того, формула содержит величину  $M$  в не явном виде. В области еще более низких температур  $kT \ll \frac{\hbar |e|}{mc} MK$  формула для спонтанной намагниченности совпадает с предлагаемой формулой

$$M - M_0 \sim \exp\left(-\frac{\hbar |e| MK}{mckT}\right)$$

Где неизвестный коэффициент  $K$  анизотропии описывается формулой  $E = -KM_z^2/2$ .

Получим решение в случае  $x < 1$ . Имеем

$$I = I_s \frac{dL}{dx} \Big|_{x=0} x. \quad (7.2)$$

Определим критическую температуру по формуле

$$T_k = \frac{I_s^2 b}{kN} \frac{dL}{dx} \Big|_{x=0}. \quad (7.3)$$

При этом определится значение безразмерной константы

$$b = \frac{kT_k}{I_s^2 a_0^3} = \frac{64\pi^2 kT_k m_e a_0^3}{9\hbar^2 n^2 r_\gamma} = \frac{6 \cdot 10^3}{n^2}. \text{ Справедливо } \left. \frac{dL}{dx} \right|_{x=0} = 1.$$

При этом температура перехода к спонтанной намагниченности равна

$$T_k = \frac{I_s^2 b}{kN} = \frac{9\hbar^2 n^2 b r_\gamma}{64\pi^2 kN a_0^6 m_e}. \text{ При этом имеем волновое число складывается с}$$

вектором обратной решетки

$$r_\gamma = \sqrt{r r_e} = \sqrt{r_e / \sqrt{\sum_{l=1}^3 (k_l + G_l)^2}} = \sqrt{r_e / \sqrt{\sum_{l=1}^3 [(k_l - G_l)^2 + 2k_l G_l]}}; k = mc/\hbar.$$

При равенстве волнового числа значению величины постоянной обратной решетки имеется максимум проводящих свойств, пропорциональный

$$r_\gamma = \sqrt{r_e / (2\sqrt{\sum_{l=1}^3 k_l G_l})}. \text{ При не равных значениях волнового числа и величины}$$

обратной решетки критическая температура нарушения спонтанного намагничивания уменьшается. При этом волновое число протона или другого элемента это константа для данного вещества и варьировать можно только постоянной обратной решетки. Для повышения температуры перехода постоянную обратной решетки  $G$  надо уменьшать и массу частицы по возможности уменьшать.

Используя второе уравнение (7.1), формулы (7.2) и (7.3), получим

$$\mathbf{I} = \frac{T_k}{b(T - T_k)} \mathbf{H}$$

Сверхпроводники второго рода смешанного состояния образуют слоистую, нитевидную структуру, обладающую большим критическим значением магнитного поля. При этом свойства сверхпроводников 2 рода совпадает со свойствами материалов со спонтанной намагниченностью, только константы

$b$  у них разные, откуда и не совпадение температуры Кюри и температуры перехода в сверхпроводящее состояние. Температура Кюри и температура перехода в сверхпроводящее состояние 2 рода отличаются примерно в 100 раз. На столько же отличаются константы  $b$ . В таблицах нет веществ, имеющих температуру Кюри и температуру сверхпроводящего состояния 2 рода. Образование большого магнитного поля можно объяснить спонтанной намагниченностью материала, а формула для критической температуры намагниченности, аналогична формуле для критического значения сверхпроводимости. В обоих случаях, в сверхпроводимости второго рода и спонтанном намагниченности имеется большое магнитное поле с доменной структурой. При этом проводимость сверхпроводников 2 рода низкая, так как определяется смесью сверхпроводящей и нормальной фазой. Поэтому формула для критической температуры Кюри с другим значением константы  $b$  и квантового числа  $n$  применима для определения критической температуры сверхпроводимости второго рода. Можно высказать предположение, что критическая температура перехода в сверхпроводящее

состояние равна  $T_c = \frac{9\hbar^2 b_c n^2 r_\gamma}{32km_e a_0^3}; b \gg b_c$ . При этом магнитный момент от числа

$b$  не зависит. Он равен  $M_0 = \frac{3\hbar n}{8\pi} \sqrt{\frac{r_\gamma}{m_e}}$  и тоже имеет максимум при совпадении

волнового числа и постоянной обратной решетки.

При определении среднего радиуса  $\langle r \rangle$  имеем порядок величины обратного значения суммы волнового числа с вектором обратной решетки. Это следует из определения точек стационарной фазы интеграла (1)

$$r_\gamma = \sqrt{rr_e} = \sqrt{r_e / \sqrt{\sum_{l=1}^3 (k_l + G_l)^2}} = \sqrt{r_e / \sqrt{\sum_{l=1}^3 [(k_l - G_l)^2 + 2k_l G_l]}}; k = mc / \hbar.$$

При равенстве волнового числа значению величины постоянной обратной решетки имеется максимум температуры, пропорциональный

$$r_\gamma = \sqrt{r_e / \sqrt{2 \sum_{l=1}^3 k_l G_l}} = \sqrt{r_e / (\sqrt{2k})}. \text{ При этом для оптимальных параметров или}$$

для  $k_l \gg G_l$  наблюдается зависимость температуры перехода в сверхпроводящее состояние  $T_c \sim \langle r_\gamma \rangle \sim m^{-1/2}$ . При не равных значениях волнового числа и величины обратной решетки критическая температура нарушения спонтанного намагничивания уменьшается. При этом волновое число протона или другого элемента это константа для данного вещества и варьировать можно только постоянной обратной решетки. Для повышения температуры перехода постоянную обратной решетки  $G$  надо уменьшать и массу частицы по возможности уменьшать, причем должно выполняться  $k_l = G_l$ .

### Выводы

Диэлектрическая проницаемость элементарных частиц изменяется в широких пределах, от 1 у свободных частиц до  $4 \cdot 10^6$  у связанного в ядре протона. При этом максимальная диэлектрическая проницаемость твердого тела, достигнутая на сегодняшний день только у керамических макротел, равна  $10^6$ . Согласно магнитным свойствам частиц вакуума они имеют отношение энергии к средней энергии температуры порядка единицы, т.е. фактор  $x = MB/kT$  для этих частиц порядка единицы при большой магнитной индукции. Т.е. за образование спонтанной намагниченности ответственны короткодействующие частицы вакуума. Но при превышении точки Кюри магнитная индукция частиц вакуума резко падает и значение  $x$  уменьшается до значения меньше единицы. При этом справедлива теория Вейсса, об

изменении спонтанной намагниченности. При превышении критической температуры ферромагнетик переходит в парамагнетик.

## **Глава 8. Формула для энергии звуковых квазичастиц**

### Аннотация

Вычислены из релятивистского определения импульса звуковой волны эффективная масса частицы, координата минимума энергии квазичастицы, и значение минимума энергии. Полученные данные совпали с экспериментальными. Т.е. проверено свойство квазичастиц звуковой волны подчиняться преобразованию Лоренца с фазовой скоростью звуковой волны, вместо преобразования Лоренца со скоростью света. Показано, что квазичастиц имеется счетное количество с уменьшающейся эффективной массой и переходящих в непрерывный спектр при квантовом числе, стремящемся к бесконечности. Определены свойства фонона при нулевой температуре, как предела свойств квазичастиц при квантовом числе, стремящемся к нулю. Приведена формула, показывающая, что мнимая вязкость Бозе - конденсата стремится к нулю. Вычислена температура начала Бозе – конденсации.

### **8.1 Формула для энергии квазичастиц и их свойства**

Объясним существование ротонов при низкой температуре. Энергия Бозе - системы равна

$$E = \frac{\varepsilon}{\exp(\varepsilon/T) \pm 1}.$$



Покажем, что при низких температурах эта функция имеет экстремум.

$$\frac{dE}{d\varepsilon} = \frac{1}{\exp(\varepsilon/T) - 1} \left[ 1 - \frac{\varepsilon/T}{\exp(\varepsilon/T) \pm 1} \right] = 0.$$

При высоких температурах эта функция не имеет корней. Но при низких температурах имеем уравнение  $x = \exp(x) \pm 1$  и имеется комплексный корень  $x + 2\pi i n = \exp x \pm 1$ , который вычисляется по рекуррентной схеме  $x_{n+1} = \ln(\pm 1 + 2\pi i n + x_n)$ . Так как комплексная энергия имеет смысл только при квантовых эффектах, этот корень существует только при низких температурах. Причем имеется счетное количество корней  $\frac{\varepsilon_n}{T} \cong \ln(1 + 4\pi^2 n^2)/2 + i \arg(\pm 1 + 2\pi i n)$ .

Энергия системы считается с учетом релятивистских эффектов для звуковой волны  $\varepsilon_n = \frac{m_p c_s^2}{\sqrt{1 - V_n^2/c_s^2}}$ . Где величина  $c_s$  скорость звука,  $V_n$  скорость

квазичастицы в звуковой волне. Величина  $m_p$  масса протона. При этом относительно скорости квазичастицы имеем уравнение

$$x_n = \frac{\gamma}{\sqrt{1 - V_n^2/c_s^2}} = \ln(\pm 1 + x_n + 2\pi i n); \quad \frac{\varepsilon_n}{\gamma T} = \frac{x_n}{\gamma} = y_n, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}.$$

Причем для скорости квазичастицы в звуковой волне имеем соотношение

$$\frac{V_n^2}{c_s^2} = 1 - \frac{\gamma^2}{\ln(\pm 1 + x_n + 2\pi i n)^2} = 1 - \frac{1}{y_n^2}.$$

Эффективная масса в жидкости для бозонов по формуле

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{pq} = \frac{\partial^2}{\hbar^2 \partial k_p \partial k_q} \varepsilon(\hbar \mathbf{k}).$$

Где величина  $\varepsilon(\hbar \mathbf{k})$  энергия системы. В релятивистском приближении собственное значение эффективной массы считается по формуле

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{m^*}\right)_{pq} &= \frac{\partial^2}{m^2 \partial V_p \partial V_q} \frac{m c_s^2}{\sqrt{1 - V^2 / c_s^2}} = \frac{\partial}{\partial V_q} \frac{V_p}{m(1 - V^2 / c_s^2)^{3/2}} = \\ &= \frac{1}{m} \left[ \frac{\delta_{pq}}{(1 - V^2 / c_s^2)^{3/2}} + \frac{3V_p V_q}{c_s^2 (1 - V^2 / c_s^2)^{5/2}} \right] = \frac{\alpha_{pq}}{m} \end{aligned}$$

Т.е. эффективная масса равна

$$m_n^* = \frac{m}{3y_n^5 - 2y_n^3}$$

Эффективная масса в жидкости для фермионов по формуле

$$m_{pq}^* = \frac{m^3 \partial^2}{\hbar^2 \partial k_p \partial k_q} \varepsilon(\hbar \mathbf{k}) = \frac{m \partial^2}{\partial V_p \partial V_q} \varepsilon(\hbar \mathbf{k}).$$

Где величина  $\varepsilon(\hbar \mathbf{k})$  энергия системы. В релятивистском приближении собственное значение эффективной массы считается по формуле

$$\begin{aligned} m_{pq}^* &= \frac{\partial^2}{\partial V_p \partial V_q} \frac{m c_s^2}{\sqrt{1 - V^2 / c_s^2}} = \frac{\partial}{\partial V_q} \frac{m V_p}{(1 - V^2 / c_s^2)^{3/2}} = \\ &= m \left[ \frac{\delta_{pq}}{(1 - V^2 / c_s^2)^{3/2}} + \frac{3V_p V_q}{c_s^2 (1 - V^2 / c_s^2)^{5/2}} \right] = \alpha_{pq} m \end{aligned}$$

Т.е. эффективная масса равна

$$m_n^* = m(3y_n^5 - 2y_n^3)$$

Где  $x_n = \ln(\pm 1 + x_n + 2\pi i n)$ . Была составлена по этому алгоритму на алгоритмическом языке Mathcad программа вычисления параметров квазичастицы - ротона. Вычисления по этой формуле определяют значение эффективной массы для бозонов при условии  $n = 1$

$$m_1^* = \begin{cases} (-0.058 + i \cdot 0.015)m = 0.06m, \gamma = 1.66 \\ (-0.156 + 0.014i)m = 0.157m; \gamma = 2 \\ (-0.881 + 0.506i)m = 1.016m, \gamma = 3 \end{cases}$$

при условии  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 2, m^* = 0.157m$ . Получается, что ротон имеет две степени

свободы. В связи с существованием направления распространения звуковой волны имеется две степени свободы. Первая с продольными колебаниями вдоль направления распространения, и вторая с вращением в плоскости, перпендикулярной направлению распространения.

Вычисления по этой формуле определяют значение эффективной массы для фермионов при условии  $n = 0$

$$m_1^* = \begin{cases} (-0.122 + i \cdot 0.024)m = 0.124m, \gamma = 1.66 \\ (0.262 + 0.058i)m = 0.268m; \gamma = 2 \\ (1.243 + 0.456i)m = 1.324m, \gamma = 3 \end{cases}$$

при условии  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 2, m^* = 0.268m$ .

Вычислим координату минимума энергии протона для бозонов

$$\frac{p_0}{\hbar} = \left(1 - \frac{1}{y^2}\right)^{0.5} \frac{4m_p c_s y}{\hbar} = 1.655 \cdot 10^8 + 6.505i \cdot 10^7 = 1.779 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-1}, \quad \text{величина}$$

скорости звука взята из эксперимента  $c_s = 2.4 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$  при нулевом давлении. При приведенном в [21] значении эмпирического импульса

$$\frac{p_0}{\hbar} = 1.9 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-1}.$$

Значение энергии в точке минимума  $k\Delta = m_p c_s^2 y$  определяется по формуле. Температура, вычисленная по этой формуле  $\Delta = 8.27^\circ \text{K}$  при эмпирической температуре  $\Delta = 8.7^\circ \text{K}$ . Т.е. температура звуковых колебаний

определяется колебанием одного протона, а не молекулы гелия как единого целого. В отличие от импульса, в котором участвуют все протоны.

n	$m^* / m$	$p_0 / \hbar \cdot 10^{-8}, cm^{-1}$	$\Delta^\circ K$
1	0.159	1.779	8.27
2	0.054	2.118	10.2
3	0.031	2.37	11.46
4	0.021	2.57	12.35
5	0.016	2.73	13.05
6	0.013	2.86	13.6
50	0.0015	4.5	20.5
100	0.00088	5.04	22.8

Как мы видим наряду с ротоном существует множество квазичастиц с меньшей приведенной массой, с большим значение минимума энергии, с большим импульсом. Звуковые волны характеризуются большим спектром квазичастиц с уменьшающимся расстоянием между свойствами квазичастиц и переходящими в непрерывный спектр. Но фонон этим спектром не описывается. Он описывается предельным переходом к величине  $n \rightarrow 0$ . При этом импульс фонона равен  $p_0 / \hbar = 1.586 \cdot 10^8 cm^{-1}$ , эффективная масса  $m^*$  стремится к бесконечности, а минимум энергии  $\Delta$  стремится к нулю. Энергия в точке минимума у фонона описывается формулой  $\varepsilon = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2m^*}$ , т.е. стремится к нулю, имея конечный импульс.

Кинематическая вязкость системы в случае участия фононов равна

$$v = i \frac{\hbar}{2m^*} \rightarrow 0, \text{ т.е. стремится к нулю.}$$

Вычислим координату минимума энергии протона для основного состояния фермиона

$$\frac{p_0}{\hbar} = \left(1 - \frac{1}{y^2}\right)^{0.5} \frac{m_e c_s y}{\hbar} = 4.52 \cdot 10^4 + 3.13i \cdot 10^3 = 4.53 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1}.$$

Значение энергии в точке минимума  $k\Delta = m_e c_s^2 y$  определяется по формуле. Температура, вычисленная по этой формуле  $\Delta = 7.091 \cdot 10^{-3} \text{ K}$ .

Наступление сверхтекучести связано с понижением температуры и, следовательно, энергия квазичастиц меньше квантовой энергии

$$E_n + kT = -\frac{mc^2 Z^2 \alpha^2}{2n^2} \left[1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n} \left(\frac{1}{j+1} - \frac{3}{4n}\right)\right] + kT = 0 \text{ для данного вещества.}$$

Тогда релятивистская часть энергии, связанная со спин-орбитальным взаимодействием, определяет температуру перехода в сверхтекучее состояние

$$T_\lambda = \frac{4.36 \cdot 10^{-11} Z^2 (Z\alpha)^2}{1.38 \cdot 10^{-16} 2n^3} \left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n}\right) = 2.08^\circ \text{ K}, Z = 2, n = 3, L = 0, S = 1, j = 1.$$

Это эмпирическое значение температуры равно  $T_\lambda = 2.19^\circ \text{ K}$ . При этом не релятивистская величина температуры равна  $T = 70200^\circ \text{ K}$ .

Переход к низким температурам вызывает свободное состояние идеальных частиц, и начала явления сверхтекучести, свойство которым обладают идеальные частицы см. раздел 8.2.

При этом внутренняя энергия системы равна

$$E_n = \frac{\varepsilon_n}{\exp(\varepsilon_n/T) \mp 1}, \varepsilon_n = \frac{m_p c_s^2}{\sqrt{1 - V_n^2/c_s^2}}.$$

Где величина  $\varepsilon_n$  комплексная и определяется из уравнения

$$x_n = \ln(\pm 1 + x_n + 2\pi i n); \frac{x_n}{\gamma} = \frac{\varepsilon_n}{\gamma T} = y_n; \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{l+2}{l}, \text{ где величина } l \text{ количество}$$

степеней свободы у квазичастицы. Величина  $y_n = \frac{1}{\sqrt{1 - V_n^2/c_s^2}}$ . Энергия  $\varepsilon_n$

определяется из условия экстремума энергии частицы, т.е.  $\frac{dE_n}{d(\varepsilon/T)} = 0$  и

определяет энергию квазичастицы. При условии  $T \rightarrow 0$  величина  $\gamma \rightarrow 1$ , т.е.

количество степеней свободы стремится к бесконечности  $l \rightarrow \infty$ . Фонон

соответствует значению  $n \rightarrow 0$ . При этом имеем уравнение

$\exp(x_n) = 1 + x_n + 2\pi i n$  откуда имеем  $x_n = \lim_{n \rightarrow 0} \sqrt{2\pi i n}$ . Значит эффективная масса

фонона равна  $m^* = \frac{m}{-2(2\pi i n)^{3/2}} = \frac{m \exp(i\pi/4)}{2(2\pi i)^{3/2}} \rightarrow \infty, n \rightarrow 0$ . Импульс равен

$\frac{p_0}{\hbar} = (1 - \frac{1}{x^2})^{0.5} \frac{4m_p c_s x}{\hbar} = \frac{4im_p c_s}{\hbar}$  и значение энергии в точке экстремума

$k\Delta = m_p c_s^2 x = m_p c_s^2 \sqrt{2\pi i n} \rightarrow 0$ . При этом величина  $\frac{\varepsilon_0}{\exp(\varepsilon_0/T) - 1} = T$ .

В случае фермионов энергия, соответствующая нулевому квантовому

числу, не стремится к нулю отношение  $x_0 = \frac{\varepsilon_0}{T} = 0.605 + 1.788i$  при условии

$T \rightarrow 0$ , т.е.  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1$ , эффективная масса не стремится к бесконечности

$m^* = (0.012 + 4.59 \cdot 10^{-4} i)m$ . При этом мнимая вязкость не равна нулю

$v = \frac{\hbar}{m^*} \neq 0$ . Импульс равен

$\frac{p_0}{\hbar} = (1 - \frac{1}{x^2})^{0.5} \frac{m_e c_s x}{\hbar} = (4.52 \cdot 10^4 + 3.13 \cdot 10^3 i) = 4.53 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1}$  и значение

энергии в точке экстремума  $k\Delta = m_e c_s^2 x_0$  равно  $\Delta = 7.09 \cdot 10^{-3} \text{ K}$  при условии  $c_s = 2.4 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$ .

Но как же описать сверхтекучесть ферми жидкости. Энергия основного состояния у ферми жидкости не нулевая, и основное состояние не проявляет сверхтекучие свойства. Надо учесть, что образуются куперовские пары, подчиняющиеся статистике бозонов. При этом образуются частиц по схеме  $x_n = \ln(-1 + \text{Re } x_n - 2\pi i n)$ , но энергию ферми частиц надо определять по формуле  $\frac{(\epsilon_n + \epsilon_n^*)/2}{\exp(\epsilon_n/T) + 1}$ . При этом  $x_0 = i\pi$  и собственная энергия нулевого состояния куперовской пары нулевая, и она не участвует в формировании свойств сверхтекучести.

Условие сверхтекучести  $V < \epsilon/p$  см. [21] §23. Подставляя значение этих величин, получим условия сверхтекучести  $c_s \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} < \frac{c_s}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}$ , т.е. условие

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} - \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}} > 0. \quad \text{В случае бозонов получилось, что}$$

действительная часть основного состояния не удовлетворяет условию сверхтекучести, но имеет нулевую энергию, т.е. не участвует в определении свойств жидкости. Остальные состояния Бозе жидкости удовлетворяют условию сверхтекучести и жидкость проявляет сверхтекучие свойства, имея нормальную фазу, связанную с нулевой собственной энергией. В случае фермионов при квантовом числе  $n = 0$  состояние имеет конечную энергию, и не проявляет сверхтекучие свойства. Значит, несмотря на то, что остальные состояния проявляют сверхтекучие свойства, жидкость не переходит в сверхтекучее состояние, так как имеются у основного состояния возмущения,

вызывающие трение жидкости о стенки сосуда. В случае образования пары электронов, энергия основного состояния равна нулю, оно не участвует в определении свойств вещества и жидкость является сверхтекучей.

## 8.2 Частицы вакуума, обладающие свойствами сверхтекучей фазы явления сверхтекучести

Для описания сверхтекучего состояния используются две фазы жидкости, нормальная и сверхтекучая. Считается, что разные фазы описывают разное движение, без образования разных фаз жидкости. Оказывается, что за каждой фазой стоят определенные частицы вакуума. Нормальная фаза образована элементарными частицами, взаимодействующими пропорционально зарядам, сверхтекучая фаза идеальными частицами вакуума, взаимодействующих пропорционально массам частиц. Опишем свойства второй фазы, удовлетворяющей условиям сверхтекучести, в силу малости взаимодействия пропорционально массам элементарных частиц.

Рассмотрим переход в сверхтекучее состояние. Для этого кинематическую вязкость надо перевести в нулевое состояние, т.е. рассматривать следующий член разложения параметров частиц вакуума. Для этого воспользуемся уравнением для  $l_\gamma$  плеча диполя, образующего частицу вакуума, где величина

$$r_\gamma = \frac{e^2}{m_e c^2} = \frac{\hbar}{137 m_e c} \quad \text{размер образующей диполь частица, при этом}$$

рассмотренные ранее частицы вакуума назовем электрическими, а исследуемые в этой статье частицы идеальными, взаимодействующими с помощью гравитации.



При этом масса частицы равна

$$m_{\gamma\gamma} = \rho_{\gamma}(r_{\gamma} + r_{\gamma\gamma})^3 - \rho_{\gamma}r_{\gamma}^3 = \rho_{\gamma}\left(\frac{\hbar}{137m_e c} + \frac{Gm_e}{c^2}\right)^3 - \rho_{\gamma}r_{\gamma}^3 = \rho_{\gamma}r_{\gamma}^3 3\frac{Gm_e^2}{e^2} =$$

$$= m_{\gamma} \frac{3Gm_e^2}{e^2} = 10^{-65} \frac{6.67 \cdot 10^{-8-54}}{4.8^2 \cdot 10^{-20}} = 10^{-107} \text{ g}$$

Вычислим  $l_{\gamma\gamma}$  плечо диполя, образующего частицу вакуума,

$$l_{\gamma\gamma} + l_{\gamma} = \frac{137\rho_{\gamma}r_{\gamma}^5 c}{\hbar} = \frac{137m_{\gamma}r_{\gamma}^2 c}{\hbar} = \frac{137m_{\gamma}c}{\hbar} \left(\frac{\hbar}{137m_e c} + \frac{Gm_e}{c^2}\right)^2 =$$

$$= l_{\gamma} + 2\frac{Gm_e}{c^2} \left(1 + \frac{Gm_e}{c^2} \frac{137m_e c}{\hbar}\right) \cong l_{\gamma} + 2\frac{Gm_e}{c^2} = l_{\gamma} \left(1 + 2\frac{Gm_e^2}{e^2}\right)$$

$$l_{\gamma\gamma} = 2l_{\gamma} \frac{Gm_e^2}{e^2}$$

При этом образуется диполь с еще меньшим расстоянием между частицей и

$$\text{античастицей } l_{\gamma\gamma} = 10^{-53} \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-8} 10^{-54}}{4.8^2 \cdot 10^{-20}} = 10^{-95} \text{ cm}.$$

$$\text{При этом имеем равенство } \frac{l_{\gamma\gamma}^k}{m_{\gamma\gamma}} = \frac{l_{\gamma}^k}{m_{\gamma}} \left[\left(1 + \frac{Gm_e^2}{e^2}\right)^{k-1} - 1\right] = \frac{e^2 r_{\gamma}^k}{c^2 m_{\gamma}} \frac{(k-1)Gm_e^2}{e^2}$$

Вязкость частиц вакуума практически нулевая

$$\eta_{\gamma\gamma} = \rho_{\gamma} v_{\gamma\gamma} = \rho_{\gamma} \Lambda_{\gamma\gamma} c = \frac{\rho_{\gamma} c}{n_{\gamma\gamma} \sigma_{\gamma\gamma}} = \frac{\rho_{\gamma} c r_{ge}^3}{l_{\gamma\gamma} r_{ge}} = \eta_{\gamma} \frac{Gm_e^2}{137e^2}$$

$$\eta_{\gamma\gamma} = \eta_{\gamma} \frac{Gm_e^2}{137e^2} = 10^{-28} \text{ ед.СГС}; r_{ge} = Gm_e / c^2, l_{\gamma\gamma} = 2l_{\gamma} \frac{Gm_e^2}{e^2}$$

Но концентрация этих частиц вакуума больше концентрации электрических

$$\text{частиц вакуума } n_{\gamma\gamma} = \rho_{\gamma} / m_{\gamma\gamma} = n_{\gamma} / \frac{3Gm_e^2}{e^2} = \frac{n_{\gamma} e^2}{3Gm_e^2} = 10^{78} 1/\text{cm}^3, \text{ при очень малой}$$

массе каждой частицы. При этом аналог постоянной Планка равен  $\hbar_{\gamma} = v_{\gamma\gamma} m_{\gamma} = 10^{-64} \text{ erg} \cdot \text{s}$ .

Так как постоянная Планка для этих частиц равна нулю  $\hbar_{\gamma\gamma} = v_{\gamma\gamma} m_{\gamma\gamma}$ , а новая мнимая кинематическая вязкость мала, они подчиняются только законам движения Ньютона. В силу отсутствия трения и, значит, равенства нулю постоянной Планка, назовем эти частицы идеальными. Причем эти идеальные частицы, без трения, группируясь, образуют частицы вакуума по законам классической механики с гравитационным взаимодействием. При малом радиусе между частицами ( $l_{\gamma\gamma} \ll l_{\gamma}$ ). скомпенсированном электрическом заряде возможно гравитационное взаимодействие. В самом деле, имеем формулу движения Ньютона  $G\rho^2 a^6 / r^2 = \rho a^3 a \ddot{\xi}$ , где  $\rho$  плотность тела,  $a$  размер тела,  $r$  расстояние между телами,  $\xi$  безразмерный радиус  $\xi = r / a$ .

Тогда ускорение, безразмерное по расстоянию, равно  $\ddot{\xi} = G\rho a^2 / r^2 = G\rho / \xi^2$ . Т.е. безразмерное уравнение движения не зависит от размера тел и расстояний между ними. Вакуумное пространство имеет среднюю плотность  $\rho_{\gamma} = 10^{-29} \text{ g/cm}^3$ . Но плотность тел гораздо выше. Это плотность вакуума, но плотность тел отличается от плотности вакуума. Произведение  $G\rho = \omega^2$  определяет частоту протекания процесса, чем больше плотность, тем частота больше. Но так как плотность вакуума одинакова, значит, у пространства с идеальными частицами, частота колебаний гораздо меньше, чем в пространстве элементарных частиц или макротел. Это очень медленная, без трения фаза жидкости, которая проявляется только при низких температурах. Количество когерентных частиц, проявляющихся при низких температурах равно  $\Delta T / \Delta N = \hbar \sqrt{G\rho} / k = 10^{-19}$ . Т.е. необходимо иметь  $\Delta N = 10^{19}$  когерентных частиц, чтобы изменить температуру на 1 градус. Необходим 1 электрон при температуре 1К, чтобы изменить температуру на 1

градусов. Одна частица оказывает воздействие на температуру величиной в  $10^{-19} \text{ }^\circ\text{K}$ .

Так как электрическое взаимодействие идеальных частиц вакуума определяется величиной  $\frac{e^2 l_{\gamma\gamma}}{r^2} \ll \frac{e^2 l_{\gamma}}{r^2}$  электрическим взаимодействием частиц

вакуума можно пренебречь, а гравитационное взаимодействие происходит на

расстояниях  $r > \frac{e^2 l_{\gamma\gamma}}{Gm_e^2} = \frac{e^2 m_{\gamma}}{c^2 m_e^2} = l_{\gamma} = 10^{-53} \text{ см}$ , т.е. на расстояниях  $l_{\gamma}$  равных

взаимодействию электрических частиц вакуума, описанных в [10] стр. 57

формула (2.1.6). При этом справедливо  $\frac{l_{\gamma\gamma}}{l_{\gamma}} = 2 \frac{Gm_e^2}{e^2} \ll 1$ , значит

взаимодействие частиц, образовавшихся из идеальных гравитационное, т.е. очень слабое, частицы почти не взаимодействуют, так как масса элементарных частиц много меньше их заряда в одинаковых единицах.

Частицы вакуума существуют не зависимо от температуры элементарных частиц. Температура частиц вакуума гораздо меньше температуры элементарных частиц. Частицы вакуума - это другой уровень описания, их концентрация гораздо больше, и средний уровень энергии меньше, т.е. их температура меньше. Их энергия составляет  $\sqrt{G}m_e/e = 10^{-20}$ , энергии электрических частиц вакуума.

Так как уравнения движения Шредингера имеет связь с уравнением движения Навье – Стокса  $V_k = -i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x^k}$ , где  $V_k$  описывает уравнение Навье – Стокса, а величина  $\psi$ , это волновое решение уравнения Шредингера см. [1] стр. 79, [10] стр. 59. Получается, что скорость частиц вакуума является потенциальной функцией.

## Часть 2. Использование комплексного пространства

**при описании физических явлений****Глава 9. Описание детонационных процессов в газообразных средах  
с помощью решения уравнений гидродинамики**

*Существуют ламинарные решения в круглом трубопроводе как в случае решения уравнения Навье – Стокса, так и в случае энергетического уравнения, связанные со значением радиуса трубопровода. Считая радиус, зависящим от продольной координаты трубопровода, введем среднеквадратичный тангенс наклона шероховатости трубопровода. При этом решение становится комплексным в турбулентном режиме, и мнимая часть решения описывает турбулентные пульсации температуры и концентрации среды. Причем начало комплексного решения – температуры, соответствует кратному корню нелинейного уравнения по определению температуры. При этом выполняется условие равновесия системы и равенство нулю производной по температуре, так как в начале комплексного решения значение температуры кратное, и становится комплексным. При этом действительное решение прерывается, оно стремится к бесконечности, но имеется комплексное решение, которое описывает взрыв горючего вещества. Комплексное решение описывает пульсирующий режим взрыва при асимптотически постоянной комплексной температуре. Его мнимая часть описывает пульсации, как температурные, так и концентрационные. Необходимость комплексного турбулентного решения нелинейных уравнений в частных производных описано в [24]. Особенности решения этих уравнений описаны в [25], [26].*

Существует три гидродинамических уравнения, описывающие детонацию в газах, это уравнение Навье – Стокса, энергетическое уравнение и диффузионное уравнение. Для простоты изложения диффузионное уравнение рассматривать не будем. При этом получено комплексное решение уравнения Навье – Стокса и энергетического уравнения, мнимая часть которого описывает пульсирующий режим. В результате решения получилась комплексная, начальная координата положения фронта детонационной волны. Действительная часть этой координаты соответствует средней координате положения фронта, а мнимая часть соответствует среднеквадратичному отклонению координаты фронта, т.е. ширине зоны химических реакций.

### **9.1. Решение уравнения Навье – Стокса при асимптотике значения температуры, равной константе**

Решение задачи течения смеси в трубопроводе с круглым сечением при постоянной комплексной температуре, уменьшающейся плотности и росте скорости, будем искать в виде

$$V_0(t) = V(z, t) \rho(z) / \rho(0) = V(z, t) \left\{ [1 - \alpha^5(\tau)] \frac{\rho_1}{\rho_0} + \alpha^5(\tau) \exp\left(-\frac{z}{L} \ln P_0 / P_1\right) \right\}.$$

в цилиндрической системе координат для трубопровода с постоянным круглым сечением. В данном случае  $V_0(t)$  имеет параболический профиль с не зависящей от  $z$  скоростью. Эта величина определяется как координата положения равновесия системы, зависящая только от внешнего давления. При этом, так как эта величина имеет параболический профиль ее надо умножить

на  $[1 - \alpha(\tau)r^2/a^2(z)]$ . При этом рассматривается параболический профиль  $1 - \alpha(\tau)r^2/a^2(z)$ ,  $r \in [0, r_0]$  детонационной волны с малой величиной  $\alpha_0 \ll 1$  в момент детонации. При этом для достижения нулевой скорости на поверхности трубы, имеется косой фронт детонационной волны. При этом на косом фронте и на выпрямляемом параболическом профиле образуются головы спиновой детонации. Определим формулу косоугольного фронта. Он имеет вид

$[1 - \alpha(\tau)r_0^2/a^2] \frac{1 - r^2/a^2}{1 - r_0^2/a^2}$ ,  $r \in [r_0, a]$ , и является непрерывной функцией с

разрывом первой производной. Где величина  $(a - r_0)/a = \frac{P_0 - P_{cr}}{P_0 + P_{cr}} f(P_0/P_{cr})$ ,

$z_F$  координата начала образования ударной волны  $\frac{P_{cr}}{P_1} = \exp\left(\frac{z_F}{L} \ln \frac{P_0}{P_1}\right)$ .

Функция  $f(P_0/P_{cr})$  определяется из эмпирической зависимости и по порядку величины равна 1. Причем для профиля косоугольной волны, имеем  $da/dz = 0$ , так как это ударная волна. Величина  $\alpha(\tau) = \alpha_0 + (1 - \alpha_0)\exp(-\tau)$  изменяется от единицы, до минимального значения, описывая переход к ударной волне с почти плоским фронтом. Фронт ударной волны не является плоским, малая параболическая зависимость сохраняется, определяемая значением параметра  $\alpha_0$ . Причем скорость изменения фронта более медленный процесс, чем время установления равновесия. Т.е. равновесные плотности медленно изменяются со временем.

Будем рассматривать постоянную стационарную температуру потока при переменной сжимаемой среде. В уравнении Навье - Стокса давление образует

член  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{RT}{\mu} \frac{\partial \ln p}{\partial z}$ . Значит, логарифм давления линеен при постоянной

температуре. Так как внешнее воздействие имеется только для продольной оси

$\ln P(z) = \ln P_0 + \frac{\ln P_1/P_0}{L} z$ , где  $P_0, P_1$  давление в начальной и конечной части

трубы, величина  $L$  это длина трубы, радиальной и угловой скоростью пренебрегаем. Получаем изменение давления  $P(z) = P_0 \exp(-\frac{z}{L} \ln P_0 / P_1)$  в начальный момент времени. Значит, плотность тоже убывает в начальный момент времени  $\rho(z) = \rho_0 \exp(-\frac{z}{L} \ln P_0 / P_1)$ , значит, скорость потока растет в силу уравнения неразрывности. Имеем перепад давления, определяющий движение сжимаемого газа. При этом скорость потока растет и может достигнуть скорости звука, при этом образуется ударная волна. Но детонационная волна возникнет при начале комплексной температуры потока, причем как это следует из нелинейных уравнений движения, комплексное решение сопровождается быстрым ростом комплексной температуры.

Получим уравнение см. [27]

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\rho \partial z} + v \Delta V_z = -\frac{RT}{\mu} \frac{\partial \ln P}{\partial z} + v \Delta V_z = -\frac{R[T + \Delta T(z) + \dots] \ln P_1 / P_0}{\mu L} + v \Delta V_z$$

Подставляем значение скорости, получим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_0}{\partial t} [1 - \alpha(\tau) r^2 / a^2] \frac{\rho(z)}{\rho_0} + 2V^2 [1 - \alpha(\tau) r^2 / a^2] \left\{ \frac{\alpha(\tau) r^2}{a^3} \frac{da}{dz} \left[ \frac{\rho(z)}{\rho_0} \right]^2 + \frac{2\rho(z)}{\rho_0} \left[ \frac{\rho(z)}{\rho_0} \right]'_z \right\} = \\ = -\frac{RT}{\mu} \frac{\ln P_1 / P_0}{L} - v \frac{4V}{a^2} \frac{\rho(z)}{\rho_0} \end{aligned}$$

Умножаем это уравнение на радиус и интегрируем это уравнение по радиусу, так как система координат цилиндрическая, получим

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial V}{\partial t} \exp\left[-\frac{z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] a^2 \left[ \frac{r_0^2}{2a^2} - \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{4a^4} + (\gamma - \alpha) \left( \frac{1}{4} - \frac{r_0^2}{2a^2} + \frac{r_0^4}{4a^4} \right) + \frac{c^2 a^2}{2} \frac{\ln P_1/P_0}{L} + \right. \\
& \quad \left. + 2\nu V \gamma \exp\left[-\frac{z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] - \right. \\
& \quad \left. - V^2 \ln(P_0/P_1) \exp\left[-\frac{2z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] a^2 \left[ 2 \frac{r_0^2}{a^2} - \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{a^4} + (\gamma - \alpha) \left( 1 - \frac{2r_0^2}{a^2} + \frac{r_0^4}{a^3} \right) \right] / L = \right. \\
& \quad \left. = -V^2 \left[ \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{2a^4} - \alpha^2(\tau) \frac{r_0^6}{3a^6} \right] \frac{ada}{dz} \exp\left[-\frac{2z}{L} \ln(P_0/P_1)\right], c^2 = \frac{RT}{\mu}; \right. \\
& \quad \left. \gamma = \alpha(\tau) + \frac{1 - \alpha(\tau) r_0^2 / a^2}{1 - r_0^2 / a^2} \right.
\end{aligned}$$

Где определится параметр  $\gamma$ , связанный с косой волной. Возводя это равенство в квадрат, и находя среднеквадратичное отклонение, извлекаем квадратный корень из дисперсии, получим

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial V_0}{\partial t} \exp\left[-\frac{z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] a^2 \left[ \frac{r_0^2}{2a^2} - \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{4a^4} + (\gamma - \alpha) \left( \frac{1}{4} - \frac{r_0^2}{2a^2} + \frac{r_0^4}{4a^4} \right) + \frac{c^2 a^2}{2} \frac{\ln P_1/P_0}{L} + \right. \\
& \quad \left. + 2\nu V \gamma \exp\left[-\frac{z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] - \right. \\
& \quad \left. - V^2 \ln(P_0/P_1) \exp\left[-\frac{2z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] a^2 \left[ 2 \frac{r_0^2}{a^2} - \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{a^4} + (\gamma - \alpha) \left( 1 - \frac{2r_0^2}{a^2} + \frac{r_0^4}{a^3} \right) \right] / L = \right. \\
& \quad \left. = V^2 \left[ \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{2a^4} - \alpha^2(\tau) \frac{r_0^6}{3a^6} \right] \frac{a \sqrt{\langle (da/dz)^2 \rangle}}{6} \exp\left[-\frac{2z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] = \right. \\
& \quad \left. = V^2 \left[ \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{2a^4} - \alpha^2(\tau) \frac{r_0^6}{3a^6} \right] \frac{a \delta}{l} \exp\left[-\frac{2z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] \right.
\end{aligned}$$

В случае выбора знака минус у корня из среднеквадратичного тангенса наклона шероховатости, получится, что шероховатости увеличивают скорость

потока, так как полная производная  $\frac{dV}{dt}$  увеличится. Т.е. знак минус выбирать

нельзя. При ведении турбулентной вязкости используется формула

$-\rho u'_i u'_k = \rho K \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}$  см. [27], при отрицательном значении величины



конвективного члена, связанного с шероховатостью, что приводит к выбору знака плюс у корня из среднеквадратичного отклонения. Кроме того, надо выбирать знак плюс у квадратного корня из среднеквадратичного квадрата тангенса наклона шероховатости, чтобы получилось комплексное турбулентное решение. В противном случае, решение, описывающее пульсирующий турбулентный режим не получится.

Переходя от радиуса к диаметру трубопровода и умножив на величину  $d/v^2$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_2}{\partial \tau} \left[ \frac{r_0^2}{2a^2} - \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{4a^4} + (\gamma - \alpha) \left( \frac{1}{4} - \frac{r_0^2}{2a^2} + \frac{r_0^4}{4a^4} \right) \right] H(z) = \\ = H^2(z) R_2^2 / \Re_{cr} - 2R_2 \mathcal{H}(z) + \frac{P}{8\Re_{cr}}; \end{aligned}$$

$$P = \frac{d^3 \Re_{cr}}{\nu^2 L} G(P_0, P_1); H(z) = [1 - \alpha^5(\tau)] \frac{\rho_1}{\rho_0} + \alpha^5(\tau) \exp\left[-\frac{z}{L} \ln(P_0 / P_1)\right], R_2 = \frac{V_0 d}{\nu};$$

$$\begin{aligned} 1/\Re_{cr} = \left[ \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{2a^4} - \alpha^2(\tau) \frac{r_0^6}{3a^6} \right] / R_{cr} - \left[ 2 \frac{r_0^2}{a^2} - \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{a^4} + (\gamma - \alpha) \left( 1 - \frac{2r_0^2}{a^2} + \frac{r_0^4}{a^4} \right) \right] a H'(z) = \\ = g / R_{cr} - h a H'(z) \end{aligned}$$

$$g = \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{2a^4} - \alpha^2(\tau) \frac{r_0^6}{3a^6}; h = 2 \frac{r_0^2}{a^2} - \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{a^4} + (\gamma - \alpha) \left( 1 - \frac{2r_0^2}{a^2} + \frac{r_0^4}{a^4} \right)$$

$$\tau = 24t \cdot \nu / d^2, R_0 = V_0 d / \nu, R_{cr} = 12 / \sqrt{\langle (da/dz)^2 \rangle} = l / \delta;$$

$$G(P_0, P_1) = \frac{P_0 - P_1}{\rho} [1 - \alpha(\tau)] + \alpha(\tau) c^2 \ln P_0 / P_1$$

В формулах для  $H(z)$  и  $G(P_0, P_1)$  учтен переход от экспоненциального затухания плотности и давления к постоянному значению плотности и давления. Параметр 5 в формуле  $H(z)$  надо подобрать для согласия с экспериментом. Причем в коэффициенте  $H(z)$  учтено изменение плотности, как в случае параболического профиля, так и в случае почти плоской волны.

Получаем условие стационарности для уравнения Навье – Стокса с учетом одного члена ряда-решения в одномерном случае

$$R_0^2 - 2R_0\gamma\Re_{cr} + P(z)/8 = 0, R_0 = R_2H(z),$$

Где  $R_0 = R_2H(z)$  число Рейнольдса в начале потока  $\alpha(0) = 1$ . В произвольной точке потока  $R_2 = R_0/H(z)$ . В одномерном случае при постоянстве сечения трубопровода уравнение неразрывности определяет скорость в каждом сечении. Ламинарное решение этого уравнения  $R_0$  в сечении с продольной координатой  $z$  равно

$$R(z)\frac{\rho(z)}{\rho_0} = R_0 = \Re_{cr}\gamma - \sqrt{\Re_{cr}^2\gamma^2 - P/8} \approx \frac{P}{16\Re_{cr}} = \frac{d^3}{16\nu^2L}G(P_0, P_1).$$

Откуда имеем для числа Рейнольдса потока в сечении  $z$

$$R(z) = R_0 \frac{\rho_0}{\rho(z)} = [\Re_{cr}\gamma - \sqrt{\Re_{cr}^2\gamma^2 - P/8}] / H(z) \quad (9.1.1)$$

Но турбулентное решение не единственно. Получится решение, если сразу не усреднять поток, а умножить на величину  $[1 - \alpha(\tau)r^2/a^2(z)]^p$ , а потом усреднять. С ламинарным решением это не соответствует физике процесса, так как должно получаться среднее течение, которое возможно из-за отсутствия квадратичного члена. В случае учета квадратичного, конвективного члена среднее решение получить не удастся, из-за наличия момента решения второго порядка. Поэтому в случае турбулентного потока решений имеется счетное количество. При этом критическое число Рейнольдса возрастет в  $p$  раз, что существенно при описании спиновой детонации. В самом деле, все члены, кроме конвективного члена разделятся на величину  $p$ . Конвективный член равен разности  $\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1} = \frac{1}{p(p+1)}$ , т.е. критическое число Рейнольдса в виде

$\frac{1}{R_{cr}}$  умножается на величину  $p$ .

Не единственность решения приводит к разному значению энергии турбулентного решения. Переход с одного уровня энергии на другой сопровождается излучением звуковой энергии. Так волна детонации

сопровождается резким звуком. При детонации возбуждаются высокие уровни энергии. Переход на низкие уровни сопровождается звуковым сигналом.

При вычислении постоянного числа Рейнольдса оно умножается на экспоненциально убывающую плотность, которая образуется при постоянной температуре потока, причем скорость потока экспоненциально растет.

Из эксперимента имеем значение критического числа Рейнольдса для круглого трубопровода  $R_{cr} = \frac{l}{\delta} = \frac{12}{\sqrt{\langle (da/dz)^2 \rangle}} = 2300$ , измеренного у не сжимаемой жидкости в трубопроводе с круглым сечением.

Средняя скорость, входящая в число Рейнольдса, равна

$$V_a = \int_0^a r V_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) dr / \int_0^a r dr = V_0 / 2, R_a = \frac{V_a d}{\nu} = \frac{R_0}{2}.$$

В случае большого перепада давления, получаем комплексное турбулентное решение

$$R_0 / \sqrt{P} = \Re_{cr} \gamma / \sqrt{P} - i \sqrt{1/8 - \Re_{cr}^2 \gamma^2 / P}.$$

Если считать точнее, то вклад вращательной мнимой части в поступательную скорость движения потока соответствует корню из мнимой части согласно формуле (9.1.1) и получаем формулу (9.1.2)

$$R_0 / \sqrt{P} = \Re_{cr} \gamma / \sqrt{P} - i \sqrt{1/8 - \Re_{cr}^2 \gamma^2 / P} \sqrt{\beta} \quad (9.1.2)$$

Мнимая часть числа Рейнольдса потока пропорциональна на бесконечности давления  $\text{Im} R \sim \sqrt{P} \sim d_{eff}^{3/2}$ . При этом степень усреднения пропорциональна высоте шероховатости, стремящейся к нулю, хотя самая гладкая поверхность соответствует среднему модулю тангенса наклона, равному обратной величине критического числа Рейнольдса. Так как из мнимой части выражения для числа Рейнольдса потока извлекается корень четвертой степени, имеем для эффективного диаметра  $d_{eff}$  формулу

$$d_{eff} / d \sim \lim_{k \rightarrow 0} [\alpha(1 - kR_{cr} / \omega l)]^{1/4} = \lim_{k \rightarrow 0} (\alpha - kR_{cr} / l)^{1/4} = \lim_{k \rightarrow 0} \left( \frac{\alpha}{1 + kR_{cr} / \omega l} \right)^{1/4}.$$

Величины  $\alpha = \omega$ , и при бесконечно малой шероховатости сокращаются, хотя такая ситуация и не реализуется. Но эти формулы справедливы для данной схемы решения. При решении в виде ряда получится вычисляемое другое значение  $\alpha$ . Самая гладкая поверхность соответствует среднему модулю тангенса наклона, равного обратному значению критического числа Рейнольдса, так как самые малые модули тангенса наклона соответствуют молекулярному уровню шероховатости. При этом эффективный диаметр меньше истинного диаметра. Высота шероховатости может стремиться к нулю, одновременно с периодом шероховатости  $l$ . Т.е. величина  $\left( \frac{\alpha}{1 + 1/\omega} \right)^{1/4}$  это

максимальное отношение эффективного диаметра к истинному диаметру. Для внешней задачи эффективный диаметр увеличится, и коэффициент  $\beta$  определится по формуле  $\beta = \{ [k(P, \xi_0)R_{cr} / \omega l(P, \xi_0) + 1] / \alpha \}^\sigma$ . Для обтекания сферы при нулевой высоте шероховатости эффективный размер сферы совпадет с истинным размером сферы, т.е. коэффициенты  $\alpha = \omega = 1$ . При переходе от сферического тела к цилиндрическому с круговым сечением, этот коэффициент будет равен  $\alpha = \omega = \left( \frac{3}{2} \right)^{2/3} = 1.31$

При этом коэффициент  $\beta$  пропорционален

$$\beta \sim \langle d^{3/2} \rangle = d^{3/2} \{ \alpha / [k(P, \xi_0)R_{cr} / \omega l(P, \xi_0) + 1] \}^\sigma, \sigma = \frac{1}{4} \frac{3}{2} = \frac{3}{8},$$

который при нулевой макро-шероховатости эффективный диаметр равен  $\alpha^{2\sigma/3}$ , т.е. при увеличении степени шероховатости эффективный диаметр уменьшается. При этом отношение тангенса наклона макро-шероховатостей к микро-шероховатостям больше чем величина  $k / (l \langle |\tan \alpha| \rangle) = 1$ .

Вычислим изменение диаметра трубопровода при условии равенства

макро-шероховатостей микро-шероховатостям из эмпирической формулы по уменьшению среднего квадрат значения диаметра, получится, что диаметр уменьшился в  $[(1/\omega + 1)/\alpha]^{1/4} = 1.14$  раза. При отношении  $l/k = 30$ , получаем уменьшение диаметра трубопровода в  $[2300/(30 \cdot \omega) + 1]^{1/4} = 2.73$  раза.

При этом учтено влияние шероховатости стенок турбулентного потока на мнимую часть числа Рейнольдса потока. Чтобы получить графики с постоянной высотой шероховатости, надо ввести эффективный среднеквадратичный тангенс наклона шероховатостей. Эффективное среднеквадратичное значение тангенса наклона шероховатости должно зависеть от внешнего давления  $\frac{k(P, \xi_0)}{l(P, \xi_0)}$ . Причем на бесконечности числа

Рейнольдса, или безразмерного давления имеем шероховатость, соответствующую постоянной высоте шероховатости  $\frac{k(\infty, \xi_0)}{l(\infty, \xi_0)} = \frac{k}{r_0} = \frac{1}{\xi_0}$ .

Но формула Никурадзе получена при постоянном отношении радиуса трубопровода  $r_0$  к средней высоте шероховатости  $k$ . Формула (2.2) содержит эффективный среднеквадратичный тангенс наклона шероховатости, который выражен через отношение радиуса трубопровода к средней высоте шероховатости и через безразмерное давление.

$$\frac{l(P, \xi_0)}{\delta(P, \xi_0)} = \{2 \exp[-|\sqrt{P} - \sqrt{P_{cr}}| / |\alpha(\xi_0)|] + \xi_0 [1 - \exp(-|\sqrt{P} - \sqrt{P_{cr}}| / |\alpha(\xi_0)|)]\} \times \\ \times \{1 + 0.4 \exp\{-[\sqrt{P} - \sqrt{P_{cr}} \beta(\xi_0)] / \gamma(\xi_0)\}\}, \xi_0 = r_0 / k$$

Величина  $P_{cr} = 8R_{cr}^2$ . Влияния эффективного среднеквадратичного тангенса наклона шероховатостей на свойство потока зависит от числа Рейнольдса или перепада давления.

Эмпирическая формула по определению коэффициентов  $\alpha(\xi_0), \beta(\xi_0), \gamma(\xi_0)$  следующая

$$\alpha(\xi_0) = R_{cr} \frac{\xi_0}{1.5}, \quad \beta(\xi_0) = \frac{\xi_0}{4}, \quad \gamma(\xi_0) = R_{cr} \xi_0^{1.5} / 4 \quad (9.1.3)$$

Т.е. коэффициенты этой формулы определяются константами  $3/2, 1/4$ , которые используются в вычислении коэффициента  $\beta$ . При этом, используя решение в виде ряда получаем значение под корнем, отличное от  $1/8$ , но коэффициенты в формулах (9.1.3) умножаются на постоянный множитель.

При этом в начале образования мнимой части комплексного решения  $T = T_{cr}$ , или начале турбулентного решения, тангенс наклона шероховатостей приближенно равен  $R_{cr}^{1/11} = 2$ , и графики при разных тангенсах наклона шероховатостей совпадают.

Формула для эффективного среднеквадратичного тангенса наклона шероховатости проверена для течения несжимаемой жидкости. Причем получено совпадение экспериментального графика Никурадзе коэффициента сопротивления потока в зависимости от числа Рейнольдса и степени шероховатости и теоретического графика.

Определим расстояние, на котором образуется параболический профиль скорости в ламинарном и турбулентном режиме. В случае ламинарного режима отношение диаметра к расстоянию, за которым образуется параболический профиль равно  $d/L$ . Оно равно отношению перпендикулярной продольной оси скорости, равной  $v/d$  к скорости вдоль продольной оси  $V$ . В результате получаем  $L = d^2 V / v = dR$ .

Эта формула совпадает с экспериментом с точностью до коэффициента, который равен  $0.1 \div 0.01$  и который определен из эксперимента.

В случае турбулентного режима имеем две перпендикулярные компоненты скорости  $\text{Im}V / \text{Re}V = \text{Im}R / \text{Re}R = d/L$ , откуда имеем

$$L = d \frac{\text{Re}R}{\text{Im}R} = \frac{dR_{cr}}{\sqrt{P\{\alpha/[k(P, \xi_0)R_{cr} / \omega(P, \xi_0) + 1]\}^\sigma \sqrt[4]{1/8}}} = \frac{dR_{cr}}{\sqrt{R^2 - R_{cr}^2}}, P > 8R_{cr}^2, R \gg R_{cr}$$

Коэффициент в этой формуле можно определить только из эксперимента. При

большом перепаде давления или большом числе Рейнольдса параболический профиль скорости устанавливается на малом расстоянии.

## 9.2. Энергетическое уравнение и его решение

Энергетическое уравнение в случае учета продольной компоненты скорости, зависящей от радиуса в трубе с круглым сечением, имеет вид см. [2]

$$c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \chi \Delta T + \nu \left[ \left( \frac{\partial V_z}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{Q}{\tau},$$

Где введен источник тепла  $Q$ , имеющий размерность квадрата скорости. Температура отнесена к единице массы. Подставим в это уравнение величины скорости и температуры, удовлетворяющие формулам см. [2] (в [2] приведено ламинарное значение скорости и температуры)

$$V(r, z, t) = V_0(t) \frac{\rho_0}{\rho(z)}$$

$$T(r, z, t) = [T(t) - T_0] [1 - \alpha(\tau) r^4 / a_0^4(z)]$$

В данном случае  $V(r, z, t)$  имеет параболический профиль с растущей скоростью. Ее необходимо умножить на величину  $[1 - \alpha(\tau) r^2 / a_0^2(z)]$ .

Получим уравнение

$$\begin{aligned} c_p \left[ 1 - \alpha(\tau) \frac{r^4}{a_0^4(z)} \right] \frac{\partial T(t)}{\partial t} + 5c_p V_0(t) \frac{\rho_0}{\rho(z)} [T(t) - T_0] \left[ 1 - \frac{\alpha(\tau) r^2}{a_0^2(z)} \right] \frac{\alpha(\tau) r^4}{a_0^5} \frac{da_0(z)}{dz} = \\ = -9c_p \chi [T(t) - T_0] \frac{\alpha(\tau) r^2}{a_0^4(z)} + 2\nu V_0^2(t) \left\{ 2 \frac{\rho_0^2}{\rho^2(z)} \alpha^2(\tau) \left( \frac{r}{a_0} \right)^2 + 2 \left[ \frac{\rho_0}{\rho(z)} \right]'_z \right\} + \\ + \frac{Q}{\tau} \exp(-U / RT), \end{aligned}$$

Где имеем источник энергии в виде

$$Q_1 \exp(-U / RT) = Q_1 \exp\left[-\frac{U}{R(T_0 + \Delta T)}\right],$$

Т.е. в точке значения энергии активации формула справедлива. Где величина  $U$ , энергия активации,  $\beta = 1/(T_0 + \Delta T)$ , величина  $k$ , постоянная Больцмана, где величина  $Q_1$ , имеет размерность квадрата скорости. При этом величина  $kT_0$  это начальная температура реакции. Умножим данное уравнение на радиус и проинтегрируем по радиусу и введем среднеквадратичный тангенс наклона шероховатостей, получим

$$\begin{aligned} & c_p a_0^2 [1/2 - \alpha(\tau)/6] \frac{\partial T(t)}{\partial t} - 5c_p V_0(t) [T(t) - T_0] F(z) a_0 \times \\ & \quad \times [\alpha(\tau)/6 - \alpha^2(\tau)/8] \sqrt{\left\langle \left[ \frac{da_0(z)}{dz} \right]^2 \right\rangle} = \\ & = -9c_p \chi [T(t) - T_0] \alpha(\tau)/4 + \nu V_0^2(t) S + \frac{Q a_0^2}{2\tau} \exp(\theta - \theta_0). \\ & S = 1 + \alpha^2(\tau) [a_0 F'(z)]^2, F(z) = 1 - \alpha^5 + \alpha^5 \exp\left(\frac{z}{L} \ln \frac{P_0}{P_1}\right); \\ & \quad \theta = -\frac{U}{R(T_0 + \Delta T)}, \theta_0 = \frac{U}{RT_0} \end{aligned}$$

Использовали знак минус у среднеквадратичного отклонения, так как при введении турбулентной температуропроводности используется формула

$$-c_p \rho \langle \theta' \cdot u'_k \rangle = \rho K_\theta \frac{\partial \langle \theta'_k \rangle}{\partial x_k} \text{ см. [27], при отрицательном значении величины}$$

конвективного члена, связанного с шероховатостью, что приводит к выбору знака минус у корня из среднеквадратичного отклонения. Где использовали теорему о среднем значении интеграла



$$\int_0^{a_0} \exp\left[-\frac{U}{R[T_0 + \Delta T(1 - r^4/a_0^4)]}\right] r dr = \exp\left[-\frac{U}{R(T_0 + \alpha\alpha\Delta T)}\right] a_0^2 / 2$$

Умножим уравнение на величину  $d^2 R_{cr} / v^3$

$$\begin{aligned} & 2 \frac{\partial \theta(u)}{\partial u} [1/2 - \alpha(\tau)/6] - 15 R_0(u) \theta(u) F(z) [\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4] = \\ & = -9 R_{cr} \frac{\chi}{v} \theta(u) \alpha(\tau)/4 + R_{cr} R_0^2(u) S + R_{cr} Q_0 \exp\left[-\frac{U}{R(T_0 + \alpha\alpha\Delta T)} + \frac{U}{RT_0}\right] \\ \theta - \theta_0 & = -\frac{U}{R(T_0 + \alpha\alpha\Delta T)} + \frac{U}{RT_0} \approx \frac{\alpha\alpha\Delta T}{T_0} \frac{U}{RT_0}, \sqrt{\langle \left[\frac{da_0(z)}{dz}\right]^2 \rangle} R_{cr} = 12, u = 24t \cdot v / (R_{cr} d^2), \\ & Q_0 = Q_1 \exp(-U / RT_0) \frac{a_0^2 d^2}{2\tau v^3} \end{aligned}$$

Получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\begin{aligned} & 2 \frac{\partial \theta(u)}{\partial u} [1/2 - \alpha(\tau)/6] = 15 R_0(u) \theta(u) F(z) [\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4] - \\ & - R_{cr} \theta(u) \frac{9\chi}{4v} \alpha(\tau) + R_{cr} R_0^2(u) S + R_{cr} Q_0 \exp(\theta - \theta_1); \\ \theta - \theta_0 & = -\frac{U}{R(T_0 + \alpha\alpha\Delta T)} + \frac{U}{RT_0} \approx \frac{\alpha\alpha\Delta T}{T_0} \frac{U}{RT_0}; \Delta T > 0 \end{aligned}$$

Определим момент, когда действительное решение этой системы нелинейных уравнений не существует, а существует комплексное решение. Уравнение по определению координат положения равновесия имеет вид

$$\ln \frac{\left(\frac{9\chi}{4v} \alpha(\tau) - \frac{15 R_0 F(z) [\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4]}{R_{cr}}\right) \theta - R_0^2 S}{Q_0} = \theta - \theta_0 > 0$$

Надо рассматривать существование действительного решения в случае

$$\left(\frac{9\chi}{4\nu}\alpha(\tau) - \frac{15R_0F(z)[\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4]}{R_{cr}}\right)\theta > R_0^2(z)S,$$

$$S = 1 + \alpha^2(\tau)[a_0F'(z)]^2$$

иначе действительного решения не существует. При малом числе Рейнольдса имеем низкую температуру, определяемую числом Рейнольдса и не зависящую от химических реакций

$$\left[\frac{9\chi}{4\nu}\alpha(\tau) - \frac{15R_0F(z)[\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4]}{R_{cr}}\right]\theta = R_0^2S. \quad (9.2.1)$$

При малых температурах экспонента имеет малое значение  $\exp(\theta - \theta_1)$ , и удовлетворяется (3.1), т.е. температура может расти с ростом числа Рейнольдса. Но при условии перехода к плоскому профилю скорости потока и увеличению числа Рейнольдса  $\frac{9\chi}{4\nu}\alpha(\tau) < \frac{15R_0F(z)[\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4]}{R_{cr}}$ , и так как температура  $\theta - \theta_1$  большая, но конечная, образуется логарифм отрицательного числа, что невозможно. Поэтому с уменьшением параметра  $\alpha(\tau)$  температура конечна и образуется турбулентное комплексное течение.

В случае большого действительного числа Рейнольдса нелинейное уравнение теряет свой смысл в действительной плоскости, так как значение аргумента у логарифма становится отрицательным.

Получим комплексное стационарное решение, мнимая часть которого описывает пульсирующий процесс, причем комплексная величина  $R_0$  определена из решения уравнения Навье – Стокса

$$R_0 = \Re_{cr}\gamma - \sqrt[4]{1/8 - \Re_{cr}^2\gamma^2/P}\sqrt{\beta P} = \sqrt{\Re_{cr}^2\gamma^2 + \sqrt{1/8 - \Re_{cr}^2\gamma^2/P}\beta P} \exp(i\varphi)$$

Получим уравнение, подставляя имеющий физический смысл модуль числа Рейнольдса

$$\ln \left| \frac{\left[ \frac{15R_0 F(z) [\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4]}{R_{cr}} - \frac{9\chi}{4\nu} \alpha(\tau) \right] (\theta - \theta_0) + R_0^2 S}{Q_0} \right| + i\pi(1 + 2p) = \theta - \theta_0 > 0$$

$$S = 1 + \alpha^2(\tau) a_0^2 F'^2(z)$$

Откуда имеем решение для значения температуры

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \theta &= \pi(1 + 2p) \\ \operatorname{Re}(\theta - \theta_0) &= \ln \left| \frac{R_0^2(P) \tau \nu S}{Q_0 a_0^2 d^2} \right| = \\ &= \ln \left| \frac{w^2(P) \tau \nu S}{Q_1 \exp(-U/kT_0) a_0^2} \right|, \theta - \theta_0 = -\frac{U}{R(T_0 + \alpha \alpha \Delta T)} + \frac{U}{RT_0} \approx \frac{\alpha \alpha \Delta T}{T_0} \frac{U}{RT_0} \\ &\alpha \alpha \operatorname{Re}(T - T_0) \frac{U}{RT_0} \approx T_0 \ln \left| \frac{w^2(P) \tau \nu S}{Q_1 \exp(-U/kT_0) a_0^2} \right| \\ &\alpha \alpha \operatorname{Im} T \frac{U}{RT_0} \approx T_0 \pi(1 + 2p), S = 1 + \alpha^2(\tau) a_0^2 F'^2(z) \end{aligned}$$

Где  $Q_1 \exp(-U/kT_0)$  тепловой эффект реакции, имеющий размерность квадрат скорости, величина  $w$  скорость потока. Но это решение справедливо, только

при условии  $\frac{w^2(P) \tau \nu S}{Q_1 \exp(-U/kT_0) a_0^2} > 1$ .

При этом температура определяется не единственным образом. Существует зависимость от квантового числа  $p$ , которое приводит к разному значению мнимой части температуры.

Существует также быстро колеблющееся значение температуры с большой действительной частью. Это решение соответствует переходу в турбулентный взрывной, комплексный, пульсирующий режим. Имеем равенство при

большом значении  $n$  при условии  $\frac{5R_0}{4R_{cr}} > \frac{9\chi}{4\nu}$ , т.е. при большом турбулентном числе Рейнольдса. Имеем большое комплексное значение температуры

$$\alpha\alpha \operatorname{Re}(T - T_0) \frac{U}{RT_0} \approx T_0 \ln \left| \frac{\left\{ \frac{15R_0(P)}{R_{cr}} F(z) \left[ \frac{\alpha(\tau)}{3} - \frac{\alpha^2(\tau)}{4} \right] - \frac{9\chi\alpha(\tau)}{4\nu} \right\} \frac{\zeta}{\alpha} + R_0^2(P)S}{Q_0} \right| \left[ 1 + O\left(\frac{1}{n}\right) \right]$$

$$\alpha\alpha \operatorname{Im}T \frac{U}{RT_0} \approx T_0 \pi(1 + 2p)n \left[ 1 + O(1/n) \right],$$

$$P = \frac{d^3 \mathfrak{R}_{cr}}{\nu^2 L} G(P_0, P_1), S = 1 + \alpha^2(\tau) a_0^2 F'^2(z)$$

$$\zeta \frac{U}{RT_0} = \sqrt{\pi(1 + 2p)n + 9 \ln^2 \left| \frac{w^2(P) \tau \nu S}{Q_1 \exp(-U/kT_0) a_0^2} \right|}, n = l/\delta$$

Получаем асимптотическое значение комплексного безразмерного давления

$$\text{равно } P = \frac{d^3 R_{cr}}{\nu^2} \left\{ \frac{P_0 - P_1}{\rho} [1 - \alpha(\tau)] + \alpha(\tau) \frac{R(T + iT_0 \zeta)}{\mu} \ln P_0 / P_1 \right\}, \text{ где } R \text{ газовая}$$

постоянная. Зная безразмерное давление, можно определить начальную скорость детонационной волны по формуле (9.2.2)

$$R_0 = \left( \sqrt{\mathfrak{R}_{cr}^2 \gamma^2 + \sqrt{P^2/8 - \mathfrak{R}_{cr}^2 \gamma^2 P \beta}} \right) [1 - \alpha(\tau) r^2 / a^2], \text{ которая переходит в}$$

плоский фронт ударной волны. Т.е. асимптотики значения безразмерного давления получена. Ее можно уточнить, причем с помощью комплексной температуры и появится зависимость безразмерного давления от координаты  $z$ . Откуда получаем асимптотику по определению температуры. Где значение параметра  $n$  определяется степенью шероховатости поверхности трубы  $n = l/\delta$ . Это связано с тем, что решение гидродинамических уравнений имеет особенность типа полюс, см. [1]. При этом если учесть шероховатость поверхности, то начальные условия будут иметь малую мнимую часть

$$\theta = \tan\{\tau - \tau_0 + \arctan[x_0(1 + i\delta/l)]\} = \tan\{\tau - \tau_0 + \arctan x_0 + \frac{ix_0\delta/l}{1 + x_0^2}\} \cong$$

$$\cong -\frac{il(1 + x_0^2)}{x_0\delta}$$

И при условии  $\tau - \tau_0 + \arctan x_0 = \pi/2$  имеем полюс тангенса и получаем бесконечное действительное решение и конечное, большое, комплексное решение.

Но численный счет этого уравнения по неявной схеме с действительным начальным условием определил скачок действительного решения.

Приведем пример, описывающий это свойство дифференциального уравнения, переход к комплексному решению. Так для дифференциального уравнения может возникнуть комплексное решение, вместо бесконечного действительного решения

$$\frac{dx}{dt} = 1 + x^2.$$

Причем положения равновесия чисто мнимые  $x = \pm i$ , и значит, решение может не стремиться к положению равновесия. Причем действительное решение этого дифференциального уравнения быстро стремится к бесконечности  $x = \tan[t - t_0 + \arctan(x_0)]$ .

Используя неявную схему решения, получим следующее уравнение

$$x = x_0 + (1 + x^2)\Delta t + 0(\Delta t)^2.$$

Разрешая относительно неизвестной функции  $x$ , получим неявную схему

$$x = \frac{1 - \sqrt{1 - 4[x_0 + \Delta t + 0(\Delta t)^2]\Delta t}}{2\Delta t}.$$

Эта неявная схема с постоянным шагом правильно описывает стремление решения к бесконечности. При счете с уменьшенным шагом она определяет большее значение переменной  $t$  и значит, определяет большее значение неизвестной функции. Т.е. правильно описывает решение дифференциального уравнения до бесконечности решения. Когда бесконечность достигнута, при условии  $x_0 > 1/(4\Delta t) - \Delta t - 0(\Delta t)^2$  определится конечное комплексное решение. Численный счет этого уравнения подтвердил правильность проведенного анализа решения.

При этом получаем стационарное, комплексное значение решения, описывающее взрыв. Т.е. температура взрыва будет комплексная

$\theta = \frac{U}{k(T_1 + \alpha\Delta T)}$  равна логарифму большого параметра у действительной части. Мнимая часть, равна большому параметру, определяющему колеблющееся движение.

При этом безразмерная поступательная энергия взрыва одного моля потока равна  $\sqrt{(\text{Re } \theta)^2 + \text{Im } \theta}$  или

$$Q_1 \exp(-U/kT_0) = \alpha\alpha \frac{c_p}{\mu} T_0 \frac{U}{RT_0} \times$$

$$\times \sqrt{9 \ln^2 \left| \frac{\left\{ \frac{15R_0(P)F(z) \left[ \frac{\alpha(\tau)}{3} - \frac{\alpha^2(\tau)}{4} \right]}{R_{cr}} - \frac{9\chi}{4\nu} \alpha(\tau) \right\} \frac{\zeta}{\alpha} + R_0^2(P)S}{Q_1 \exp(-U/kT_0) \frac{a_0^2}{2\tau} \frac{d^2}{\nu^3}} \right| + \pi n(1+2p)}$$

$$n = l/\delta; R_0(P) = \sqrt{\mathfrak{R}_{cr}^2 \gamma^2 + \sqrt{1/8 - \mathfrak{R}_{cr}^2 \gamma^2 / P \beta P}}$$

$$P = \frac{d^3 \mathfrak{R}_{cr}}{\nu^2 L} \left\{ \frac{P_0 - P_1}{\rho} [1 - \alpha(\tau)] + \alpha(\tau) \frac{R(T + iT_0 \sqrt{\zeta})}{\mu} \ln P_0 / P_1 \right\}$$

(9.2.2)

Где величина  $\delta/l$  это среднеквадратичный тангенс наклона шероховатостей. При этом турбулентное число Рейнольдса  $R_0$  по модулю больше критического

$$\text{и должно выполняться } \frac{5R_0}{4R_{cr}} > \frac{9\chi}{4\nu}.$$

Из этого нелинейного уравнения можно определить тепловой эффект химической реакции  $Q_1 \exp(-U/kT_1)$  зная повышенную температуру химических реакций  $T_1$ .

При достаточно длинной трубе  $\frac{1}{R_{cr}} > \frac{a}{2L} \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right)$  и большом значении

безразмерного давления  $P$  наблюдается турбулентный режим течения.

$$R_0 = \sqrt{\Re_{cr}^2 \gamma^2 + \sqrt{1/8 + \Re_{cr}^2 \gamma^2 / P \beta P}}$$

$$\Re_{cr} = \frac{1}{g / R_{cr} - haH'(z)}$$

Но по мере перехода к профилю скорости волны детонации  $F'(z) \rightarrow \alpha_0^5; 0 < \alpha_0 \ll 1$ , возникает положительное критическое число Рейнольдса и турбулентный режим. При этом добиться при большом числе Рейнольдса действительной температуры не удастся, температура станет комплексной, что означает пульсирующий, взрывной, турбулентный режим температуры, при действительной скорости и числе Рейнольдса.

Но параболический профиль течения сменяется почти плоским фронтом. При этом температура становится комплексной и большой на фронте детонационной волны. При этом резко растет давление при росте температуры, что вызывает повышенную скорость фронта ударной волны. При росте давления в ударной волне растет плотность потока, что сдерживает рост скорости из-за уравнения неразрывности. При повышении температуры растет скорость звука при неизменной скорости потока, и значит, устанавливается

режим не сжимаемой жидкости. Критерий несжимаемой жидкости большая скорость звука, т.е. взаимодействие мгновенное см. [2]. При этом устанавливается постоянная плотность, давление и температура в ударной волне. При этом в ударной волне газ смещается как единое целое, поэтому в виду отсутствия градиентов скорости и давления, его можно считать несжимаемой жидкостью, исключая переходный слой. Так как плотность жидкости не станет экспоненциально падать, жидкость надо рассматривать как

не сжимаемую, член  $[2\frac{r_0^2}{a^2} - \alpha(\tau)\frac{r_0^4}{a^4} + (\gamma - \alpha)(1 - \frac{2r_0^2}{a^2} + \frac{r_0^4}{a^3})]aH'(z)$  будет

стремиться к нулю к величине пропорциональной  $\alpha_0^5$ , при этом критическое

число Рейнольдса  $\Re_{cr}\gamma = \frac{\gamma}{[\alpha(\tau)\frac{r_0^4}{2a^4} - \alpha^2(\tau)\frac{r_0^6}{3a^6}]/R_{cr}}$  растет, так как

$\alpha(\tau) \rightarrow \alpha_0, 0 < \alpha_0 \ll 1$ . Известна температура  $T_1, T_0$ .

Для определения параметров ударной волны, надо использовать граничные условия на ее фронте

$$\begin{aligned}\rho_0 V_0 &= \rho_1 V_1 \\ P_{z_0} + \rho_0 V_0^2 &= P_{z_1} + \rho_1 V_1^2\end{aligned}$$

Энергетическое граничное условие выполняется в силу решения энергетического уравнения. При этом образуется скачок давления во фронте ударной волны. В результате гидродинамического расчета определится значение скорости потока или числа Рейнольдса через параметр  $(P_{z_i} - P_i)/\rho_i, i = 0, 1$ .

$$\begin{aligned}R_0 &= \Re_{cr}\gamma - i\sqrt{P^2/8 - \Re_{cr}^2\gamma^2 P}\sqrt{\beta} = \sqrt{\Re_{cr}^2\gamma^2 + \sqrt{P^2/8 - \Re_{cr}^2\gamma^2 P}\beta}\exp(i\varphi); \\ P &= \frac{d^3\Re_{cr}}{v^2L} \left[ \frac{P(z) - P_0}{\rho(z)} (1 - \alpha_0) + \alpha_0 \frac{RT_0}{\mu} \ln P_0 / P_1 \right] = \\ &= \frac{d^3RT_0\Re_{cr}}{v^2\mu L} \left[ \frac{(P_{z_0} - P_0)z}{P_0 z_F + (P_{z_0} - P_0)z} (1 - \alpha_0) + \alpha_0 \ln P_0 / P_1 \right]\end{aligned}\quad (9.2.3)$$



За фронтом ударной волны установится комплексное давление в ударной волне

$$R_0 = \Re_{cr} \gamma - i \sqrt{P^2/8 - \Re_{cr}^2 \gamma^2 P} \sqrt{\beta} = \sqrt{\Re_{cr}^2 \gamma^2 + \sqrt{P^2/8 - \Re_{cr}^2 \gamma^2 P} \beta} \exp(i\varphi);$$

$$P = \frac{d^3 \Re_{cr}}{v^2 L} \left[ \frac{P(z) - P_1}{\rho_1(z)} (1 - \alpha_0) + \alpha_0 \frac{R(T + iT_0 \sqrt{\zeta})}{\mu} \ln P_0 / P_1 \right] = \quad (9.2.4)$$

$$= \frac{R(T_1 + iT_0 \sqrt{\zeta}) d^3 \Re_{cr}}{v^2 \mu L} \left[ \frac{(P_{z1} - P_1)(L - z)}{P_1(L - z_F) + (P_{z1} - P_1)(L - z)} (1 - \alpha_0) + \alpha_0 \ln P_0 / P_1 \right]$$

и, следовательно, можно определить комплексную скорость потока. При этом имеется 4 уравнения (2 уравнения сохранения потока и два уравнения связи давления с числом Рейнольдса) и 4 неизвестных параметра  $P_{z0}, P_{z1}, V_0, V_1$ . Плотность газа определится из уравнения Клапейрона - Менделеева по известному значению температуры и давления. При этом определится и скорость детонации, равная скорости потока за фронтом ударной волны минус скорость до фронта ударной волны. При этом дискретный процесс повышения температуры, давления  $P_{z0}, P_{z1}$  и скорости  $V_0, V_1$  имеют мнимую часть, т.е. дисперсию. Среднеквадратичное отклонение температуры, соответствующее мнимой части температуры, определяет зону химической реакции. При этом давление в начале трубопровода определяется по формуле

$$P(z) = P_0 + \frac{P_{z0} - P_0}{z_F} z, \text{ где } P_{z0} \text{ комплексное. Тогда комплексная плотность}$$

изменяется по закону  $\rho(z) = \frac{P(z)\mu}{RT_0}$ , а комплексная скорость по формуле (3.3).

Для ударной волны  $P(z) = P_1 + \frac{P_{z1} - P_1}{L - z_F} (L - z)$ . Так как  $\alpha_0 \ll 1$ , формулы

определяют нулевую скорость в начале и конце потока. Этот линейный профиль давления установится после времени существования спиновой волны и при этом функция  $H(z)$  равна

$$H(z) = [1 - \alpha^5(\tau)] \frac{P_1(L - z_F)}{P_1(L - z_F) + (P_{z1} - P_1)(L - z)} + \alpha^5(\tau) \exp\left[-\frac{z}{L} \ln(P_0 / P_1)\right]$$

Но получено решение при постоянной температуре потока, т.е. в момент времени до начала детонации. После начала детонации резко возрастет температура, начиная с комплексного значения температуры. При этом на участке комплексного решения образуется фронт ударной волны, а не параболы, как в начальный момент времени.

Но переход от параболического профиля к ударному профилю приведет к особому решению, детонационной волне, описывать которую надо, вводя кванты энергии звуковых волн. Это так называемая спиновая детонация, описание которой выходит за рамки данной статьи.

При этом перепад давления равен нулю в случае  $z = 0, z = L$  и условия  $\alpha_0 \ll 1$ , что следует из формул (8.3.3) и (8.3.4), значит, имеется ламинарный режим течения и скорость в начале и конце трубы нулевая  $V_1(L) = 0; V_0(0) = 0$ .

Оценим изменение скорости набегающего потока в зависимости от степени шероховатости. Увеличение тангенса наклона шероховатости, или отношение высоты шероховатости к диаметру трубопровода вызывает уменьшение скорости детонационной волны. При этом имеем

$D \sim R_0 \sim \sqrt{\beta} \sim \sqrt{\frac{l}{\delta}}$ , т.е. увеличение степени шероховатости  $h/R$  с 0.25 до 0.43

вызывает уменьшение экспериментальной скорости потока на 28.5% см. [27].

При теоретическом уменьшении скорости потока на 24%.

### 9.3. Образование ударной волны

Образование детонационной волны связано с координатой возникновения комплексного решения для температуры, которое в свою очередь связано с ростом числа Рейнольдса потока, которое определится из уравнения

$$\ln \frac{\left( \frac{9\chi}{4\nu} \alpha(\tau) - \frac{15R_0 \exp\left[\frac{z}{L} \ln(P_0/P_1)\right] [\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4]}{R_{cr}} \right) (\theta - \theta_0) - R_0^2}{Q_0} = \theta - \theta_0 > 0$$

При этом координата равна при начале комплексного решения, т.е. выражение под логарифмом равно минус единице

$$z_F = \frac{L}{2 \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right)} \ln \frac{\left[ \frac{9\chi\theta_0}{4\nu} \alpha(\tau) - R_0^2 \right] (\theta - \theta_0) + Q_0 \exp(\theta - \theta_0)}{\frac{15R_0}{R_{cr}} (\theta - \theta_0) [\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4] + \alpha^2(\tau) R_0^2 \left[ a_0 \ln \frac{P_0}{P_1} / L \right]^2}.$$

Координата фронта ударной волны определяется при условии  $\alpha(\tau) = 1$ . Причем, так как турбулентное число Рейнольдса определяется степенью шероховатости, координата образования детонационной волны зависит от шероховатости поверхности через зависимость числа Рейнольдса от степени шероховатости. Число Рейнольдса и безразмерная температура в этой формуле комплексные величины. При этом получится комплексное значение  $z_F$ , где действительная часть соответствует фронту волны, а мнимая часть соответствует среднеквадратичному отклонению, т.е. ширине зоны химических реакций.

### Выводы

Решение в комплексной плоскости энергетического уравнения и уравнения Навье – Стокса для сжимаемой среды позволяет описать начальный этап пульсирующего турбулентного, параболического режима детонации. Далее образуется плоский фронт, описывающий сжимаемую жидкость с постоянным градиентом давления и образующий ударную волну. Плотность сжимаемой

жидкости до фронта и после фронта разная. Описан переход из параболического профиля в плоский профиль. При этом в результате решения скорость параболического профиля растет с ростом продольной координаты, что приводит к образованию ударной волны. Причем в результате решения можно определить параметры ударной волны. Вычислено расстояние, при котором ударная волна образуется, что определяет длину трубы, в которой образуется ударная волна.

#### 9.4. Описание спиновой детонации с помощью квантов звуковых волн

Уравнение движения микромира и макромира аналогичны в комплексном пространстве. Имеется связь между решением уравнения Шредингера и уравнением Навье - Стокса. Также как уравнение Шредингера имеет счетное количество решений, уравнение Навье – Стокса имеет счетное количество решений см. [1] со счетным количеством энергий состояния. При этом занимается один уровень квантовой энергии. В случае горения и детонации занимается набор уровней энергии. Но каков же квант звуковой энергии?

Ситуация с решениями уравнения Навье – Стокса аналогична ситуации с решениями уравнения Шредингера. В обоих случаях имеется в общем случае счетное количество решений. Это не удивительно, ведь уравнение Шредингера сводится к уравнению Навье – Стокса. Докажем это. Для чего запишем уравнение Шредингера и преобразуем, воспользовавшись

$$\text{тождеством } \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} = \psi \left[ \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_i^2} + \frac{1}{\psi^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right)^2 \right]$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} + U\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \psi \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_i^2} + \frac{1}{\psi^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right)^2 \right] + U\psi.$$

Разделив на массу  $m\psi$ , получим уравнение

$$i\frac{\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m^2}\sum_{l=1}^3 \left(\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x_l^2} + U/m.$$

Получим уравнение в частных производных, взяв градиент от обеих частей уравнения, введем комплексную скорость по формуле  $\mathbf{V} = -i\frac{\hbar}{m}\nabla \ln\psi$ .

$$\frac{\partial i\frac{\hbar}{m}\nabla \ln\psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2}\sum_{l=1}^3 \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l} \frac{\partial \nabla \ln\psi}{\partial x_l} = \frac{i\hbar}{2m}\sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 i\frac{\hbar}{m}\nabla \ln\psi}{\partial x_l^2} + \nabla U/m$$

Подставляя значение скорости в преобразованное уравнение Шредингера, получим

$$\frac{\partial V_p}{\partial t} + \sum_{l=1}^3 V_l \frac{\partial V_p}{\partial x_l} = v \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 V_p}{\partial x_l^2} - \frac{\partial U}{\partial x^p}/m, v = \frac{i\hbar}{2m}.$$

Получим трехмерное уравнение Навье – Стокса с давлением, соответствующим потенциалу. Но задача гидродинамики отличается от уравнения Навье – Стокса, полученного из уравнения Шредингера, уравнением неразрывности.

При этом можно провести аналогию между ламинарным однозначным режимом и свободным, однозначным режимом описания частиц. Между турбулентным режимом, имеющим счетное количество решений и квантовым описанием частиц, имеющих счетное количество решений. В случае турбулентного комплексного и ламинарного действительного режима между ними имеется граница, критическое число Рейнольдса. Аналогичная граница имеется между классическим и квантовым описанием частиц, соответствующая переходу энергии состояния из отрицательного в положительное состояние. В свою очередь уравнение Навье – Стокса должно

иметь дискретные уровни энергии состояния турбулентного потока, должны реализовываться переходы между этими состояниями с выделением энергии или поглощением энергии.

Покажем, что можно определить напряженность электрического и магнитного поля у уравнений звуковых волн гидродинамики. Для этого определим понятие скалярного и векторного потенциала электромагнитного поля. Ротор меняет знак при переходе из правой декартовой системы координат в левую. Это можно доказать, расписав определение ротора в декартовой системе координат и поменяв знак в одном столбце у оператора дифференцирования и этой же компоненте скорости.

$$\nabla_l \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & -\mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & -\frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & -V_2 & V_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\nabla_r \times \mathbf{V}$$

индекс  $r$  соответствует правой системе координат, индекс  $l$  левой. При этом дивергенция знак не меняет. Распишем величину комплексной скорости в виде

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

и подействуем оператором дивергенция на обе части равенства

$$\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2.$$

Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов  $\text{Re } \mathbf{V}, \text{Im } \mathbf{V}$  возьмем левую дивергенцию. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. При этом имеем соотношение  $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^*$ . Так как при этом в плоскости  $\text{Re } \mathbf{V}, \text{Im } \mathbf{V}$  действительная часть не изменит знака, а мнимая часть изменит знак, получим

$$\begin{aligned} \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 &= \nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^* = \\ &= \nabla_l (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2. \end{aligned}$$

При этом воспользовались тем, что правая и левая дивергенция равны. Откуда получаем  $\nabla_r(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = 0$ , и значит,  $(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = i \cdot \nabla_r \times \mathbf{A}$ , т.е. мнимая часть комплексной скорости соленоидальная.

Аналогично расписываем скорость, подействовав оператором ротор

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

но при этом величину скорости представим в виде  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t}$ , где величина

$\mathbf{A}$  действительна и удовлетворяет  $\text{div} \mathbf{A} = 0$ , а скорость  $c$  это скорость возмущения в среде. Значит из условия  $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r \mathbf{V}_0$ , можно определить

$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t}$ . При этом условие на мнимую часть  $\mathbf{V}$  выполняется. Перейдем

в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов  $\text{Re} \mathbf{V}, \text{Im} \mathbf{V}$

возьмем левый ротор, получим соотношение  $\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^*$ . При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. Так как при этом действительная часть изменит знак, а мнимая часть нет, ( $\nabla_l \times = -\nabla_r \times$  и взята комплексно сопряженная часть),

имеем

$$\begin{aligned} \nabla_r \times \mathbf{V} &= \nabla_l \times \mathbf{V}^* = \nabla_l \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \\ &= -\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 \end{aligned}$$

т.е. получим  $\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*) = 0$ . Это соотношение эквивалентно

$(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 = -\text{grad} \varphi$ . Итак, имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} &= -\nabla \varphi + i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{V}_0^* + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} &= -\nabla \varphi - i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned}$$

Эта формула другая формулировка факта, что вектор можно представить в виде суммы градиентной части и соленоидальной части. При этом выбираем калибровку  $\operatorname{div}\mathbf{A}=0$  см. [5] §2 для свободного пространства. При этом выполняется условие поперечности поля,  $\varphi=0$ . Из этого равенства имеем

Из этого равенства имеем

$$\mathbf{V}_0 = -\frac{\partial\mathbf{A}}{cdt} + i \cdot \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{E} + i\mathbf{H}$$

$$\mathbf{V}_0^* = -\frac{\partial\mathbf{A}}{cdt} - i \cdot \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{E} - i\mathbf{H}$$

Причем, так как скорость в газе подчиняется волновому уравнению, напряженность «электрического» и «магнитного» поля подчиняется волновому уравнению. Частным решением двух волновых уравнений являются уравнения Максвелла для свободного пространства. Эти частные решения являются и общими решениями для свободного пространства. В самом деле, добавка произвольной функции в уравнения Максвелла для свободного пространства, приведет к волновому уравнению с добавочными функциями относительно уравнения свободного пространства. Имея уравнения Максвелла для свободного пространства, окажемся в условиях [5] §2 и далее просто используем материал этого параграфа. Т.е. получаем, что из условия калибровки  $\operatorname{div}\mathbf{A}=0$  см. [6] §2 для свободного пространства выполняется условие поперечности поля  $\varphi=0$ .

При этом компонента  $\mathbf{H}$  электромагнитного поля описывает вращение направленного вдоль направления распространения векторного потенциала  $\mathbf{A}$ . Компонента  $\mathbf{E}$  описывает вращение в пространстве времени компонент

$$\mathbf{A}, -\varphi, \frac{\partial\mathbf{A}_l}{cdt} + \frac{\partial\varphi}{\partial x^l}.$$

Обе эти компоненты ортогональны тензору  $A_l A_k, l, k = 0, \dots, 3$  распространения электромагнитной волны в четырехмерном пространстве



$A^l A^k \left( \frac{\partial A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial A_k}{\partial x^l} \right) = 0$ . Ротор четырехмерного вектора  $-\varphi, \mathbf{A}$  описывает вращение этого вектора в четырехмерном пространстве вокруг направления распространения продольной волны  $-\varphi, \mathbf{A}$ .

Как проекция на трехмерное пространство трехмерные компоненты этого вектора в дальней зоне ортогональны направлению распространения вдоль вектора  $\mathbf{A}$ .

Согласно определению операторов «магнитного» и «электрического», поля имеем определение энергии поля

$$\hat{H} = \frac{1}{8\pi} \int (\hat{\mathbf{E}}^2 + \hat{\mathbf{H}}^2) d^3x.$$

При этом вводя канонические переменные  $P_{k\alpha}, Q_{k\alpha}$  см. [5] §2, получим

$$\hat{H} = (\hat{P}_{k\alpha}^2 + \omega^2 \hat{Q}_{k\alpha}^2) / 2.$$

Определение собственных значений этого оператора энергии не требует вычислений, так как сводится к известной задаче о собственных значениях линейного гармонического осциллятора см. [6] §23

$$E = (N_{k\alpha} + 1/2) m v \omega$$

Но построенное значение энергии звуковых волн, т.е. в линейном приближении уравнения Навье – Стокса и уравнения неразрывности для сжимаемого газа без учета потерь на трение. Причем роль постоянной Планка в этом уравнении для звуковых волн играет величина  $m v$ , где используется масса молекулы.

Получим значение тепловой квантовой энергии с учетом нелинейных эффектов и трения в трехмерном случае. Изменение в направлении  $k, i$  удельной энергии потока, связанной с изменением скорости в направлениях  $i, k$ , для сжимаемой жидкости определяется по формуле см. [7] §16

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{E}_{ik}}{dV} &= -\left[\eta\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial V_i}{\partial x_i}\right) + \zeta\delta_{ik}\frac{\partial V_i}{\partial x_i}\right]\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}\right) = \\ &= -[\eta\omega_{ik} + (\zeta - \eta/3)\delta_{ik}\omega_{ii}]\omega_{ik}; \omega_{ik} = \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \end{aligned}$$

Значит, квант излученной звуковой энергии одним молекул жидкости  $E_s$  определится из уравнения

$$\sum_{i,k=1}^3 \{\Delta\varepsilon_{ik} + [v\omega_{ik} + (\zeta/\rho - v/3)\delta_{ik}\omega_{ii}]\mu\} = E_s = \mu v \omega_s (N + 1/2).$$

При этом в одном моле жидкости имеется набор частот  $\omega_{ik}$  в ламинарном режиме, как положительных, так и отрицательных, поэтому энергия, моля жидкости выглядит непрерывной. Величина частоты может быть отрицательна согласно формуле  $\omega_{ik} = \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}$ , где используется средняя скорость микромира, равная скорости макромира. Записанное значение  $\omega_{ik}$  является средним по многим частотам. Где  $v$  кинематическая вязкость жидкости, величина  $\mu$  молекулярный вес. Эта величина для одного моля вещества, т.е. для 22.4 литров газа маленькая, по сравнению с энергией газа. Она гораздо меньше, чем величина энергии одного моля газа. Энергия одного моля газа равна газовой постоянной умноженной на температуру  $RT$ .

Справа стоит собственная энергия системы, квантовая энергия звуковых волн. Когда сумма тепловой и кинетической энергии постоянна, звуковая энергия не излучается. Детонация сопровождается выделением тепловой энергии и, следовательно, излучением звуковой энергии.

В энергетическом уравнении имеется два разных тепловых члена. Один связанный с выделением тепла за счет неоднородности скорости  $\mu[v\omega_{ik} + (\zeta/\rho - v/3)\delta_{ik}\omega_{ii}]\omega_{ik}$ , а другой источник тепловой энергии  $Q/\tau$ , равный энергии, деленной на время.

Но энергия этих членов одина, она определяется значением  $\mu[v\omega_{ik} + (\zeta/\rho - \nu/3)\delta_{ik}\omega_{ii}](n + 1/2)$ , образующим квант энергии и значением  $Q$ , определяющим квант тепла. Для значения  $Q$  тоже можно ввести понятие частоты, умноженной на произведение массы на коэффициент, аналогичный кинематической вязкости  $Q = \mu\nu\omega(n + 1/2)$ . Дискретность химической энергии следует из формулы (9.1.1). Т.е. энергию этих двух членов можно описать единым образом. Аналогично в квантовой механике описывается энергия  $E = \hbar\omega(n + 1/2)$ .

При этом квант тепловой энергии связан с выделением тепла, и определяется кинематической вязкостью среды и балансом между кинетической энергией жидкости и квантовой, тепловой энергией. В случае наличия реакции горения, квантовая энергия жидкости обусловлена химическими реакциями горения. Так горение сопровождается звуковыми волнами (печка гудит), взрыв вызывает резкий звук, и имеется градиент скорости среды. Все это переход химической энергии в звуковую и кинетическую энергию жидкости или газа. В турбулентном режиме имеется дискретное, определяемое критическим числом Рейнольдса изменение энергии и обуславливающее спиновый режим детонации.

При уменьшении температуры к величине, близкой к нулю по Кельвину, наступает такой момент, когда все частоты соответствуют одной положительной частоте, которая в корень из числа Авогадро  $\sqrt{N_{av}}$  больше, чем средняя частота  $\omega_{ik}$ . При этом кинетическая энергия системы уменьшается, значит и квантовая энергия по модулю уменьшается. Значит, кинематическая вязкость жидкости, ответственная за квантовую энергию, должна уменьшиться в  $\sqrt{N_{av}}$  раз. При этом образуется сверхтекучая жидкость, с малой кинематической вязкостью.

Баланс энергии  $N$  квантов звуковой волны равен

$$\Delta\varepsilon + \sum_{i,k=1}^3 [v\omega_{ik} + (\zeta/\rho - v/3)\delta_{ik}\omega_{ii}]\mu(n+1/2) = \mu v\omega_s(N+1/2)$$

При этом отрицательная квантовая тепловая энергия имеет предел в турбулентном режиме, нижнее значение частоты и квантового числа  $n$  соответствует критическому числу Рейнольдса. Справа стоит квантовая звуковая энергия.

При этом кинетическая энергии одного моля потока, равна

$$\varepsilon = \mu V^2.$$

Решение задачи гидродинамики определяет дискретный набор значений скорости потока, и переход между уровнями энергии определяет дискретную частоту излучения  $\omega_{ik}$ .

При этом, в отличие от задачи квантовой механики, квантовая химическая энергия системы определяется из баланса энергии, и поэтому излучение системы не имеет спектра, как у элементов таблицы Менделеева. Спин собственного значения основного уровня для энергии системы целый, в отличие от электронов атома водорода, спин которых равен  $1/2$ . Значит гидродинамическая система занимает один уровень энергии, в отличии от электронов в атоме, где каждая пара электронов с разным спином имеет свой уровень энергии.

Но в случае детонации или горения, когда в системе за малое время квантовая энергия уменьшается до минимального, отрицательного значения кинетическая энергия растет. Изменение квантовой тепловой энергии системы в случае детонации и есть изменение химической энергии. Это следует из формулы (9.1.1). Отрицательность квантовой энергии связана с тем, что система двумерна, продольная скорость зависит от поперечной координаты

$\omega_{ik} = \frac{\partial V_i}{\partial x_k}, i \neq k$  и появляется одна отрицательная частота в случае течения

жидкости в трубопроводе. Откуда можно определить скорость потока в режиме детонации

$$\varepsilon = \mu V^2 = -v \operatorname{Re} \omega \mu (n + 1/2) + \mu v \omega_s (N + 1/2) = v \mu \Omega_n + \mu v \omega_s (N + 1/2);$$

$$\Omega_n = |\operatorname{Re} \omega| (n + 1/2)$$

В турбулентном режиме действительная часть частоты за счет теплового потока постоянна и отрицательна, и так как кинетическая энергия растет, отрицательная квантовая энергия убывает за счет увеличения квантового числа  $n$ . Т.е. имеем  $V_n = \sqrt{v[|\operatorname{Re} \omega|(n + 1/2) + \omega_s(N + 1/2)]}$ . Причем

$$\omega_s = 2\pi c_s / d = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma R T_1}{\mu}} / d$$

При этом величина частоты имеет один знак и поэтому велика и  $n \gg 1$  в режиме детонации, так как величина скорости больше скорости звука. Но имеется граница роста квантового числа  $n$ , равная  $n + 1/2 = \frac{\Re_{cr}}{2(\Delta n)^2} F(z_F)$  и которую вычислим в дальнейшем.

В режиме горения величина частоты не велика и величина  $n$  ограничена, т.е. химическая реакция используется в малом объеме, так как скорости в режиме горения не большие.

В режиме детонации образуется несколько голов потока, сколько разных скоростей умещается по радиусу. Количество разных скоростей, это квантовое число процесса детонации. Ширина головы определяется

$$\Delta r = V_n / \frac{\partial V_n}{\partial r} = \sqrt{\frac{v \cdot (n + 1/2)}{|\operatorname{Re} \omega|}}; \frac{\partial V_n}{\partial r} = |\operatorname{Re} \omega|. \quad \text{Т.е. количество дополнительно к}$$

основной голове потока  $\Delta n$  равно  $\Delta n = \frac{r}{\Delta r} = \frac{r \sqrt{|\operatorname{Re} \omega|}}{\sqrt{v \cdot (n + 1/2)}}$ , причем параметры

таковы, что величина квантового числа  $\Delta n$  ограничена.

При этом отношение  $L/d = 3$  согласно [5], где  $L$  максимальная длина головы в потоке, величина  $d$  диаметр трубы. Вычислим это отношение

$\frac{L}{d} = \frac{V_n \Delta t}{d} = \frac{V_n 2\pi \Delta n}{d |\operatorname{Re} \omega|} = \frac{\Delta r 2\pi \Delta n}{d} = \frac{2\pi \Delta n}{2\Delta n} = \pi$ . При этом время существования головы спина равно периоду волны умноженное на число голов в детонационной волне  $\Delta t = \frac{2\pi \Delta n}{|\operatorname{Re} \omega|} = T \Delta n$ .

При этом время детонации обратно пропорционально  $n_{\max}$ . Чем короче время детонации  $\tau$ , тем больше уровень максимальной энергии. Это происходит потому, что уровни энергии уменьшаются до основного уровня энергии. При этом величина  $|\operatorname{Re} \omega| \cdot n_{\max} = \frac{k}{\tau}$ , связанная со скоростью детонационной волны. Причем  $k/\tau$  определяется тепловым эффектом химической реакции  $Q$ . Имеется приближенная формула

$$D = \sqrt{2(k^2 - 1)Q} = \sqrt{\nu |\operatorname{Re} \omega| \cdot (n + 1/2)} \quad (9.4.1)$$

Т.е. механизм химических реакций связан с квантовыми свойствами системы и химическая энергия квантуется.

При этом понятно образование на фронте волны скачков скорости фронта, имеющих разную энергию состояния, и, следовательно, разную скорость. При этом, чем меньше время выделения энергии, тем больше уровней энергии, так как высокие уровни энергии не успевают перейти на нижние уровни.

Понятно и образование спина у горючей смеси. Обычное квантово-механическое вращение системы, такое же, как собственное вращение электрона. В квантовой механике понятие спина не объяснено, это просто свойство электрона. Значение спина равно  $\mu\nu$  у одного моля газа, что соответствует постоянной Планка  $\hbar$  и энергия одного моля газа равна  $E = \mu\nu |\omega| \cdot (n + 1/2)$  при постоянной величине  $\omega$ , что соответствует квантовой формуле энергии электрона  $E = \hbar\omega(n + 1/2)$ .

При этом образуется скорость детонационной волны. Получаем асимптотическое значение безразмерного давления равно

$$P = \frac{Rd^3 R_{cr} (T_1 + iT_0 \sqrt{\zeta})}{\mu \nu^2 L} \ln \frac{P_0}{P_1}, \quad \text{где } R \text{ — газовая постоянная,}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{3\pi}{2 \tan} (1 + 2p) + \frac{9}{4} \ln^2 \left| \frac{w^2(P) \tau \nu S}{Q_1 \exp(-U/kT_0) a_0^2} \right|}, \quad \text{величина степени}$$

шероховатости равна  $\tan = \delta/l$ , величина  $w(P)$  — скорость ударной волны. решение гидродинамической задачи описано в разделе 8. Зная безразмерное давление, определим параметр  $R_0$  по формуле (2.2) из раздела 8.2

$R_0 = \sqrt{\mathfrak{R}_{cr}^2 \gamma^2 + \sqrt{P^2/8 - \mathfrak{R}_{cr}^2 \gamma^2 P \beta} [1 - \alpha(\tau) r^2/a^2]}$ , которая переходит в плоский фронт ударной волны плюс косяя волна при уменьшении

$$\alpha(\tau) \rightarrow \alpha_0, 0 < \alpha_0 \ll 1, \quad \gamma = \alpha(\tau) + \frac{1 - \alpha(\tau) r_0^2/a^2}{1 - r_0^2/a^2} > 1, \quad \text{где радиус } r_0$$

соответствует началу фронта косяя волны. Где величина

$$(a - r_0)/a = \frac{P_0 - P_{cr}}{P_0 + P_{cr}} f(P_0/P_{cr}), \quad \text{величина } \frac{P_{cr}}{P_1} = \exp\left(\frac{z_F}{L} \ln \frac{P_0}{P_1}\right), \quad \text{где } z_F$$

координата начала образования ударной волны. Функция  $f(P_0/P_{cr})$

определяется из эмпирической зависимости, которая по порядку величины

равна 1. В комплексной форме для расстояния  $z_F$ , координате начала

детонации, формула для числа Рейнольдса потока имеет вид

$$R_1(z_F, r) = (\mathfrak{R}_{cr} \gamma - i \sqrt{P^2/8 - \mathfrak{R}_{cr}^2 \gamma^2 P \sqrt{\beta}}) [1 - \alpha(\tau) r^2/a^2] / H(z_F). \quad \text{Где величина}$$

$H(z)$  определяется по формуле

$$H(z) = [1 - \alpha^5(\tau)] \frac{\rho_1}{\rho_0} + \alpha^5(\tau) \exp\left[-\frac{z}{L} \ln(P_0/P_1)\right]. \quad (9.4.2)$$

Величина  $\rho_0, \rho$  — плотность до фронта и после фронта ударной волны.

При этом имеем

$$z_F = \frac{L}{2 \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right)} \ln \frac{\frac{9\chi\theta_0}{4\nu} \alpha(\tau) - R_0^2 + Q_0}{\frac{15R_0}{R_{cr}} \theta_0 [\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4] + \alpha^2(\tau) R_0^2 (a_0 \ln \frac{P_0}{P_1} / L)^2};$$

$$\theta_0 = \frac{c_p (T_1 + iT_0 \sqrt{\zeta} - T_0) d^2}{\mu \nu^2}$$

Где  $T_1$  температура газовой смеси при детонации. В результате решения получился комплексная начальная координата положения фронта волны. Действительная часть этой координаты соответствует средней координате положения фронта, а мнимая часть соответствует среднеквадратичному отклонению координаты фронта, т.е. ширине зоны химических реакций.

Откуда имеем отрицательное действительное постоянное значение частоты

$$\omega = \int_0^a \frac{\partial w}{\partial r} dr / a = -F(z) R \left[ \int_0^{r_0} \alpha \frac{2r}{a^2} + \int_0^a (\gamma - \alpha) \frac{2r}{a^2} \right] dr / a =$$

$$= F(z_F) \frac{8\nu [\alpha r_0^2 + (\gamma - \alpha)(a^2 - r_0^2)]}{d^4} (-p \Re_{cr} \gamma + i \sqrt[4]{P^2 / 8 - \Re_{cr}^2 \gamma^2 P \sqrt{\beta}});$$

$$F(z) = \exp\left[\frac{z}{L} \ln(P_0 / P_1)\right]; \gamma = \alpha(\tau) + \frac{1 - \alpha(\tau) r_0^2 / a^2}{1 - r_0^2 / a^2} > 1$$

При этом переход к другой ветви решения гидродинамической задачи вызовет увеличение действительной части числа Рейнольдса в  $p$  раз. Действительная часть энергии состояния связанной системы отрицательна. При этом мнимая часть частоты характеризует время существования спиновой детонации. Величина времени существования детонации равна

$$\tau = \frac{2\pi}{\text{Im } \omega} = \frac{\pi d^2}{\nu F(z_F) \sqrt[4]{P^2 / 8 - \Re_{cr}^2 \gamma^2 P \sqrt{\beta}}}$$

Частота спиновых колебаний равна



$$|\operatorname{Re} \omega| = \frac{2p\nu}{d^2} \Re_{cr} \mathcal{F}(z_F) = \frac{2D\Delta n}{d}; \Re_{cr} \gamma = \frac{\gamma}{g/R_{cr} - haH'(z_F)} \quad (9.4.3)$$

$$g = \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{2a^4} - \alpha^2(\tau) \frac{r_0^6}{3a^6}; h = 2 \frac{r_0^2}{a^2} - \alpha(\tau) \frac{r_0^4}{a^4} + (\gamma - \alpha) \left(1 - \frac{2r_0^2}{a^2} + \frac{r_0^4}{a^3}\right)$$

Где  $R_{cr} = 2300$ . Величина  $\alpha(\tau) \rightarrow \alpha_0, \tau \rightarrow \infty, 0 < \alpha_0 < 1$ . Величина  $D$  это скорость волны детонации см. формулы, следующие из (9.4.3) для определения частоты спиновой детонации. При этом оказывается, что спиновая частота детонации пропорциональна квантовому числу  $\Delta n$ . Причем для приведенного примера установится  $\alpha_0$  и  $r_0$ , такое, что  $\Re_{cr} \gamma = 46000$ . При этом определена динамика развития скорости и частоты детонации. Из этой формулы следует, что  $p = \Delta n$ .

Время существования спиновой детонации  $\tau = \frac{2\pi}{\operatorname{Im} \omega}$ , при этом имеется

профиль (9.1.2). После образования ударной волны установится профиль

$$H(z) = [1 - \alpha^5(\tau)] \frac{P_1(L - z_F)}{P_1(L - z_F) + (P_{z1} - P_1)(L - z)} + \alpha^5(\tau) \exp\left[-\frac{z}{L} \ln(P_0/P_1)\right].$$

Производная берется по величине  $L - z$  при переходе к ударной волне  $\alpha(\tau) = \alpha_0$ , и по величине  $z$  при параболическом профиле  $\alpha(\tau) = 1$ , поэтому критическое число Рейнольдса  $\Re_{cr}$  положительно. Производная должна быть отрицательна, чтобы выполнялось  $\Re_{cr} > 0$ . При этом в величине  $H(z)$  перейдем к первому члену, так как  $\alpha(\tau) \rightarrow \alpha_0$ . Величина  $-H'(z_F)$  увеличится, число Рейнольдса  $\Re_{cr}$  уменьшится, при этом скорость детонации  $D$ , частота детонации  $\operatorname{Re} \omega$ , и квантовое число  $n + 1/2$  уменьшатся. Это приведет к росту тепловой энергии, а значит, кинетическая энергия системы уменьшится, и возможен рост звуковой энергии, что будет сопровождаться звуковым сигналом. Спиновая детонация при этом закончится за время  $\tau = \frac{2\pi}{\operatorname{Im} \omega}$ , но

ударная волна продолжает распространяться за время

$$\tau_1 = \int_{z_F}^L \frac{dz}{V_1(z)} \approx \frac{L - z_F}{\alpha_0 \sqrt{R \sqrt{T_1^2 + T_0^2 \sqrt{\zeta}}}} / \mu, \quad \tau_0 = \int_0^{z_F} \frac{dz}{V_0(z)} \approx \frac{z_F}{\alpha_0 \sqrt{RT_0}} / \mu, \quad \text{где } V_1, V_0$$

скорость распространения ударной волны за фронтом и до фронта по направлению движения потока, относительно лабораторной системы отсчета. Эти интегралы имеют особенность  $V_1(L) = 0, V_0(0) = 0$ , поэтому время распространения ударной волны велико см. раздел 8.3 формулы (8.3.3), (8.3.4).

Предлагаемый материал описывает регулярную спиновую детонацию. Но существует и не регулярная часть. При этом рассматривается параболический профиль  $1 - \alpha_0 r^2 / a^2(z), r \in [0, r_0]$  детонационной волны с малой величиной  $\alpha_0$  в момент детонации. При этом для достижения нулевой скорости на поверхности трубы, имеется косой фронт детонационной волны. При этом на косом фронте и на выпрямляемом параболическом профиле образуются головы спиновой детонации. Вычислим формулу косого фронта.

Он имеет вид  $(1 - \alpha_0 r_0^2 / a^2) \frac{1 - r^2 / a^2}{1 - r_0^2 / a^2}, r \in [r_0, a]$ , и является непрерывной

функцией с разрывом первой производной. При этом  $\frac{da}{dz} = 0$  в косой волне,

соответствующей ударной волне. Необходимо отдельно считать  $\Delta n$  для этих двух участков и определять решение по отдельности для двух участков.

Но как определить параметры спиновой волны. Для этого надо использовать два равенства

$$D^2 = \nu |\operatorname{Re} \omega| [n + 1/2 + \omega_s (N + 1/2) / |\operatorname{Re} \omega|]$$

$$\Delta n = \frac{r \sqrt{|\operatorname{Re} \omega|}}{\sqrt{\nu \cdot [n + 1/2 + \omega_s (N + 1/2) / |\operatorname{Re} \omega|]}}. \quad (9.4.4)$$

Из этих формул следует  $|\operatorname{Re} \omega| = \frac{D \Delta n}{r}$ .

Зная величину  $\operatorname{Re} \omega$  из формулы (9.4.3), из второго равенства (9.4.4) определим величину  $n$ .

$n + 1/2 + \omega_s(N + 1/2) / |\operatorname{Re} \omega| = \frac{a^2 |\operatorname{Re} \omega|}{\nu(\Delta n)^2} = \frac{\Re_{cr} p \gamma}{2(\Delta n)^2} F(z_F)$ . При этом можно

определить величину скорости детонации  $D = \frac{\nu \Re_{cr} \gamma}{d} F(z_F)$ . Получается, что

скорость детонации не зависит от квантовых чисел  $p = \Delta n$ .

Учитывая, что величина  $\Delta n$  определяет количество голов детонации, а величина  $p$  неоднозначное гидродинамическое решение, получим дискретные значения частоты и скорости спиновой детонации. Имея в наличии чередующиеся гидродинамические решения, получим зависимость от разных чисел  $p$ .

В качестве контрольного варианта взята смесь  $2H_2 + O_2$  в трубе с диаметром  $d = 1.6 \text{ cm}$ . При этом наблюдалась одноголовая детонация.

В результате эксперимента образовалась детонационная волна со скоростью распространения  $D = 2.3 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$ . Спиновая частота равна  $\omega = 2.89 \cdot 10^5 / \text{s}$ .

Наибольшая скорость звука в величине частоты звуковых колебаний в смеси определяется наименьшим молекулярным весом и частота звуковых волн равна

$$\omega_s = \frac{2\pi c_s}{d} = \frac{2\pi}{d} \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} = \frac{2\pi \cdot 33000 \sqrt{1200 \cdot 29 / (293 \cdot 4)}}{1.6} = 7 \cdot 10^5 / \text{s}.$$

Величина спиновой частоты равна  $|\operatorname{Re} \omega| = 46000 \cdot 40 \cdot 2 \cdot 0.4 / 1.6^2 = 2.88 \cdot 10^5 / \text{s}$  при критическом числе

Рейнольдса сжимаемой среды с малой длиной трубы  $\Re_{cr} \gamma = 46000$ , и при

величине перепада давления  $\exp\left(\frac{z_F}{L} \ln \frac{P_0}{P_1}\right) = 40$ . Величина кинематической

вязкости смеси при температуре  $1200^\circ \text{K}$  равна  $\nu = 0.4 \text{ cm}^2 / \text{s}$ .

Скорость детонации при этих значениях параметров оказалось равной величине

$$D = \frac{0.4 \cdot 46000 \cdot \sqrt{1 + 70 \cdot 0.01/28.8}}{1.6} 40 = 2.32 \cdot 10^5 \text{ cm/s}, \quad \text{при}$$

отношении квантовых чисел  $(N + 1/2)/(n + 1/2) = 0.01$ . В случае двухголовой детонации спиновая частота равна  $|\text{Re } \omega| = 5.75 \cdot 10^5 / \text{s}$  при неизменной скорости детонации  $D = 2.32 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$ . Отметим, что при условии  $(N + 1/2)/(n + 1/2) = 0.01$ , влияние звуковых волн на скорость детонации очень маленькое, поэтому изменение квантового числа  $N$  при этих условиях не существенно.

Не используя решение уравнения Навье – Стокса получим следующие соотношения для детонационной волны.

$$D^2 = 2(k^2 - 1)Q = \nu |\text{Re } \omega| (n + 1/2)$$

$$\Delta n = \frac{r \sqrt{|\text{Re } \omega|}}{\sqrt{\nu n}}, k = \frac{c_p}{c_v} \quad (9.4.5)$$

Откуда получим  $|\text{Re } \omega| = D \Delta n / r; n = \frac{Dr}{\Delta n \nu}$ . При этом длина спиновой волны

$$L = \pi d. \text{ Время ее существования } \Delta t = \frac{2\pi \Delta n}{|\text{Re } \omega|} = \frac{2\pi r}{D}.$$

При одноголовой детонации и радиусе трубы  $0.65 \text{ cm}$  при использовании смеси  $\text{CH}_4 - \text{O}_2$  частота спиновой детонации  $\omega = \frac{D}{r} = \frac{3 \cdot 10^5}{0.65} = 4.6 \cdot 10^5 / \text{s}$ . При этом экспериментальное значение частоты спиновой детонации равно  $\omega = 2\pi 6.8 \cdot 10^4 = 4.2 \cdot 10^5 / \text{s}$  см. [25]. Значит, вычисленная частота колебаний спиновой волны  $\omega = 4.6 \cdot 10^5 / \text{s}$  совпала с экспериментальной величиной  $\omega = 4.2 \cdot 10^5 / \text{s}$ . В таблице 1 приведена связь между спиновой частотой и скоростью детонации  $\nu = D/(\pi d)$  и соотношение между шагом спина и диаметром трубы  $L/d = \pi$ .

D,m/s	2810	1930	1795	1750	2850	2135	2160
d,cm	1.2	1.3	2.55	1.3	1.5	2.55	1.4
Частота эксперимент	70000	44000	24000	44000	53000	21000	38000
Частота теория	75000	47000	22400	42800	60000	26700	49000
L/d	3.35	3.37	2.93	3.06	3.59	3.99	4.6
Смесь	$2H_2 +$ $+ O_2$	$2H_2 +$ $+ 3O_2$	$2CO +$ $+ O_2$	$2CO + O_2$	$C_2H_2 +$ $+ H_2$	$C_2H_2$	$C_2H_2$

Таблица 1

## Глава 10. Использование комплексных параметров

### 10.1 Комплексный объем двухфазной системы

Уравнение Ван-дер-Ваальса содержит три корня, один из которых действительный. Существует физическая стационарная область, где все три корня действительные точки L,C,G на левом рис.1. Два корня могут быть комплексные. Действительная часть комплексного корня описывает среднее решение, а мнимая часть среднеквадратичное отклонение. Т.е. комплексное решение вероятностное. В кипящей жидкости имеются хаотические пульсирующие пузыри, их то и описывает комплексное решение.

Рассмотрим изотермы в переменных P, V. Область внутри ALKG, выделенная жирной линией, это область двухфазной системы на правом рис.1. Точка K критическая точка, область слева от двухфазной, принадлежит жидкости, область справа газу, как занимающему больший объем при меньшей плотности.

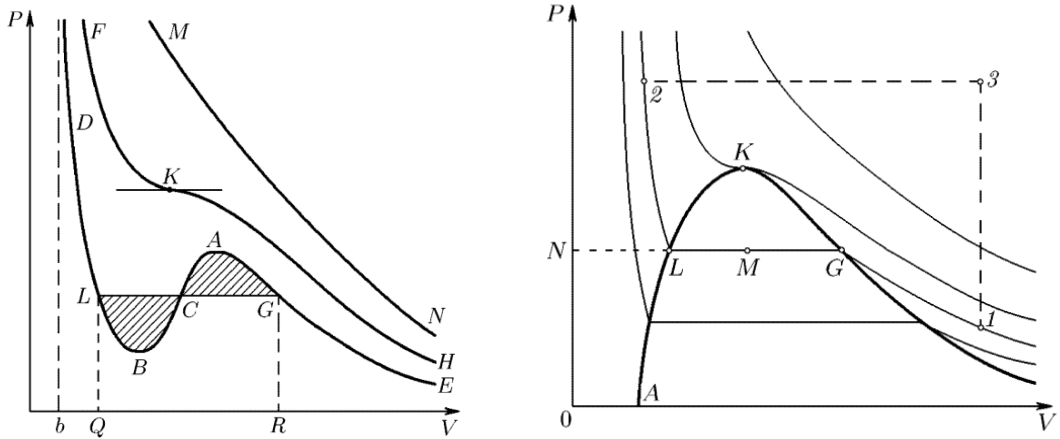


Рис. 1.

Области двухфазной системы соответствуют области действительных значений корней уравнения Ван-дер-Ваальса. Выше критической точки К находится один действительный корень. Кроме того, имеются комплексные корни с действительной положительной частью. Они не определяют стабильную картину и описывают случайно расположенный объем. Опишем среднее распределение среды, усредненное по длительному течению времени.

Действительный корень стационарно описывает границу жидкости и газа. Действительная часть комплексного объема, расположена слева от действительного корня, описывает границу жидкости и двухфазной системы, причем жидкость расположена слева от границы, а двухфазная система справа, левее действительного корня. При этом мнимая часть комплексного объема описывает флуктуации среднего, левой границы двухфазного объема. Этот процесс описывает пузыри в кипящей жидкости, которые состоят из жидкости и пара и поднимаются к верхней поверхности жидкости. Пузыри образуются только в жидкости. значит действительная часть комплексного корня расположена слева от действительного корня.

При этом, действительная часть комплексного корня определяет среднюю границу зарождения пузырей, образующихся между действительным

значением комплексного корня и действительным корнем, а мнимая часть комплексного корня определяет среднеквадратичное отклонение средней границы – действительной части комплексного корня.

Совершенно аналогично надо строить решение при действительной части комплексного корня больше действительного корня. Но тогда объем двухфазной системы с жидкостью и газом будет падать на поверхность раздела жидкости и газа.

## 10.2 Комплексная обратная решетка

Действительная обратная решетка предполагает неподвижное состояние частицы, образующей кристаллическую решетку. Комплексная обратная решетка предполагает колебание вокруг среднего значения, равного действительной части вектора обратной решетки с амплитудой, равной мнимой части вектора обратной решетки. Большой мнимой частью вектора обратной решетки можно объяснить подвижность жидкости и уменьшение практически до нуля плотности газа в атмосфере при увеличении радиуса. При объяснении убывания плотности с помощью гравитационного поля существует конечная плотность газа на бесконечности радиуса.

Вектор трансляций предполагает инвариантность свойств кристаллической решетки при координатах, равных

$$\mathbf{r} = n\mathbf{a}_1 + m\mathbf{a}_2 + k\mathbf{a}_3$$

Кроме того, иногда бывает удобным вводить вектора обратной решетки, равные

$$\mathbf{a}_1^* = \frac{[\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3]}{(\mathbf{a}_1[\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3])}, \mathbf{a}_2^* = \frac{[\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1]}{(\mathbf{a}_1[\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3])}; \mathbf{a}_3^* = \frac{[\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2]}{(\mathbf{a}_1[\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3])}.$$

Причем справедливо  $\mathbf{a}_l^* \mathbf{a}_l = 3$ .

При этом предполагаем, что векторы трансляции имеют мнимую часть. При этом и векторы обратной решетки имеют обратную часть. При этом решение уравнений квантовой механики содержит экспоненту с мнимым показателем. Покажем, что введение мнимой части векторов обратной решетки не приводит к противоречиям. С помощью обратной решетки имеем

$$\begin{aligned} \psi &\sim \exp(2\pi i n_l \mathbf{a}_l^* \mathbf{r}) = \exp[2\pi i n_l \mathbf{a}_l^* \Delta \mathbf{r} + 2\pi i (n_1 n + n_2 m + n_3 k)] = \\ &= \exp(2\pi i \mathbf{a}_l^* \Delta \mathbf{r}) \exp(2\pi i (n_1 n + n_2 m + n_3 k)) \end{aligned}$$

Т.е. значение волновой функции конечно и достигает максимума на границе ячейки кристаллической структуры, т.е. частица кристаллической структуры расположена на границе. В случае сферической симметрии, мнимое значение обратной решетки приводит к убыванию плотности, например, газа в атмосфере. Гравитационным полем Земли не объяснишь убывание плотности атмосферы, имеется конечная плотности на бесконечности радиуса. А затуханием волновой функции можно объяснить.

При этом мнимая часть вектора обратной решетки описывает степень отличия твердого тела от кристаллической структуры. Действительная часть комплексного числа описывает среднее значение, а мнимая часть среднеквадратичное отклонение. Она описывает аморфные тела, и в частности большое значение мнимой части означает не постоянный объем кристалла, т.е. жидкость. Жидкость локально проявляет кристаллические свойства, но глобально является подвижной, как газ. Но произведение мнимой части вектора обратной решетки на размер сосуда у жидкости гораздо меньше единицы, поэтому в поле гравитации она занимает определенный объем, то у газа произведение мнимой части вектора обратной решетки на характерный объем порядка единицы. Атмосфера Земли конечна, и это определяет конечность произведения мнимой части обратной решетки на радиус



атмосферы Земли, причем плотность атмосферы падает с ростом радиуса в связи с уменьшением волновой функции. Размер мнимой части вектора обратной решетки мал, в связи с большой мнимой части вектора трансляции.

### 10.3 Термодинамика с точки зрения комплексной скорости

Оказывается, что при наличии вихря в среде возможна передача тепла от холодного тела к горячему, при этом холодное тело охладится, а горячее нагреется, причем устанавливается равновесие эффективных температур. Но циклическим этот процесс сделать невозможно.

При этом вычислен вклад квантового состояния степени свободы на кинетическую энергию системы, т.е. на внутреннюю энергию. Оказалось, что этот вклад мал и определяется комплексной скоростью. Мнимая скорость эквивалентна связанному квантовому состоянию вещества, что показано на примере водородоподобного атома см. [23]. С помощью комплексной скорости холодильника можно сделать к.п.д. больше единицы, но при этом холодильник должен иметь температуру меньше  $15A$  градусов Кельвина, где  $A$  массовое число атома вещества холодильника и затраты на поддержание этой температуры не учитываются. При этом необходимо, чтобы нагреватель не имел комплексной скорости, т.е. сделан из другого материала, с меньшим массовым числом, иначе к.п.д. будет меньше единицы.

Показано, что в случае мнимой скорости квантового движения, что реализуется в водородоподобных атомах см. [23], действительная часть температуры является отрицательной, что приводит к уменьшению энтропии квазистационарных процессов для таких веществ.

Существует установившееся понятие, что нельзя чтобы горячее тело охлаждало холодное тело. Докажем, что это не так. Возьмем две части тела с разными температурами. В менее нагретой части тела реализуем вихревое

движение. Тогда его эффективная температура увеличится, и, если она станет больше, чем у части тела с большей температурой  $T_1$ , поток тепла от менее нагретой части тела  $T_2 < T_1$ , но с вихрем  $T_2 + \Delta > T_1$ , устремится к более нагретой части тела, но без вихря. Будем различать эффективную температуру тела с учетом энергии вихря и истинную температуру части тела без учета энергии вихря. Если объемы одинаковы с одинаковыми свойствами потока, то установится температура  $(T_2 + \Delta + T_1)/2 > T_1$ , т.е. температура первого тела повысится на величину  $(T_2 + \Delta - T_1)/2 > 0$ , т.е. станет равной  $(T_1 + \Delta + T_2)/2$ , причем это не эффективная температура, а установившаяся температура части тела номер 1. Температура второй части тела повысится на величину  $(T_1 - \Delta - T_2)/2$ , т.е. станет равной  $(T_1 - \Delta + T_2)/2$ . Разница температур двух частей тел была  $T_1 - T_2$ , а стала  $\Delta$ , причем возможно  $\Delta > T_1 - T_2$ , т.е. разница температур может увеличиться, т.е. может произойти переход от меньшей разницы температур к большей разнице температур. Причем это истинные температуры тела, а не эффективные. Если к истинной температуре второго тела добавить температуру вихря, то получим равенство истинной температуры первого тела и эффективной температуры второго. Вихрь поддерживает разную истинную температуру тел. Если вихрь исчезнет, то истинные температуры тел выравняются и установится общая температура тела  $(T_1 + T_2)/2$ . Этот процесс возможен при температурах  $T_1 = T_2$ . Т.е. если имеется поток жидкости с ламинарным течением с меньшим значением скорости на стенках и турбулентным в центре сечения трубопровода, то в центре установится более низкая температура, чем на стенках. Значение разницы температур равно кинетической энергии вращения потока жидкости, т.е. квадрату мнимой части скорости потока (описание турбулентного потока с помощью комплексной скорости см. [1]), деленной на корень из числа Авогадро, так как мнимая часть имеет разные знаки. Если поток станет

ламинарным по всему объему трубопровода, то установится общая температура.

Но этот процесс не является повторяющимся, не образует цикла, и поэтому не противоречит второму началу термодинамики.

Согласно следствию из второго начала термодинамики, температура не может быть отрицательной. Но согласно кинетической теории температура наряду с поступательным движением содержит и вращательное и колебательное движение. Эти виды движения описываются мнимой скоростью. В результате кинетическая энергия движения может иметь отрицательную действительную часть.

$$kT = m[(\operatorname{Re}V_l)^2 - (\operatorname{Im}V_l)^2 + 2i\operatorname{Re}V_l \operatorname{Im}V_l]/2 = k(\operatorname{Re}T + i\operatorname{Im}T), \operatorname{Re}T < 0. \quad (10.3.1)$$

Т.е. возможна комплексная температура с отрицательной действительной частью. Это следует из молекулярно-кинетической теории. При этом максимальный коэффициент полезного действия такой машины может быть больше единицы

$$\eta = \frac{T_1 - \operatorname{Re}T_2 - i\operatorname{Im}T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{(T_1 - \operatorname{Re}T_2)^2 + (\operatorname{Im}T_2)^2}}{T_1} \exp(i\alpha) \quad (10.3.2)$$

На каждую степень свободы приходится энергия  $kT/2$ . Т.е. вклад колебательной и вращательной степени свободы совпадает с поступательной степенью свободы. При этом рассмотренные в отдельности они берутся по модулю. В случае турбулентного процесса скорость становится комплексной см. [1] стр.49 и возможна аналогия с квантовой механикой. Ламинарный процесс описывают свободные состояния, а турбулентный процесс – связанные квантовые состояния см. [1] стр. 79. Размер молекул очень

маленький, поэтому число Рейнольдса не велико  $R = \frac{Va}{\nu} = \frac{3,4 \cdot 10^4 10^{-8}}{0.01} = 0.034$

при критическом числе Рейнольдса 2300, т.е. молекулярное движение частиц описывается ламинарным процессом. Но при переходе к квантовому описанию колебательных и вращательных степеней свободы число

$$\text{Рейнольдса растёт } R = \frac{\omega a^2}{\nu} = \frac{A \cdot m_p c^2 a^2}{\hbar \nu} = \frac{A \cdot 1836 \cdot 9 \cdot 10^{20-16}}{0.01} = A \cdot 1.65 \cdot 10^{10}.$$

При этом четырехмерная скорость используется релятивистская, при трехмерной скорости, стремящейся к скорости света. При этом скорость становится комплексной. Вклад мнимой скорости в температуру пропорционален корню из числа Авогадро, так как мнимая часть имеет разные знаки. Поэтому мнимая часть скорости, определяет отрицательную добавку к температуре по порядку величины равную  $\hbar \omega / k \sqrt{N_{av}} = A m_p c^2 / k \sqrt{N_{av}} = 15 A^\circ K$  и оказывает влияние на коэффициент полезного действия тепловой машины при температурах холодильника  $T_2 \sim A \cdot 15^\circ K$ , делая его больше единицы. При этом материал нагревателя, должен быть таким, чтобы температура  $T_1$  была действительна. При больших значениях температуры холодильника действительная часть температуры холодильника положительна и к.н. меньше единицы.

Откуда же черпается энергия. Я не говорю о том, что для получения температуры в 10 градусов Кельвина необходима энергия. Допустим двигатель находится в среде с такой температурой. Но принципиально откуда берется к.п.д. больше единицы. Комплексная температура будет определять комплексную энергию частиц вакуума, которая определяется комплексным плечом диполя или мультиполя, из которых состоят частицы вакуума.

При мнимой скорости энтропия может убывать. В самом деле температура может иметь отрицательную действительную часть, при условии (10.3.1).

$$S_2 - S_1 = \int \frac{\delta Q}{\text{Re}T + i\text{Im}T} = \int \frac{(\text{Re}T - i\text{Im}T)\delta Q}{(\text{Re}T)^2 + (\text{Im}T)^2}; \text{Re}T < 0, \text{Re}(S_2 - S_1) < 0$$

$$S_2 - S_1 = -\sqrt{\left[\int \frac{\text{Re}T\delta Q}{(\text{Re}T)^2 + (\text{Im}T)^2}\right]^2 + \left[\int \frac{\text{Im}T\delta Q}{(\text{Re}T)^2 + (\text{Im}T)^2}\right]^2}$$

Берется отрицательный знак квадратного корня, так как оба аргумента, возводимые в квадрат, отрицательны. Получается при большой мнимой части скорости, энтропия адиабатической изолированной системы убывает, а не возрастает.

## Глава 11. Описание фазовых переходов

### с помощью решения уравнения Шредингера для вязкой жидкости

*Пользуясь аналогией между уравнением Шредингера и Навье Стокса, мнимая величина  $i\hbar/m$ , где  $\hbar$  - постоянная Планка,  $m$  масса частицы, имеющая размерность кинематической вязкости, рассматривается как мнимая кинематическая вязкость вакуума и к ней добавляется кинематическая вязкость среды, в которой находится тело. При этом уравнение Шредингера описывает вероятности при наличии усредненной кинематической вязкости системы. Полученное уравнение применено для описания фазовых переходов между газом, жидкостью и твердым телом. Полученное уравнение, может быть использовано в нанотехнологиях, для описания процессов в твердом теле, жидкости или газе.*

Уравнение Шредингера решается для движения электронов вокруг ядра в вакууме см. [6]. Решение определяет энергию атома при движении приведенной массы. При этом решение уравнения Шредингера соответствует статистическим значениям решения, что позволяет вводить такие статистические характеристики как вязкость. Тогда, так как величина  $i\hbar/(2m)$

в уравнении Шредингера играет роль кинематической вязкости, добавка к ней величины вязкости среды  $\nu$ , где  $\nu$  кинематическая вязкость среды,  $\rho_l$  плотность среды,  $\rho_b$  плотность тела, и значит, вязкость среды равна величине.

Модифицируем эту формулу для микрочастиц и макротел

Тогда, так как величина  $i\hbar/(2m)$  в уравнении Шредингера играет роль кинематической вязкости, добавка к ней величины вязкости среды  $\nu$ , где  $\nu$  кинематическая вязкость среды,  $\rho_l$  плотность среды,  $\rho_b$  плотность тела, и

значит, вязкость макросреды равна величине  $\frac{i\hbar}{2m_b} \rho_l + \mu$ . Модифицируем эту

формулу для микрочастиц и макротел

Тогда, так как величина  $i\hbar/(2m)$  в уравнении Шредингера играет роль кинематической вязкости, добавка к ней величины вязкости среды  $\nu$ , где  $\nu$  кинематическая вязкость среды,  $\rho_l$  плотность среды,  $\rho_b$  плотность тела, и

значит, вязкость макросреды равна величине  $\frac{i\hbar}{2m_b} \rho_l + \mu$ . Модифицируем эту

формулу для микрочастиц и макротел

$$\mu_{\Sigma} = \frac{i\hbar\rho_l}{2m_b} \alpha(\gamma) + \mu$$

$$\gamma = \frac{\exp(-\frac{m_{Pl}}{m_b})}{\exp(-\frac{m_{Pl}}{m_b}) + \exp(-\frac{m_b}{m_{Pl}})}; \alpha(\gamma) = \gamma \frac{\rho_b}{\rho_l} + (1 - \gamma)$$

Где величина  $m_{Pl}$  соответствует массе Планка,  $m_b$  масса двигающейся элементарной частицы или макротела,  $\rho_b$  плотность двигающегося тела,  $\rho_l, \mu$  плотность и вязкость макросреды. Для кинематической вязкости имеем выражение в случае отличия плотности среды от плотности тела

$$\frac{i\hbar}{2m_b} \alpha(\gamma) + \nu = \frac{i\hbar}{2m_b} [\gamma \frac{\rho_b}{\rho_l} + (1 - \gamma)] + \nu$$

Эта формула для макротела определяет кинематическую вязкость по выражению  $\frac{i\hbar}{2m_b} + \nu \cong \nu$  в силу большой массы макротела, а для элементарных

частиц по выражению  $\frac{i\hbar\rho_b}{2m_b\rho_l} + \nu$ .

Введение комплексной кинематической вязкости определяет уравнение

$$i(\hbar - 2im\nu | \rho_l / \rho_b |) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{(\hbar - 2im\nu | \rho_l / \rho_b |)^2}{2m} \Delta \Psi + U\Psi,$$

При этом кинематическая вязкость  $\nu$  соответствует вязкости в твердом теле, жидкости или в газе.

Механизмом образование вязкости является расталкивание движущимся макротелом жидкость и образование градиента скорости в этой жидкости, при этом слои жидкости с большой скоростью проникают в слои жидкости с малой скоростью и при этом происходит обмен скоростью и выделяется тепло. Совершенно аналогично при движении заряженной элементарной частицы в среде, возникает градиент скорости в среде и проникновение частиц из слоев с большей скоростью в слои с меньшей скоростью и наоборот и выделяется тепло.

При этом в силу разной скорости движения элементарных частиц, они проникают в другие точки потока элементарных частиц с другой скоростью. При этом происходит обмен скоростями, т.е. и импульсами, в разных слоях потока и значит, возникает обычная вязкость, которая приводит к градиенту импульса. Обычная вязкость газа пропорциональна ежесекундному изменению количества движения

$$G = -\frac{1}{3} nmc\lambda \frac{du}{dx},$$

где величина  $\lambda$  длина свободного пробега,  $c$  скорость звука

в веществе,  $nm$  плотность среды см. [28] §89. Т.е. наряду с мнимой вязкостью вакуума имеется действительная вязкость двигающихся квантовых частиц.

Скорость квантовых частиц считается по формуле

$$\mathbf{V} = \frac{i\hbar}{2m}(\nabla \ln \psi^* - \nabla \ln \psi) = ic(\nabla_k \ln \psi^* - \nabla_k \ln \psi)/2, \nabla_k = \frac{\partial}{\partial k\mathbf{r}}, k = mc/\hbar.$$

При этом длина свободного пробега соответствует среднему расстоянию в атоме, и кинематическая вязкость электронов в атоме при учете спиновой составляющей, равна

$$\begin{aligned} \nu_{knl} &= \int_0^\infty \int_{-\infty}^{x_k} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} |R_{nl}(r)\Omega_{jlm}(\theta, \varphi)|^2 \times \\ &\times \frac{i\hbar}{2m_e}(\nabla \ln \Omega_{jlm}^*(\theta, \varphi) - \nabla \ln \Omega_{jlm}(\theta, \varphi))r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi dx_k = \\ &= \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{x_k} |R_{nl}(r)\Omega_{jlm}(\theta, \varphi)|^2 \frac{\hbar}{2m_e} \frac{1}{r} r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi dx_k = \\ &= \int_0^\infty \int_{-\infty}^{x_k} |R_{nl}(r)|^2 \frac{\hbar}{2m_e} r dx_k dr; \nu_{knl} = \frac{\hbar}{m_e} \alpha_{knl} \end{aligned}$$

где  $l$  орбитальный момент,  $j$  полный момент,  $m$  проекция полного момента.

В случае не учета трения в волновой функции, имеем отношение  $\psi^*/\psi = \exp[-(2m \pm 1)i\varphi]$  и получаем кинематическую вязкость электронов в атоме  $\nu_{knl} = \frac{\hbar}{m_e} \alpha_{knl} \sim 1 \text{ cm}^2/\text{sec}$ . Т.е. кинематическая вязкость электронов в атоме на порядок больше кинематической вязкости газов и жидкости.

Отличие при выделении тепла в том, что кинематическая вязкость частиц, как и энергии дискретны, и тепло выделяется только при переходе частиц с разными уровнями энергии. При этом двигающееся классическое тело возбуждает много уровней отрицательной энергии  $\varepsilon_{lml} = \varepsilon_{l00}(\eta)[1 - \gamma_{n_r l} n_r / (l+1)]^2 / (n_r + l + 1)^2, |\gamma_{n_r l}| < 1$ , где величина  $n_r$  радиальное квантовое число  $l$  орбитальное квантовое число, водородоподобного атома, причем высокие уровни квазиклассические, т.е. разность энергий квазиклассических уровней мала, и они почти непрерывны, то двигающиеся элементарные частицы возбуждают низкие уровни энергии, и



они дискретны. Причем частицы двигаются при фазовых переходах первого рода, происходящих при сообщении или взятии энергии. Энергия кванта затухания энергии атома или молекулы  $\text{PuB}$  при вязкости  $\eta = 0.01635 \text{ г/ (см сек)}$  равна  $179 \text{ кДж/моль}$ , соответствующей теплоте испарения, что соответствует энергии одного атома  $3 \cdot 10^{-12} \text{ erg} = 2.1 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ . Эта температура выше температуры испарения вещества, поэтому испарение происходит при сообщении этого кванта энергии, причем этот процесс происходит при фиксированных свойствах вещества, при постоянной температуре. При движении массивного тела квазиклассический квант тепловой энергии гораздо меньше, и поэтому происходит сообщение телу тепловой энергии.

Отметим, что квантование энергии вращательного и колебательного характера описаны при изменении теплоемкостей среды. Но описание дискретизации затухания скорости движения не рассматривалось.

При этом, жидкость имеет вязкость, равную следующему значению вязкости  $\mu = \nu \rho_l + i \hbar \rho_l / (2 \rho_b m_{\text{eff}})$ , т.е. кинематическая вязкость вакуума  $\hbar / 2m_{\text{eff}}$  при движении частицы массы  $m_{\text{eff}}$ . Эффективная масса равна  $m_{\text{eff}} = m_e m_p / (m_e + m_p)$  в случае вращения электрона в атоме. Соответствует эффективной массе в случае кристаллической решетки. В случае макротела эффективная масса равна его массе. При условии  $\hbar = 0$ , величина энергии  $E$  должна быть мнимой, для того чтобы модуль  $\psi$  не зависел от системы координат, и равнялся единице. Мнимая часть величины кинематической вязкости зависит от плотности и массы тела, и определяет трение, свойственное телу. Тогда формула для вероятности состояния находящегося в жидкости тела при учете вязкости жидкости принимает вид

$$\psi \sim \exp[Et / (2m_{\text{eff}} \nu \rho_l / \rho_b + i \hbar)],$$

где  $m_l$  масса частиц жидкости,  $m_b$  масса движущегося тела,  $\nu$  кинематическая вязкость жидкости. Т.е. жидкость имеет кинематическую вязкость, равную  $\nu + i\hbar\rho_b / (2\rho_l m_{eff})$ , причем для вязкого вещества имеем следующее значение вязкости  $\mu = \nu\rho_l + i\hbar\rho_b / (2m_{eff})$ , т.е. кинематическая вязкость вакуума  $\hbar / (2m_{eff})$  при движении частицы массы  $m_{eff}$ , в среде с плотностью  $\rho_l$

В дальнейшем изложении материала окажется, что действительная часть вязкости ответственна за выделение или поглощение тепла и фазовые переходы первого рода с изменением структуры среды. Мнимая часть эффективной постоянной Планка  $\hbar - 2im_{eff}\nu\rho_l / \rho_b$ , ответственна за переходы второго рода без выделения или поглощения тепла, но с изменением структуры среды за счет изменения эффективной массы частиц  $m_{eff}$  среды при переходе среды из одного фазового состояния в другое. При этом величина вязкости  $\nu$  не меняется.

При условии  $\hbar = 0$ , величина энергии  $E$  должна быть мнимой, для того чтобы модуль  $\psi$  для стационарной свободной частицы, и равнялся единице. Мнимая часть величины вязкости  $i\hbar\rho_b / (2\rho_l m_{eff})$  зависит от плотности и массы тела, и определяет трение, свойственное телу. При условии  $\hbar \neq 0$ , величина энергии  $E$  должна иметь фазу

$$\arg E = -\pi / 2 + \arg(2m_{eff}\nu\rho_l / \rho_b + i\hbar) = \arg(\hbar - 2im_{eff}\nu\rho_l / \rho_b). \quad (11.1)$$

Т.е. при условии равенства нулю вязкости, получим положительное значение полной энергии связанного стационарного состояния. Т.е. вне вязкой среды масса и энергия тела положительны. При не релятивистском значении энергии эта энергия связанного состояния отрицательна и имеем формулу

$\arg E_g = \pi/2 + \arg(2m_{eff}v\rho_l / \rho_b + i\hbar)$ . При этом имеем формулу

$E = m_0c^2 + E_g, E_g < 0$ . Т.е. общая формула для энергии стационарного состояния

$$E = m_0c^2 \exp[i \arg(\hbar - 2im_{eff}v\rho_l / \rho_b)] + |E_g| \exp\{i[\pi/2 + \arg(2m_{eff}v\rho_l / \rho_b + i\hbar)]\} = \\ = (m_0c^2 - |E_g|) \exp[i \arg(\hbar - 2im_{eff}v\rho_l / \rho_b)]$$

При этом действительная часть плотности жидкости или газа, движущегося с нерелятивистской скоростью, определяется по формуле  $\arg \rho = \pi/2 + \arg(2m_{eff}v\rho_l / \rho_b + i\hbar)$  и в случае вакуума отрицательна. Так в случае водородоподобного атома в нерелятивистском приближении имеем  $E = -mc^2\alpha^2/(2n^2)$ , т.е. энергия пропорциональна массе частицы. При этом в случае темной материи, состоящей из частиц с не релятивистской скоростью, масса этих частиц отрицательна, что соответствует отталкиванию от тел с положительной массой.

При этом требуется, чтобы волновая функция была комплексная, иначе скорость среды равна нулю. Так получается, что если не вводить действительную кинематическую вязкость в уравнение Шредингера, то получим, что скорость частиц равна нулю, так как, например, для атома водорода волновая функция действительна. А так как в твердом, жидком и газообразном состоянии вещества имеется мнимая составляющая эффективной постоянной Планка, скорость элементарных частиц в водородоподобном атоме не нулевая. Это еще один аргумент в пользу введения комплексной, эффективной постоянной Планка.

Но только изменение  $\eta$  приводит к выделению тепла, так как справедлива формула для энергии, связанной с вязкими силами, по формуле (7.7) из книги [29] и изменение вязкости среды приводит к изменению его действительной энергии единицы объема за единицу времени по формуле

$$E = -\eta \left[ \sum_{i,k=1}^3 \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right)^2 \right]. \quad (11.2)$$

Причем величина  $E$  это уменьшающаяся за счет выделения тепла энергия твердого тела. Если непосредственно применять эту формулу для вращающегося электрона с учетом вязкости среды, то получим неограниченное уменьшение энергии твердого тела с ростом времени. В случае невязкой среды, волновая функция действительна, потерь энергии на выделение тепла нет, и этот коэффициент равен нулю. Поэтому необходимо ввести дискретное значение внутренней энергии, соответствующее поглощенной атомом энергии за время  $a/c$ , равный уменьшившейся энергии, где величина  $a$  размер атома.

При этом при фазовых переходах первого рода уменьшается энергия каждой из двух фаз и, если вязкости отличаются, происходит выделение или поглощение тепла. При фазовых переходах второго рода действительная часть вязкости не меняется, т.е. разность действительных значений внутренней энергии с учетом тепловых квантов равна нулю и тепловая энергия не выделяется, но образуется мнимая энергия, которая делает энергию тела комплексной.

Подсчитаем энергию одного кванта  $\varepsilon_{100}$ , соответствующего основному состоянию водородоподобного атома, для чего подсчитаем выделенную энергию за время  $a/c$  в объеме атома, причем величина волнового числа определяется по формуле  $k = mc/\hbar$ . Величина  $a = \frac{\hbar^2}{me^2} = 137\hbar/mc = 137/k$  берется из табличного значения радиуса атома см. [3]

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{t00} &= \int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} E \frac{a}{c} r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \\
&= -\eta c^2 \int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sum_{i,k=1}^3 \left( \frac{\partial V_i}{\partial kx_k} + \frac{\partial V_k}{\partial kx_i} \right)^2 \frac{a}{c} r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \\
&= -\frac{\eta c^2}{137^2 a^2} \int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sum_{i,k=1}^3 \left( \frac{\partial^2 i \ln \psi^* / \psi}{\partial x_i / a \partial x_k / a} \right)^2 \frac{a}{c} r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \quad (11.3) \\
&= -\frac{\eta c}{137^2 a} \int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sum_{i,k=1}^3 \left( \frac{\partial^2 i \ln \psi^* / \psi}{\partial x_i / a \partial x_k / a} \right)^2 r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \\
&= -50.133 \pi \eta c a^2 \beta^2 / [137(1 + \beta^2)]^2, \beta = -\frac{4m_e \eta / (\hbar \rho_l)}{1 - [2m_e \eta / (\hbar \rho_l)]^2}
\end{aligned}$$

При исследовании движения атома, плотность среды равна  $\rho_l = \frac{3 \cdot 1836 A m_e}{4\pi a_B^3}$ ,

где определяется плотность атома, при двигающейся частице с приведенной массой, приближенно имеющей массу электрона. Используя  $N$  число Авогадро, получим добавку к энергии тела  $-50.13N\pi\eta c a^2 \beta^2 / [137(1 + \beta^2)]^2$ .

Вычислим интеграл  $\int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sum_{i,k=1}^3 \left( \frac{\partial^2 i \ln \psi^* / \psi}{\partial x_i / b \partial x_k / b} \right)^2 r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$ . Это

действительное изменение модуля градиента скорости вязкой среды при изменении вязкости меняет свою энергию и в случае действительной волновой функции равно нулю. В случае водородоподобного атома эта величина равна

$$\psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi) = -\frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{[(n+l)!]^2}} \exp(-r/an) \left(\frac{2r}{an}\right)^l L_{n+l}^{2l+1}\left(\frac{2r}{an}\right) Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

$$R_{10} = 2 \exp(-r/a), R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-r/2a)(1 - r/2a)$$

$$R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \exp(-\frac{r}{2a}) \frac{r}{a}, R_{30} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \exp(-\frac{r}{3a}) \left(1 - \frac{2r}{3a} + \frac{2r^2}{27a^2}\right)$$

$$R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6}} \exp(-\frac{r}{3a}) \frac{r}{a} \left(1 - \frac{r}{6a}\right), R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30}} \exp(-\frac{r}{3a}) \left(\frac{r}{a}\right)^2$$

При этом радиус атома, берется из таблиц. При этом квант энергии основного состояния считается по формуле, используя волновую функцию водородоподобного атома

$$\ln \psi_{00}^* / \psi_{00} = -2ri\beta / (1 + \beta^2), \beta = -\frac{4m_{eff}\eta / (\hbar\rho_l)}{1 - [2m_{eff}\eta / (\hbar\rho_l)]^2}$$

$$\ln \psi_{nlm}^* / \psi_{nlm} = -2ri\beta / [n(1 + \beta^2)] + l \ln a / a^* + \\ + 2\gamma_{nl} ri\beta n_r / [(l+1)(n_r + l + 1)(1 + \beta^2)], |\gamma_{nl}| < 1$$

Вычисление коэффициента  $n_r / (l+1)$  при добавке см. [6]. При этом величина потока равна

$$\sum_{i,k=1}^3 \left[ \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_k} i \ln \psi_{00}^* / \psi_{00} \right]^2 = 4 \sum_{i,k=1}^3 \left[ \frac{\partial^2 r}{\partial y_i \partial y_k} \beta / (1 + \beta^2) \right]^2 =$$

$$= \sum_{i,k=1}^3 \left( \frac{r^2 \delta_{ik} - x_i x_k}{r^3} \right)^2 \frac{4\beta^2 a^2}{(1 + \beta^2)^2},$$

$$y_i = x_i / a, \beta = -\frac{4m_{eff}\eta / (\hbar\rho_l)}{1 - [2m_{eff}\eta / (\hbar\rho_l)]^2}$$

При этом интеграл равен

$$\int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sum_{i,k=1}^3 \left[ \frac{r^2 \delta_{ik} - x_i x_k}{r^3} \right]^2 r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi =$$

$$\int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} 2[(x_1^2 x_2^2 + x_2^2 x_3^2 + x_1^2 x_3^2)/r^2 +$$

$$+ (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi)^2 + (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi)^2 + (1 - \cos^2 \theta)^2] \sin \theta dr d\theta d\varphi = 12 \frac{8}{15} \pi a$$

При вычислении данного интеграла учтено, что интеграл по углу  $\varphi$  от четной степени синуса и косинуса определяется постоянным значением квадрата синуса или косинуса.

Получив формулу для значения кванта энергии затухания, вычислим значение теплоты парообразования для давления в одну атмосферу для веществ, у которых имеются табличные данные в справочнике [3].

	Радиус атома, в ангстремах	A	$\eta$ , г/ (см сек)	Вычисленная теплота испарения, кДж/моль	Табличная теплота испарения, кДж/моль
Na	1.89	23	0.00465(0.00635)	89.6	89.4
K	2.36	40	0.00302(0.0032)	77.9	77.5
Zn	1.39	67	0.01635(0.018)	114.5	114
Ag	1.44	108	0.02275(0.0298)	253.9	254
Pb	1.75	206	0.01493(0.0257)	179	179.5
Bi	1.82	208	0.01292(0.01662)	157.2	157.5

Энергия пара гораздо меньше энергии жидкости и не учитывается, в связи с малой плотностью. Не учитывается и изменение объема, в связи с малостью члена  $p\Delta V$ . В скобках указана табличная вязкость материала, а перед скобкой используемая для вычисления вязкость. При этом вязкость материала приведена при температуре в два раза меньше температуры испарения

материала при 1 атм., т.е. используемое для вычисления значение вязкости должно быть меньше табличного в круглых скобках.

При этом собственная отрицательная энергия кванта затухания энергии атома или молекулы у водородоподобного атома имеет зависимость от орбитального квантового числа

$$\varepsilon_{ml} = \varepsilon_{l00}(\eta)[1 - \gamma_{n,l} n_r / (l + 1)]^2 / (n_r + l + 1)^2, |\gamma_{n,l}| < 1, \quad (11.4)$$

т.е. разность уровней с большим орбитальным квантовым числом  $l$  стремится к нулю, при фиксированном радиальном  $n_r$  квантовом числе.

В случае, когда фазовый переход является плавлением,двигающейся частицей является ядро атома. Множители  $m\eta_n / \rho_l = 4\pi\eta_n b^3 / 3 > 4\pi\eta_e m_{eff} a_B^3 / (3Am_p)$  у ядра и электрона сопоставимы, за счет большой вязкости  $\eta_n \sim 2 \cdot 10^{10} \text{ g} / (\text{cm} \cdot \text{sec})$ , которое создает ядро в кристаллической решетке, при вязкости которую создают электроны  $\eta_e \sim 0.01 \text{ g} / (\text{cm} \cdot \text{sec})$ , но находящиеся в объеме атома. Но у кванта энергии имеется еще множитель, равный коэффициенту вязкости, который больше у ядра атома, поэтому движением электронов можно пренебречь при вычислении теплоты плавления. Плотность двигающейся частицы – ядра атома у твердого тела считалась по формуле  $\rho_b = \frac{3m_b}{4\pi b^3}$ . Масса двигающейся частицы – ядра атома, выражалась через массу электрона  $m_b = 1836Am_e$ , где величина  $A$  равна количеству нуклонов в ядре. Размер частицы считался по размеру ядра и тогда размер двигающегося тела  $b = 1.45 \cdot 10^{-13}$ . При этом, так как ядро в атоме движется гораздо медленнее электронов (поэтому приведенная скорость ядра гораздо меньше приведенной скорости электрона), формула для кванта энергии изменится



$$\varepsilon_{t00} = -\frac{50.13N\pi\eta ca^2 \beta^2 Z^2 m_e^2}{(Zm_e + Am_p)^2} / [137 \cdot (1 + \beta^2)]^2 =$$

$$= -50.13N\pi\eta ca^2 \beta^2 Z^2 / [137 \cdot (Z + A \cdot 1836) \cdot (1 + \beta^2)]^2$$

Добавочный член в теплоту плавления и испарения, равный  $p\Delta V$  мал и не учитывался. К сожалению, вязкость металла в используемом справочнике дана при температуре 30 градусов Цельсия, а плавление твердого тела происходит при более высокой температуре. Данные взяты из справочника [3].

	Радиус атома, в ангстремах	Z, A	$\eta \cdot 10^{-10}$ , При $t=30$ град. г/ (см сек)	Вычисленная теплота плавления, кДж/моль	Табличная теплота плавления, кДж/моль
Al	1.43	13,27	1.2(1.25)	10.5	10.7
Fe	1.26	26,57	1.975(14)	15.5	15.5
Zn	1.39	30,67	1.535(1.8)	7.25	7.28
Pd	1.37	46,106	2.45(1.7)	17.02	17.2
Ag	1.44	47,108	2.01(2.24)	11.6	11.27

В скобках указана табличная вязкость при температуре 30 градусов Цельсия, вне скобки вязкость, по которой производилось вычисление.

При испарении энергия необходимая при фазовом переходе больше энергии, необходимой для плавления вещества. Следовательно, правильно учли энергию движения электронов в объеме атома, которая играет большую роль, чем энергия движения ядра атома, в силу его малой скорости и малой вязкости жидкости. Дело в том, что коэффициент вязкости у твердого тела огромен, а у жидкого тела имеет гораздо меньшее значение. При этом большая вязкость твердого тела обусловлена существованием кристаллической решетки и движением ядра. Поэтому у твердого тела существенно движение ядра при плавлении, а у жидкого тела существенно движение электронов при испарении.

Возникает естественный вопрос, какова же масса этой энергии затухания и можно ли ее обнаружить. При характерной энергии  $2 \cdot 10^5$  Дж одного моля вещества масса этой энергии равна по порядку величины  $\varepsilon_i / c^2 = 2.2 \cdot 10^{-16}$  кг, что обнаружить измерением массы вещества практически невозможно. При этом если пересчитать эту массу на один атом, получится величина  $0.6 \cdot 10^{-39}$  кг, что во много раз меньше величины массы легчайшей частицы, электрона. Т.е. чтобы обнаружить теплород (так называли эту энергию в 18 веке) необходимо произвести очень точные измерения.

## 11.2 Кинематическая вязкость разреженного газа

При вхождении в разреженную среду считается, что вязкость пропорциональна температуре в некоторой степени, меньшей единицы. Из связи решения уравнения Навье-Стокса и уравнения Шредингера следует, что кинематическая вязкость вакуума — это константа, и от температуры не зависит. В практических расчетах участвует кинематическая вязкость, а она является константой. Но плотность разреженного газа зависит от температуры и, значит, вязкость зависит от температуры.

Получим кинематическую вязкость вакуума, для чего запишем уравнение Шредингера и преобразуем его воспользовавшись тождеством

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} = \psi \left[ \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_i^2} + \frac{1}{\psi^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right)^2 \right]$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} + U\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \psi \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_i^2} + \frac{1}{\psi^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right)^2 \right] + U\psi.$$

Разделив на массу  $m \psi$ , получим уравнение

$$i\frac{\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m^2}\sum_{l=1}^3\left(\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\sum_{l=1}^3\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x_l^2} + U/m.$$

Получим уравнение в частных производных, взяв градиент от обеих частей уравнения, введем действительную скорость по формуле  $\mathbf{V} = -i\frac{\hbar}{m}\nabla \ln\psi$ .

$$\frac{\partial i\frac{\hbar}{m}\nabla \ln\psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2}\sum_{l=1}^3\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial \nabla \ln\psi}{\partial x_l} = \frac{i\hbar}{2m}\sum_{l=1}^3\frac{\partial^2 i\frac{\hbar}{m}\nabla \ln\psi}{\partial x_l^2} + \nabla U/m$$

Подставляя значение скорости в преобразованное уравнение Шредингера, получим

$$\frac{\partial V_p}{\partial t} + \sum_{l=1}^3 V_l \frac{\partial V_p}{\partial x_l} = v \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 V_p}{\partial x_l^2} - \frac{\partial U}{\partial x^p} / m, v = \frac{i\hbar}{2m}. \quad (11.2.1)$$

Получим трехмерное уравнение Навье – Стокса с давлением, соответствующим потенциалу.

Кинематической вязкости вакуума  $v = \frac{i\hbar}{2m}$ , полученной из формулы (11.2.1)

соответствует формула

$$v = i\frac{\hbar}{m_\gamma} = \Lambda ic, \quad (11.2.2)$$

где получается, что длина свободного пробега  $\Lambda$  выражается через массу частицы вакуума (кинематическая вязкость газа равна  $v = c\Lambda$ ). При этом окажется, что вычисленная масса частицы вакуума равна  $m_\gamma = 2.29 \cdot 10^{-67}$  g.

$$\Lambda = \frac{\hbar}{m_\gamma c},$$

что позволяет оценить длину свободного пробега, которая будет определена по массе частицы, равна величине  $\Lambda = 1.2 \cdot 10^{29} \text{ cm}$ . Т.е. вакуум является разреженным газом с большой длиной свободного пробега и мнимой кинематической вязкостью. Длина свободного пробега в газах, жидкости и твердом теле разная. При этом в газах скорость возмущения равна скорости звука, а в жидкости и твердом теле скорости света. При этом формула для кинематической вязкости

$$\Lambda \langle V \rangle (1 - \alpha) / 3 + i\hbar\alpha / m, \alpha = \frac{\exp\left[-\frac{\hbar^2}{(m_e \Lambda \langle V \rangle)^2}\right]}{\exp\left[-\frac{\hbar^2}{(m_e \Lambda \langle V \rangle)^2}\right] + \exp\left[-\frac{(m_e \Lambda \langle V \rangle)^2}{\hbar^2}\right]};$$

Для разреженного газа длина свободного пробега  $\Lambda$  велика и вязкость становится мнимой, для малой длины свободного пробега получаем действительную вязкость. При этом вязкость разреженного газа пропорциональна плотности, а для малой длины свободного пробега от плотности практически не зависит, так как длина свободного пробега обратно пропорциональна плотности. При этом скорость возмущения в газах равна скорости звука, а в твердых телах и в жидкости скорости света. В твердых телах и жидкости вместо длины свободного пробега надо использовать характерный размер см. [8].

Но мнимая кинематическая вязкость вакуума равна  $\nu = i\hbar / m_e$ , где  $m_e$  масса двигающегося электрона. Для двигающейся частицы вакуума кинематическая вязкость велика  $\nu = i\hbar / m_\gamma = i \frac{10^{-27}}{2.29 \cdot 10^{-67}} = 5 \cdot 10^{39} \text{ cm}^2 / \text{sec}$ .

Вязкость вакуума для двигающейся частицы вакуума равна  $\mu = \rho_\gamma \nu = 5 \cdot 10^{10} \frac{\text{g}}{\text{cmsec}}$ , что сравнимо с вязкостью твердого тела. Где величина

$\rho_\gamma = 10^{-29} \text{ g/cm}^3$  плотность вакуума. Вязкость железа при температуре  $30^\circ\text{C}$  равна  $\mu = 14 \cdot 10^{10} \frac{\text{g}}{\text{cmsec}}$ , см. [3], стр.37. Такая большая вязкость частицы вакуума связана с упругими свойствами частиц вакуума, модуль упругости определяется  $E = \rho_\gamma c^2$  и обеспечивает скорость света и распространение электромагнитных волн, путем движения частиц вакуума см. глава 2.

Порядок величины вязкости разреженного газа определяется по формуле, согласованной с экспериментом

$$\mu = \frac{5\sqrt{\sqrt{29m_e m_p kT/\pi}}}{16d^2} = \frac{5\sqrt{(29 \cdot 1836 \cdot 0.9)^{0.5} \cdot 1.38 \cdot 10^{-27-16+2} / \pi}}{16 \cdot (4 \cdot 10^{-8})^2} = 6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}},$$

где  $m$  масса молекулы,  $d$  - диаметр молекулы см. [34].

При этом плотность разреженного газа, изменяющаяся по адиабате равна  $\rho = \rho_0 (T/T_0)^{1/(\gamma-1)}$ , где во взаимодействии разреженного газа с телом участвует одна или две степени свободы. Причем при этих условиях  $\gamma = 3, \gamma = 2$  показатель степени температуры принадлежит области  $[0.5, 1]$ , что совпадает с экспериментом. При этом вязкость равна  $\eta = \rho_0 \hbar / \sqrt{29m_e m_p} = 0.0013 \sqrt{29 \cdot 1836 \cdot 0.9} = 5.9 \cdot 10^{-6} \text{ g/(cm} \cdot \text{s)}$ .

## Глава 12. Формирование спина элементарных частиц

Проблема описания спина элементарных частиц имеет большое значение для описания их свойств. На основании вращения симметричного волчка с релятивистской скоростью больше единицы построена теория спина элементарных частиц. Причем описано вращение как бозонов, так и фермионов. При этом классическое описание спина элементарных частиц

требует перехода в комплексное пространство. Где мнимая часть координаты соответствует колебанию с амплитудой, равной мнимой части.

Определим значение модуля момента спина и его проекции. Сохраняются квантовые числа момента импульса собственного вращения элементарной частицы

$$S = (\mathbf{s}, \mathbf{S}_s) \hbar, S = \left\| \begin{array}{cc} S_3 & S_1 + iS_2 \\ S_1 - iS_2 & -S_3 \end{array} \right\|; S_s = \left( \frac{m}{s} \sqrt{s\alpha}, \frac{m}{s} \sqrt{s(1-\alpha)}, s \right);$$

$$- |S| E = \max[S_1^2 + S_2^2 + S_3^2] = S_\Sigma^2 = s(s+1)\hbar^2 E; S_3 = m\hbar; m = -s, \dots, s, \dots$$

$$S = S_1 \pm iS_2 = \frac{m}{s} [\sqrt{s\alpha} \pm i\sqrt{s(1-\alpha)}] \hbar; |S|^2 = \max(S_1^2 + S_2^2) = s\hbar^2; \alpha = \sin^2 \tau$$

Где  $\mathbf{s}$  это три проекции матриц Паули. Где введена новая переменная, равная  $S_1^2 + S_2^2$ , модуль которой имеет значение  $S_1^2 + S_2^2 = s\hbar^2$ , которая с  $\max S_3^2 = s^2\hbar^2$  обеспечивает суммарный модуль спина частицы  $\max(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) = S_\Sigma^2 = s(s+1)\hbar^2$ .

При этом орбитальный момент определяется по формуле

$$L = (\mathbf{l}, \mathbf{L}_l) \hbar, L = \left\| \begin{array}{cc} L_3 & L_1 + iL_2 \\ L_1 - iL_2 & -L_3 \end{array} \right\|; L_l = \left( \frac{m}{l} \sqrt{l\alpha}, \frac{m}{l} \sqrt{l(1-\alpha)}, l \right);$$

$$- |L| E = \max(L_1^2 + L_2^2 + L_3^2) = L_\Sigma^2 = l(l+1)\hbar^2 E; L_3 = m\hbar; m = -l, \dots, l, \dots$$

$$|L|^2 = \max(L_1^2 + L_2^2) = l\hbar^2; L = L_1 \pm iL_2 = \left[ \frac{m}{l} \sqrt{l\alpha} \pm \frac{m}{l} i\sqrt{l(1-\alpha)} \right] \hbar$$

Где величина  $\alpha \in [0,1], \alpha = \sin^2 \tau$ , где величина  $\tau$  пропорциональна времени и определена ниже по тексту. Причем для величины  $\alpha$  найдены собственные значения. Аналогичную формулу можно построить для полного момента частицы, равного  $j = l + s$ , суммарное квантовое число, равное сумме

орбитального квантового числа и спинового числа. При этом имеем формулу  $J^2 = L^2 + S^2 + 2(\mathbf{S}, \mathbf{L})$  откуда можно определить величину  $(\mathbf{S}, \mathbf{L})$ .

В случае вращения симметричного волчка имеем для поперечных компонент вращения формулу (ось  $Ox_3$  продольная, с постоянной частотой вращения)

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \Omega \cos \tau; \Omega_2 = \Omega \sin \tau; \\ \Omega &= \sqrt{\frac{2EI_3 - L_\Sigma^2}{I(I_3 - I)}}; \Omega_3 = \sqrt{\frac{L_\Sigma^2 - 2EI}{I_3(I_3 - I)}}; \tau = t \sqrt{\frac{(I_3 - I)(L_\Sigma^2 - 2EI)}{I^2 I_3}}. \\ 2E &= I\Omega^2 + I_3\Omega_3^2; L_\Sigma^2 = I^2\Omega^2 + I_3^2\Omega_3^2 \end{aligned}$$

При этом матрица перехода в соседнее квантовое число не определена

$$| \langle m | s_+ | m-1 \rangle | = \sqrt{(m+s)(s-m+1)}.$$

Это чисто квантовый оператор и не связан со значением проекции спина на оси системы координат.

Формулы получены для свободного вращения при фиксированных значениях кинетической энергии и модуля момента импульса. Из этих уравнений

определяется  $\Omega, \Omega_3$  по формуле  $\Omega = \sqrt{\frac{2EI_3 - L_\Sigma^2}{I(I_3 - I)}}$ ,  $\Omega_3 = \sqrt{\frac{L_\Sigma^2 - 2EI}{I_3(I_3 - I)}}$ . При этом

момент 
$$S = \sqrt{\frac{(2EI_3 - L_\Sigma^2)I}{I_3 - I}}, S_3 = \sqrt{\frac{(L_\Sigma^2 - 2EI)I_3}{I_3 - I}}$$

$S = \hbar m / \sqrt{s}, S_3 = m\hbar, E = \frac{s(s+1)\hbar^2}{I + I_3}, S_\Sigma^2 = s(s+1)\hbar^2$ . При этом величина  $S$  всегда

положительна, а величина проекции  $S_3$  может иметь разные знаки. Имеем, подставляя значение энергии и импульса значение момента

$$S = \sqrt{\frac{s(s+1)}{1-x^2}}; S_3 = ix \sqrt{\frac{s(s+1)}{1-x^2}} = ixS; x = \frac{I_3}{I}.$$

Окажется, что величина  $x$  имеет

мнимое значение. При этом в случае не максимального значения проекции имеем  $\frac{S_3}{S} = ix, x = \frac{I_3}{I}$ , т.е. проекция момента величина действительная.

Используем формулу для энергии частицы  $2E = \frac{S_\Sigma^2}{I + I_3} = \frac{S^2}{I} + \frac{S_3^2}{I_3} = S^2 \left( \frac{1}{I} - \frac{x^2}{I_3} \right)$

. Подставляя значение момента импульса, получим  $x = -i\sqrt{s}$ , получим не противоречивую формулу  $S_3 = S\sqrt{s}$ . При этом имеем  $\frac{I_3}{I} = \frac{Z^2}{R^2} = -i\sqrt{s}$ .

$$\frac{S_3}{S} = ix = \sqrt{s} = \frac{m\sqrt{s}}{m} \quad (2)$$

Это означает, что величина  $Z$  комплексная, т.е. радиус имеет действительную и мнимую часть. При этом мнимая часть соответствует колебанию с амплитудой, равной мнимой части. Имеем значение энергии

$$E = \frac{s(s+1)\hbar^2}{I(1-i\sqrt{s})} \text{ спина частицы.}$$

Вводим оператор рождения и уничтожения по формулам

$$\begin{aligned} \widehat{L}_+ \exp[i(M-1)\varphi] &= \widehat{L}_+ \psi_{M-1} = i \exp[i(J+1)\varphi] \frac{\partial \exp[i(-J+M-1)\varphi]}{\partial \varphi} = \\ &= (J-M+1) \exp(iM\varphi) = (J-M+1) \psi_M \\ \widehat{L}_+ \psi_{M-1} &= (J-M+1) \psi_M \\ \widehat{L}_- \exp(iM\varphi) &= \widehat{L}_- \psi_M = -i \exp[i(-J-1)\varphi] \frac{\partial \exp[i(J+M)\varphi]}{\partial \varphi} = \\ &= (J+M) \exp[i(M-1)\varphi] = (J+M) \psi_{M-1} \\ \widehat{L}_- \psi_M &= (J+M) \psi_{M-1}; \widehat{L}_- \psi_{-M+1} = (J-M+1) \psi_{-M} \end{aligned}$$

Тогда имеем



$$\begin{aligned}
\widehat{L}_+ \widehat{L}_- \psi_M &= (J + M) \widehat{L}_+ \psi_{M-1} = (J + M)(J - M + 1) \psi_M \\
\widehat{L}_+ \widehat{L}_- \psi_{M+1} &= (J + M + 1) \widehat{L}_+ \psi_M = (J + M + 1)(J - M) \psi_{M+1} \\
\widehat{L}_- \widehat{L}_+ \psi_{M-1} &= (J - M + 1) \widehat{L}_- \psi_M = (J - M + 1)(J + M) \psi_{M-1} \\
\widehat{L}_- \widehat{L}_+ \psi_M &= (J - M) \widehat{L}_- \psi_{M+1} = (J - M)(J + M + 1) \psi_M
\end{aligned}$$

Получаем связь операторов поперечной проекции для максимального значения индекса

$$\begin{aligned}
\widehat{L}_+ \psi_{M-1} &= (J - M + 1) \cos \theta(J, M) \psi_M = (\widehat{S}_1 + i \widehat{S}_2) \psi_M = \frac{M}{J} \psi_M; \\
\widehat{L}_- \psi_{-M+1} &= (J - M + 1) \cos \theta(J, M) \psi_{-M} = (\widehat{S}_1 + i \widehat{S}_2) \psi_{-M} = \frac{M}{J} \psi_{-M}. \\
\cos \theta(J, M) &= \frac{M}{J(J - M + 1)}
\end{aligned}$$

Это общий вид операторов повышения и понижения индекса, определенный с соответствующим преобразованием индексом у волновой функции. При замене проекции на отрицательную, нужно использовать для максимума выражения отрицательное значение замененной проекции.

Компоненты оператора  $\widehat{L}_+$  и оператора  $\widehat{S}_1 + i \widehat{S}_2$  расположены под углом  $\theta(J, M)$ , и для их совпадения одну из проекций необходимо умножить на величину  $\cos \theta(J, M)$ . Для максимальных значений собственных чисел получим значение 1, и одинаковое преобразование при нулевом угле.

Для вычисления суммы двух вращений по проекции и модулю момента импульса достаточно определить по модулю момента импульса квантовое число, для каждого из вращающихся тел  $J = \hbar \sqrt{s}$  для суммы двух частиц. Проекция  $J_3 = m \hbar$ . Далее надо вычислить моменты инерции каждого тела. Зная моменты инерции каждого тела можно определить моменты инерции суммы тел, а по ним суммарные квантовые числа. В результате по известной величине  $J, J_3$  каждой из двух частиц и известному значению энергии

определяются суммарные значения момента инерции  $\Sigma I, \Sigma I_3$ . По этим параметрам можно определить и свойства суммы частиц, отношение  $\Sigma J_3 / \Sigma J = \sqrt{j} = -i \Sigma I_3 / \Sigma I$ , величину суммарной проекции определить не удастся. Так как момент инерции  $I_3$  величина мнимая, величина  $\sqrt{j}$  действительная. Величина проекции момента импульса определяется углом между двумя проекция  $\theta(j, m)$ .

Вычислим, какова скорость собственного вращения квантовой частицы и каков ее размер. Для этого подсчитаем момент инерции электрона при его волновой функции  $\psi = \exp(-\alpha w \cdot r / c + iEt / \hbar)$  и механический момент импульса определяет оператор спина элементарной массы сферического

объема частицы  $\hat{dJ} = \left( \frac{w r^2 dm}{\sqrt{1 - \frac{w^2 r^2 \sin^2 \theta}{c^2}}} \right)$  с собственным значением

$\hat{dJ} \psi = \frac{w r^2 dm}{\sqrt{1 - \frac{w^2 r^2 \sin^2 \theta}{c^2}}} \psi$ . При этом при суммировании по объему частицы,

получим  $\hat{hs} \psi = \pm \frac{\hbar}{2} \psi$ , равным  $mcr = \hbar/2$ , что докажем в дальнейшем, где  $r$  радиус сферической частицы. При этом при изменении направления импульса частицы спин сохраняется вдоль импульса частицы. Это свойство называется спиральностью. Поэтому оператор спина не равен  $\mathbf{J} = [\mathbf{r}, [\mathbf{w}, \mathbf{r}]] = w r^2 - \mathbf{r}(\mathbf{w}, \mathbf{r})$ , а предполагается  $\mathbf{r}(\mathbf{w}, \mathbf{r}) = 0$ , что справедливо так как

$$r^2 \langle \mathbf{e}_l(\mathbf{w}_k, \mathbf{e}_k) \rangle = r^2 w \langle \mathbf{e}_l \cos(\mathbf{w}_k, \mathbf{e}_k) \rangle = r^2 w \langle \mathbf{e}_l \rangle \text{const} = 0.$$

Согласно свойству спина частицы, проекция спина на произвольную ось имеет постоянное полу целое значение, т.е. имеем  $\cos(\mathbf{w}_k, \mathbf{e}_k) = \text{const}$ , значит,

усреднение второго члена векторного произведения сводится к усреднению радиуса частицы по углам и равно нулю. Когда спин на определенной оси определен и, допустим, равен  $1/2$ , вероятность проекции спина на расположенную под углом ось равна  $w_+ = \cos^2 \theta/2, w_- = \sin^2 \theta/2$  см. [5], но в данном случае спин не определен.

Определим потенциал, соответствующий данной волновой функции. Для этого воспользуемся уравнением Клейна-Гордона.

$$-(-i\frac{\hbar}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{e\phi}{c})(-i\frac{\hbar}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{e\phi}{c})\psi + \hbar^2\Delta\psi = m^2c^2\psi.$$

Подстановка волновой функции приводит к уравнению по определению потенциала и собственной энергии частицы.

$$\frac{\Delta\psi}{\psi} = \hbar^2(-\frac{2\alpha w}{cr} + \frac{\alpha^2 w^2}{c^2}) = m^2c^2 - \frac{(E + e\phi)^2}{c^2} = m^2c^2 - \frac{(E + U)^2}{c^2}.$$

Т.е. потенциальную энергию, которая определится из уравнения

$$\frac{U^2 + 2UE}{c^2} = \frac{2\alpha w}{cr} \quad \text{и собственное значение энергии } E^2 = m^2c^4 - \hbar^2w^2\alpha^2,$$

причем в результате вычислений получено значение  $\alpha = 0$ , т.е. внутри частиц поля нет, что соответствует постоянному заряду на внешней сферической поверхности частицы. Внутри частицы имеется постоянный потенциал, который равен  $U = -2E = -2mc^2$ . Собственное значение энергии частицы равно  $E = mc^2$ . Спин электрона равен  $\hbar/2$ .

$$\begin{aligned} \hbar/2 = J &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{c/\omega} \rho r^2 |\psi|^2 \frac{w \cdot r^2}{\sqrt{1 - \frac{w^2 r^2 \sin^2 \theta}{c^2}}} \sin \theta dr d\theta d\phi = \\ &= 2\pi \int_0^\pi \int_0^1 \rho x^2 |\psi|^2 \frac{c^5}{\omega^4} \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \theta}} \sin \theta dx d\theta = \\ &= 2\pi \int_0^1 \int_0^\pi \rho \cdot \frac{c^5}{\omega^4} \frac{x^4}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \theta}} \exp(-2\alpha x) \sin \theta d\theta dx = 2\pi\rho \cdot \frac{c^5}{\omega^4} f(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m &= \int_0^{c/\omega} \rho 4\pi r^2 |\psi|^2 dr = \int_0^1 \rho 4\pi r^2 \exp(-2\alpha wr/c) dr = \\
 &= 4\pi\rho(w/c)^{-3} \int_0^1 x^2 \exp(-2\alpha x) dx = \delta(\alpha) 4\pi\rho(w/c)^{-3}
 \end{aligned}$$

Где функция  $1/\sqrt{1-x^2}$  имеет интегрируемую особенность. Величины  $\delta(\alpha)$ ,  $f(\alpha)$  в случае действительного аргумента убывающие положительные функции. Подставляя вычисленную плотность электрона, получим

$$\hbar = 4\pi \frac{c^5}{w^4} f(\alpha) \frac{m(w/c)^3}{4\pi\delta(\alpha)} = \frac{c^2 m}{w} f(\alpha) / \delta(\alpha)$$

Получаем уравнение

$$\frac{f(\alpha)}{\delta(\alpha)} = \frac{\hbar w}{mc^2}.$$

Так как  $f(\alpha)$  убывающая положительная функция положительного аргумента, а величина  $\delta(\alpha)$  убывающая функция, имеется максимум отношения этих функций. Откуда определим частоту вращения электрона.

$$f(\alpha_{\max}) / \delta(\alpha_{\max}) = \frac{\hbar w}{mc^2}.$$

В результате вычисления интеграла на алгоритмическом языке Mathcad получено максимальное значение при условии  $\alpha_{\max} = 0$ , а для отношения

получено значение  $\frac{\hbar w}{mc^2} = 2 \pm 10^{-14}$ , при максимально возможном размере

электрона, равном  $\frac{c}{w} = \frac{\hbar}{2mc} = 1.931 \cdot 10^{-11} \text{ cm}$ .

В случае бозонов определим размер частицы и собственное значение скорости частицы в виде сферы

$$\begin{aligned}
\hbar = J &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \rho |\psi|^2 \left(\frac{c}{w}\right)^2 \frac{w\beta^2}{\sqrt{1 - \frac{w^2 r^2 \sin^2 \theta}{c^2}}} \sin \theta d\theta d\varphi = \\
&= 2\pi \int_0^\pi \rho |\psi|^2 \frac{c^2}{w} \frac{\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \theta}} \sin \theta d\theta = \\
&= 2\pi \int_{-\beta}^\beta \rho \cdot \frac{c^2}{w} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2 + y^2}} dy = 2\pi\rho \cdot \frac{c^2 \beta}{w} f(\beta) \\
\beta = \pm \frac{wr}{c}; f(\beta) &= \int_{-\beta}^\beta \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2 + y^2}} dy = 2 \operatorname{arcsch} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\
m &= \rho 4\pi = 4\pi\rho
\end{aligned}$$

Получим уравнение

$$\begin{aligned}
\hbar = \frac{mc^2}{w} \beta f(\beta) &= \frac{mc^2}{w} \beta \operatorname{arcsch} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{mc^2}{w} \beta \ln \frac{\beta \pm 1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \\
&= \frac{mc^2}{w} \beta \ln \frac{\sqrt{1 + \beta}}{\sqrt{1 - \beta}} = \frac{mc^2}{w} \gamma(\beta)
\end{aligned}$$

Экстремум этого выражения определится из уравнения

$$\ln \frac{\sqrt{1 + \beta}}{\sqrt{1 - \beta}} + \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} = 0.$$

Это уравнение имеет два корня, один нулевой, другой отрицательный, равный

$\beta = -0.6685235 \pm 10^{-7}$  при условии  $\frac{\hbar w}{mc^2} = \gamma(\beta) = 0.5402130 \pm 10^{-7}$ . Причем

радиус частицы равен  $r = -\beta \frac{c}{w} = 0.6685235 \frac{c}{w}$ . Причем имеем

$\frac{\hbar}{mc} = -r\gamma(\beta)/\beta = 0.8080687r$ , т.е. радиус частицы не совпадает с

комптоновской длиной.

Как показали проведенные вычисления бозон представляет сферу вычисленного радиуса. В случае полу целого спина фермион представляет шар.

В случае сферы внутри нее частицы вакуума расположены осью, направленной вдоль радиуса. Скорость колебаний частиц вакуума направлена вдоль радиуса, в результате внутри сферы спин равен нулю. На поверхности шара диполь расположен вдоль длины окружности, и скорость частиц вакуума направлена по касательной к поверхности шара. В случае шара диполь расположен перпендикулярно радиусу и колебание диполя ортогонально радиусу, и образуется шар. В случае сферы возможно множество состояний внутри одной сферы. В случае шара, состояния сложатся, и образуется частица вакуума с осью вдоль радиуса, образуется сфера и суммарный спин системы либо 1, либо 0. Две частицы со спином  $\frac{1}{2}$  с одинаковыми квантовыми числами невозможны, они суммируются, образуя целый спин. Т.е. в одном состоянии могут находиться не более двух фермионов с противоположным спином. Третий фермион изменит спин частиц, и образуется другое состояние. Дополнительный бозон может не менять спин частиц, а значит и состояние частицы.

При этом скорости частиц вакуума  $V_l$ , образующих элементарные частицы могут приближаться к скорости света  $u_l = \frac{V_l}{c\sqrt{1 - V^2/c^2}}$ , не достигая ее. При этом четырехмерная скорость  $u_l$  может быть больше единицы.

### Глава 13. Перенормировки и комплексное пространство

#### Аннотация

В квантовой электродинамике при вычислении параметров системы действительное решение системы нелинейных уравнений в частных производных стремится к бесконечности в случае наличия комплексных положений равновесия, образуя обобщенные функции. Поэтому для устранения этих бесконечностей прибегают к перенормировкам. На примере уравнения для скалярного поля показано, что комплексное решение этого

уравнения конечно, и прибегать к перенормировкам нет необходимости. В статье получено собственное значение энергии для скалярного поля. Кроме того, решена задача для определения энергии системы, состоящей из бозонов и фермионов.

### 13.1. Описание необходимости комплексного пространства

Покажем, что собственное значение энергии может быть комплексным. Так для ямы постоянной глубины  $U_0$  размером  $a$ , см. задачу в [6, стр.90] §22. Вне ямы решение имеет вид  $\psi_n = b \exp(\pm \chi_n x)$ ,  $\chi_n = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E_n)}$ . Внутри ямы решение ищем в виде  $\psi_n = c \sin(k_n x + \delta)$ ,  $k_n = \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar}$ .

Условие непрерывности волновых функций  $\psi'_n / \psi_n$  на границе ямы, определяет в неявном виде значение энергии

$$k_n a = n\pi - 2 \arcsin \frac{k_n \hbar}{\sqrt{2mU_0}}$$

Откуда определится действительное и комплексное значение энергии  $E_n$  во всем пространстве. Комплексное значение  $E_n$  получается при значении аргумента у арксинуса больше единицы.

### 13.2. Упрощение вычислений в комплексном пространстве

В комплексном пространстве возможно описание скалярного поля без использования перенормировок. Перенормировки в квантовой теории поля возникли из-за стремления действительного решения к бесконечности, при наличии комплексных координат положения равновесия. Простейшей

системой, для которой используется перенормировка, является функция плотности Лагранжа скалярного поля, которая в случае комплексного скалярного поля имеет вид

$$L = (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi^*) - m^2 \varphi \varphi^* - g(\varphi \varphi^*)^2 / 2$$

При этом тензор плотности энергии и импульса равен

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \varphi^* \partial_\nu \varphi + \partial_\nu \varphi^* \partial_\mu \varphi - L g_{\mu\nu}$$

При этом плотность энергии и импульса равна

$$T_{00} = \hbar \left( \frac{\partial \varphi^*}{c \partial t} \frac{\partial \varphi}{c \partial t} + \nabla \varphi^* \nabla \varphi + m^2 c^2 \varphi^* \varphi / \hbar^2 + g(\varphi^* \varphi)^2 / 2 \right)$$

$$c T_{i0} = \hbar \left( \frac{\partial \varphi^*}{c \partial t} \frac{\partial \varphi}{\partial x^i} + \frac{\partial \varphi^*}{\partial x^i} \frac{\partial \varphi}{c \partial t} \right)$$

Тензор энергии и импульса является действительным. При этом поле  $\psi$  имеет размерность  $cm^{-1/2}s^{-1/2}$ .

А импульс и энергия поля равны

$$P_\mu = \int T_{\mu 0} d^3 x.$$

При этом как показано в начале статьи собственные значения энергии и импульса могут быть комплексные. Значит, определение действительной функции плотности Лагранжа не включает комплексное значение и является ошибочным. Функция плотности Лагранжа надо определять без учета комплексно сопряженных членов в виде

$$L = (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi) / 2 - m^2 \varphi^2 / 2 - g \varphi^4 / 4 \quad (13.2.1)$$

Функция плотности Лагранжа (13.2.1) сводится к уравнению с комплексным скалярным квантовым полем и к уравнению, определяющему критическую фазу функционального интеграла



$$\frac{\partial}{\partial A} \left[ \frac{\partial A}{\partial x^l} \frac{\partial A}{\partial x^l} / 2 - m^2 A^2 / 2 - gA^4 / 4 \right] = -m^2 A - gA^3 = 0$$

Должны выполняться равенства

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^{02}} = \Delta A + m^2 A + gA^3 \quad (13.2.2)$$

$$m^2 A + gA^3 = 0$$

Получим его решение с помощью метода Галеркина путем подстановки

$A(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{x})$ . Причем функции  $g_n(\mathbf{x})$  должны удовлетворять уравнению  $\Delta g_n(\mathbf{x}) = 0$ .

В качестве базисных функций можно выбрать абсолютно сходящиеся при конечных коэффициентах  $\alpha_n$  при условии  $r > a$  сферические функции

$g_n(x) = \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} Y_{nm}(\theta, \varphi)$ . Подставляем в первое уравнения (13.2.2) решение в виде ряда, умножаем на величину  $h_n^*(\mathbf{x}) = g_n^*(\mathbf{x})$ , ( $h_1(\mathbf{x}) = 1$ ), и интегрируем по пространству, получаем уравнения

$$\frac{d^2 \alpha_m}{dx^{02}} = (F_{mnkl} \alpha_k \alpha_l + m^2 \delta_{mn}) \alpha_n \quad (13.2.3)$$

Определим координаты положения равновесия для этой системы нелинейных уравнений. Эта система нелинейных уравнений разбивается на линейное уравнение, из которого переменная  $\alpha_n$  определится с точностью до множителя из линейного уравнения

$$(F_{mnkl} \alpha_k \alpha_l + m^2 \delta_{mn}) \alpha_n = 0.$$

Для того чтобы эта система имела решение, определитель этой системы уравнений должен быть нулевой

$$\left| F_{mnkl} \alpha_k \alpha_l + m^2 \delta_{mn} \right| = 0 \quad (13.2.4)$$

Тогда имеем первое приближение  $\alpha_n^0 = \beta$ . Откуда из равенства нулю определителя определяем комплексную константу  $\beta$ . Подставляем в матрицу уравнения (13.2.4) комплексное значение  $\alpha_n^0$  и из линейного уравнения определяем  $\alpha_n^1$  с точностью до множителя, который определяем подстановкой в определитель (13.2.4). В результате итераций получаем конечную совокупность (при бесконечном числе членов ряда счетную) количества комплексных в общем случае решений.

При этом координаты положения равновесия не устойчивы, так как решение линеаризованной системы уравнений  $\exp(\pm\sqrt{\lambda}t)$ . Это приводит к бесконечности решения в случае действительного решения при комплексных координатах положения равновесия (см. [2]). И к чередованию приближения к координате положения равновесия в случае комплексного решения (см. [2]). Т.е. на интервале времени, характерном для квантового описания системы, имеется множество приближений к координатам положения равновесия, но измерение квантовой механики реализует одно из них. Но определяемые этими координатами положения равновесия собственные значения квантовой системы устойчивы. В результате измерения квантовой системы получается одно собственное значение.

При этом, так как дифференциальное уравнение (13.2.3), полученное из уравнения движения (13.2.2), имеет в общем случае комплексные координаты положения равновесия, ее действительное решение согласно теореме 1 см. [31] стремится к бесконечности и как это описано в литературе является обобщенной функцией. При этом комплексное решение этого нелинейного уравнения конечно согласно теореме 2 см. [31], и сводится к чередованию приближения к координатам положения равновесия.

Можно прибегнуть к другому способу вычисления собственных значений, рассматривая решение двух уравнений

$$\begin{aligned} \Delta A + m^2 A + gA^3 &= 0 \\ m^2 A + gA^3 &= 0 \end{aligned} \quad (13.2.5)$$

При этом в случае определения энергии со знаком комплексного сопряжения, величины положительных элементов из  $A^*A$  могут оказаться отрицательными, и из-за этого возникают перенормировки. В случае определения  $A^2$  эти величины будут комплексные.

Решение ищем в комплексном пространстве в виде

$$\begin{aligned} A(x) &= \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \alpha_n g_n(x_1, x_2, x_3) = \\ &= \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \alpha_n \left[ \frac{a(\psi_1, \psi_2)}{r} \right]^{n_3} \sin n_1 \psi_1 \sin n_2 \psi_2 \end{aligned} \quad (13.2.6)$$

Где величины углов равны

$$\begin{aligned} \psi_l &= \arg(x_3 + ix_l) = \arg[\operatorname{Re} x_3 - \operatorname{Im} x_l + i(\operatorname{Re} x_l + \operatorname{Im} x_3)] = \arctan\left(\frac{\operatorname{Re} x_l + \operatorname{Im} x_3}{\operatorname{Re} x_3 - \operatorname{Im} x_l}\right), \\ r^2 &= x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \end{aligned}$$

Подставляем формулу (13.2.6) в дифференциальное уравнение (13.2.5), умножаем уравнение на величину  $g_m(x_1, x_2, x_3), m_1, m_2, m_3 = 1, \dots, N; \psi_{1,1,1}(x_1, x_2, x_3) = 1$ , и интегрируем по комплексному пространству, получим систему  $2N^3$  уравнений с  $2N^3$  неизвестными.

$$(F_{mnkl} \alpha_k \alpha_l + m^2 \delta_{mn}) \alpha_n = 0.$$

Решение с помощью функций (13.2.6) сходится лучше, чем с помощью сферических функций. Сферическая система координат не периодичная, угол

$\theta \in [0, \pi]$ , и поэтому коэффициенты ряда по сферическим функциям на бесконечности индекса стремятся к бесконечности. Так разложение плоской волны по сферическим функциям, имеет вид

$$\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2\pi}{kr}} \sum_{n=0}^{\infty} i^n \sqrt{n+1/2} J_{n+1/2}(kr) \theta_{n0}(\cos \theta)$$

Где сферические функции  $\theta_{n0}(\cos \theta)$  ортонормированы.

При этом коэффициенты ряда Фурье в случае непрерывной функции сходятся на бесконечности индекса быстрее чем  $1/n^2$ . Т.е. второе решение сходится лучше, чем решение со сферическими функциями. Причем нулевое приближение для коэффициентов, можно брать в виде  $\alpha_n^0 = \frac{\beta^0}{(n_1^2 + 1)(n_2^2 + 1)}$ , а

следующее приближение в виде  $\alpha_n^1 = \frac{\beta_n^1}{(n_1^2 + 1)(n_2^2 + 1)}$ , что ускорит процесс

сходимости определения коэффициентов.

Отметим, что функциональный интеграл можно вычислить методом перевала. При этом критическая точка, или точка перевала функционального

интеграла равна функции  $A(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{x})$  и не зависит от времени, т.е.

функциональный интеграл можно проинтегрировать по времени в критической точке. Причем критических точек имеется счетное количество, как и количество собственных значений оператора энергии. При этом возникнет большой параметр, равный приращению времени и интеграл можно считать методом перевала, причем фаза и амплитуда метода перевала определится в виде конечного интеграла.

Запишем выражение, определяющее собственную энергию частицы

$$\begin{aligned}
\widehat{H}\varphi &= P_N^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} i^n / n! \int [dA] \widehat{H}A(\mathbf{x}) \left( \int L_1[A] d^4 y \right)^n \exp[i \int L_0[A] d^4 y] = \\
&= P_N^{-1} \int [dA] \widehat{H}A(\mathbf{x}) \exp[i \int L[A] d^4 y] = \\
&= P_N^{-1} \widehat{H}A(\mathbf{x}) \frac{\exp[i \int_{x_1^3-3\sigma}^{x_N^3+3\sigma} \int_{x_1^2-3\sigma}^{x_N^2+3\sigma} \int_{x_1^1-3\sigma}^{x_N^1+3\sigma} (x_N^0 - x_1^0) L[\sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{y})] d^3 y]}{\sqrt{\int i(x_N^0 - x_1^0) \partial^2 L[\sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{y})] / \partial A^2 d^3 y}} = \\
&= \partial_k \varphi \partial^k \varphi + m^2 \varphi^2 / 2 + g \varphi^4 / 4 |_{\varphi=A(\mathbf{x})}
\end{aligned}$$

Где величина

$$P_N = \int [dA] \exp[i \int L[A] d^4 y] = \frac{\exp[i \int_{x_1^3-3\sigma}^{x_N^3+3\sigma} \int_{x_1^2-3\sigma}^{x_N^2+3\sigma} \int_{x_1^1-3\sigma}^{x_N^1+3\sigma} (x_N^0 - x_1^0) L[\sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{y})] d^3 y]}{\sqrt{\int i(x_N^0 - x_1^0) \partial^2 L[\sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{y})] / \partial A^2 d^3 y}}.$$

Так подынтегральное выражение в фазе экспоненты не зависит от времени, по времени можно проинтегрировать, и получим большой параметр  $x_N^0 - x_1^0$ .

Где величина классической функции плотности Лагранжа равна  $L = \partial_k A \partial^k A - m^2 A^2 / 2 - g A^4 / 4$ , а функция плотности Гамильтона равна  $\widehat{H}(\varphi) = (\partial_k \varphi)^2 / 2 + m^2 \varphi^2 / 2 + g \varphi^4 / 4$ .

Причем значение  $A(\mathbf{x})$  не зависит от времени в точке координаты положения равновесия. При этом значение величины  $A$  надо брать из формулы  $A = \sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{x})$ . Фаза и амплитуда формулы метода перевала считается с помощью континуального интеграла. При этом имеется точка метода перевала  $A = im / \sqrt{g}$ , в которой  $L = -(\partial_l A)^2 / 2 - g(A^2 + m^2 / g)^2 / 4 + m^4 / 4g^2$ . Используя точку метода

перевала  $A = \sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{x})$ , причем в точке перевала  $A^2 + m^2 / g = 0$  получим

$L = -(\partial_l \operatorname{Re} A)^2 / 2 + (\partial_l \operatorname{Im} A)^2 / 2 - i(\partial_l \operatorname{Re} A)(\partial_l \operatorname{Im} A)$ . Константа сократится при нормировке.

Выбираем контур, удовлетворяющий  $\partial_l \operatorname{Im} A = \partial_l \operatorname{Im} \sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{x}) = 0$ ,

получаем зависимость  $\operatorname{Im} x_l = f_l(\operatorname{Re} x_1, \operatorname{Re} x_2, \operatorname{Re} x_3), l = 1, \dots, 3$  и интегрируем по действительной переменной, используя вычисленные мнимые значения переменных, для нахождения фазы интеграла. При этом используется метод стационарной фазы, так как функция Лагранжа умножается на мнимую единицу.

Причем точек перевала имеется счетное количество, но энергия состояния определяется по единой формуле для любой одной точки метода перевала. Одна точка метода перевала определяет одну совокупность координат положения равновесия и одно значение энергии состояния. Плотность энергии равна

$$H(\mathbf{x}) = (\partial_k \varphi)^2 / 2 + m^2 \varphi^2 / 2 + g \varphi^4 / 4 |_{\varphi=A(\mathbf{x})},$$

где энергия берется при квантовом поле равном классическому полю, полученному с помощью метода Галеркина. Количество собственных значений энергии определяется числом совокупностей положения равновесия системы (13.2.2).

При этом в случае вычисления скалярного поля имеем для него конечное значение

$$\begin{aligned}
\varphi(x) &= P_N^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} i^n / n! \int [dA] A(\mathbf{x}) \left( \int L_1[A] d^4 y \right)^n \exp[i \int L_0[A] d^4 y] = \\
&= P_N^{-1} \int [dA] A(\mathbf{x}) \exp[i \int L[A] d^4 y] = \\
&= P_N^{-1} A(\mathbf{x}) \frac{\exp[i \int_{x_1^3-3\sigma}^{x_N^3+3\sigma} \int_{x_1^2-3\sigma}^{x_N^2+3\sigma} \int_{x_1^1-3\sigma}^{x_N^1+3\sigma} (x_N^0 - x_1^0) L[\sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{y})] d^3 y]}{\sqrt{i(x_N^0 - x_1^0) \partial^2 L[\sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{y})] / \partial A^2 d^3 y}} = A(\mathbf{x})
\end{aligned}$$

Получаем, что квантовое поле равно классическому полю

$$\varphi(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n g_n(\mathbf{x}) \text{ и, следовательно, комплексная энергия этого поля}$$

равна  $E = \int \hat{H}[A(\mathbf{x})] d\mathbf{x}^3$ , причем количество собственных энергий равно количеству совокупностей координат положения равновесия, т.е. при бесконечном числе членов ряда имеется счетное количество собственных значений энергии.

Представляет интерес исследование Лагранжиана полей материи со спином  $1/2$  и бозонов со спином 1 в случае наличия скалярного и электромагнитного поля. Уравнения взяты из [32]

$$\begin{aligned}
L_{inv} &= -(F_{\mu\nu}^a)^2 / 4 + (D^\mu \varphi) D_\mu \varphi + \psi (i \gamma^\mu D_\mu - m) \psi + V(\varphi^2) \\
D_\mu \psi &= (\partial_\mu + ig A_\mu) \psi \\
F_{\mu\nu}^\alpha &= \partial_\mu A_\nu^\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha - g c_{\alpha\beta\gamma} A_\mu^\beta A_\nu^\gamma \\
A_\mu &= A_\mu^\alpha t_\alpha
\end{aligned}$$

При этом для получения комплексной энергии знак комплексного сопряжения надо убрать. Они сводятся к системе уравнений (без учета комплексного сопряжения, а с учетом транспонированной функции)

$$\begin{aligned}
& \partial_\mu F_\alpha^{\mu\nu} + g[C_{abc}A_{b\mu}F_c^{\mu\nu}] = j_\alpha^\nu \\
j_\alpha^\nu &= g\bar{\psi}\gamma^\nu t_\alpha\psi + ig[\varphi t_\alpha(D^\nu\varphi) - (D^\nu\psi)t_\alpha\varphi] = \\
&= g\bar{\psi}\gamma^\nu t_\alpha\psi - ig\varphi\partial^\nu t_\alpha\varphi - 2g^2 A_b^\nu(\varphi \cdot t_\alpha t_b\varphi) \\
D_\mu D^\mu\varphi &= -\frac{\partial V}{\partial\varphi}, D_\mu = \partial_\mu + A_\mu^\alpha t_\alpha \quad . \quad (13.2.7) \\
D_\mu\gamma^\mu\psi &= m\psi \\
D_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu &= -m\bar{\psi}
\end{aligned}$$

Где интеграл энергии определяется по формулам

$$\begin{aligned}
H &= \int dx^3 \left[ \frac{1}{2}(B_a B_a + E_a E_a) + (D\varphi)D\varphi + V(\varphi) + \bar{\psi} \left( \frac{1}{i}\alpha D + \beta m \right) \psi \right] \\
E_a &= -\nabla A_a^0 - \frac{\partial A_a}{\partial t} - gC_{abc}A_b A_c^0, B_a = \nabla \times A_c + \frac{g}{2}C_{abc}A_b \times A_c, \quad (13.2.8) \\
\alpha &= \gamma^0\gamma, \beta = \gamma^0
\end{aligned}$$

При этом интеграл плотности энергии считается с помощью функционального интеграла

$$H = P_N^{-1} \int [dA][d\psi][d\bar{\psi}][d\varphi] H(A, \psi, \bar{\psi}, \varphi) \exp[i \int L_{inv}(A, \psi, \bar{\psi}, \varphi) dx^4]. \quad (13.2.9)$$

Где величина

$$P_N = \int [dA][d\psi][d\bar{\psi}][d\varphi] \exp[i \int L_{inv}(A, \psi, \bar{\psi}, \varphi) dx^4]$$

Нужно свести систему уравнений (13.2.7) к обыкновенным дифференциальным уравнениям, найти их координаты положения равновесия и воспользоваться методом перевала по пространственным переменным. Координаты положения равновесия от времени не зависят, так что появляется большой параметр, определяющий применение метода перевала. Координаты



положения равновесия нужно считать таким образом, чтобы они соответствовали критическим точкам интеграла.

Электромагнитное поле задается формулами

$$A_a^\mu(x) = \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \alpha_{na}^\mu g_n(x_1, x_2, x_3). \quad (13.2.10a)$$

Волновая функция бозонов задается формулами

$$\varphi(x) = \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \beta_n g_n(x_1, x_2, x_3). \quad (13.2.10б)$$

Спиноры фермионов со спином  $1/2$  задаются формулами

$$\begin{aligned} \psi_i(x) &= \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \gamma_{ni} g_n(x_1, x_2, x_3) \\ \bar{\psi}_i(x) &= \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \bar{\gamma}_{ni} g_n(x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \quad (13.2.10в)$$

Функциональная критическая точка определяется из уравнений

$$\frac{\partial L_{inv}}{\partial A_a^\mu} = 0; \quad \frac{\partial L_{inv}}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial L_{inv}}{\partial \psi_i} = 0; \quad \frac{\partial L_{inv}}{\partial \bar{\psi}_i} = 0. \quad (13.2.11)$$

Количество уравнений в два раза превышает количество неизвестных  $A_a^\mu, \psi_i, \bar{\psi}_i, \varphi$ . При этом в силу определения энергии в комплексном пространстве комплексно сопряженная переменная  $\varphi^*$  определяется равной  $\varphi$ . Производная по времени равна нулю, в силу отсутствия зависимости от этой переменной. Подставляем формулы (13.2.10) в уравнения (13.2.7) и

(13.2.11), умножаем на величину  $g_p(\mathbf{x})$ , интегрируем по пространству. Получаем уравнения

$$F_l(\alpha_{na}^\mu, \beta_m, \gamma_{ki}, \bar{\gamma}_{si}) = 0.$$

Решая эту систему нелинейных уравнений определим комплексные координаты положения равновесия, учитывающие как уравнение движения, так и критические точки. Причем в данном случае количество неизвестных и уравнений совпадает. Подставляем в фазу интеграла (13.2.9), причем действительную часть фазы приравняем нулю, т.е. мнимую часть Лагранжиана приравняем нулю, получим формулы  $\text{Im } x_l = F_l(\text{Re } x_1, \text{Re } x_2, \text{Re } x_3), l = 1, \dots, 3$ . Так как в фазе стоит множителем мнимая единица, применяем метод стационарной фазы к функциональному интегралу, и критической точке соответствуют определенные координаты положения равновесия, вычисляем фазу интеграла. При этом энергия равна  $E = \int H(A, \psi, \bar{\psi}, \varphi) dx^3$  где интеграл берется в зависимости от формул (13.2.10).

#### **Глава 14. Счетное количество комплексных радиационных поправок**

Радиационные поправки возникают вследствие нелинейности уравнений по их определению. При этом как любое нелинейное уравнение они имеют границу применимости. Причем эта граница может быть плавной. В классической физике имеется аналогичная граница, граница между турбулентным и ламинарным режимом. Аналогичная граница между связанным и свободным состоянием в квантовой механике. Описывать радиационные поправки надо не с помощью приближенной теории возмущений, а вводя перед детерминированным параметром квадрат волновой функции. Тогда задача будет не линейная. Нельзя использовать модуль волновой функции, так как в

результате численного счета он может оказаться отрицательным, что приведет к не разрешимым противоречиям. Способ решения нелинейных уравнений описан в [35]. При этом окажется, что комплексных радиационных поправок имеется счетное количество. Причем среди них окажется конечное количество действительных поправок.

Радиационные поправки возникают вследствие нелинейности амплитуды рассеяния

$$2 \operatorname{Im} M_{ii} = \frac{|P|}{(4\pi)^2 \varepsilon} \sum_{\text{поля\rho}} \int |M_{ni}|^2 d\Omega$$

При превышении порогового состояния рождения виртуальным фотоном одной электрон-позитронной пары. Граница, определяющая переход от волновых свойств к корпускулярным определяется количеством частиц вакуума в одном кванте частицы см. главу 2

$$R = \frac{Va}{v} = \frac{mVa}{\hbar} = N_{cr} = \frac{4m}{m_\gamma} \left( \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1 \right)^2, v = \frac{\hbar}{m}.$$

В гидродинамике это граница между турбулентным, корпускулярным и ламинарным, волновым режимом. Если  $\frac{mVa}{\hbar} > N_{cr}$  частица проявляет волновые свойства, при обратном неравенстве корпускулярные. При этом граничная скорость образования электрон-позитронной пары из фотона равна  $V/c = \sqrt{5}/3$ , что соответствует  $\frac{2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 2 = 1$ .

При этом определение амплитуды рассеяния сводится к уравнению

$$\operatorname{Im} P(t) = -\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{t-4m^2}{t}} (t+m^2).$$

Это уравнение определяет только действительное значение  $\text{Im}P(t)$ , причем область  $0 < t/m^2 < 4$  оказалась не физической. Действительно в этой области действительная величина мнимой части комплексного числа оказалась мнимой, что невозможно. Но произошло это из-за введения комплексно сопряженного числа. Если использовать условие (14.1), то никакой не физической области не будет

$$M_{ik} - M_{ik}^{-1} = \frac{|P|}{(4\pi)^2 \varepsilon} \sum_{\text{поляр}} \int M_{ni} M_{nk}^{-1} d\Omega. \quad (14.1)$$

Оно получается в силу антиунитарного без комплексного сопряжения, комплексного значения тензора рассеяния  $M_{ik} = -M_{ki}^{-1}$ . При этом при определении тока элементарных частиц вместо унитарного оператора надо использовать  $\hat{\psi}\hat{\psi}^{-1} = -1, \hat{\psi}^{-1}(\hat{\psi}, \hat{\psi}) = -\hat{\psi}$ . При этом для устранения возможной особенности Лагранжиана, умножаем его на скалярное произведение  $(\hat{\psi}, \hat{\psi})L = (\partial_{\mu}\hat{\psi}^{-1}\partial^{\mu}\hat{\psi} - m^2\hat{\psi}^{-1}\hat{\psi})(\hat{\psi}, \hat{\psi}) = -\partial_{\mu}\hat{\psi}\partial^{\mu}\hat{\psi} + m^2\hat{\psi}^2$ . Лагранжиан инвариантен относительно преобразования  $\psi \rightarrow \exp(i\alpha)\psi; \psi^{-1} \rightarrow \exp(i\alpha)\psi^{-1}$ . При этом для устранения возможной особенности тока умножаем его на скалярное произведение волновых функций и четырехмерный вектор тока равен  $(\hat{\psi}, \hat{\psi})\hat{j}^{\mu} = 2i(\hat{\psi}, \hat{\psi})\hat{\psi}^{-1}\partial^{\mu}\hat{\psi} = -2i\hat{\psi}\partial^{\mu}\hat{\psi} = -i\partial^{\mu}\hat{\psi}^2$ . Причем получится  $(\hat{\psi}, \hat{\psi})\partial_{\mu}\hat{j}^{\mu} = -i\partial_{\mu}\partial^{\mu}\hat{\psi}^2 = 0$ . В результате получится уравнение

$$2M_{ii} = -\frac{|P|}{(4\pi)^2 \varepsilon} \sum_{\text{поляр}} \int M_{ni} M_{in} d\Omega.$$

Которое справедливо во всей области параметров, получаем уравнение

$$P(t) = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{t - 4m^2}{t}} (t + m^2). \quad (14.2)$$

Это уравнение допускает мнимое значение  $P(t)$  и вычислять по мнимой части действительную часть нет необходимости, мнимое значение  $P(t)$  определяется из формулы (14.2).

Так радиационные поправки к полю Кулона имеет приближенную границу, равную  $a = \frac{\hbar}{mc}$ . Для применимости предложенного критерия импульс фотонов должна равняться в статическом поле величине  $\frac{V}{c} = \frac{P}{mc} = \left(\frac{m_\gamma}{m}\right)^{1/4} = (10^{-65+27})^{1/4} = 10^{-19/2}$ . В силу малой массы фотона импульс его должен равняться нулю. Действительно вектор Умнова - Пойнтинга равен нулю в статическом поле, длина волны равна бесконечности. Зная массу фотона можно оценить длину волны статического поля.

Но как учесть радиационную поправку при рассмотрении корпускулярных свойств статического электрического поля. Для этого необходимо решить задачу по совместному решению уравнения Шредингера и Лапласа см. [5]

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V\psi$$

$$\Delta V = e^2 \psi^2 \frac{m^3 e^6}{\hbar^6}$$

Решая совместно эту систему уравнений в комплексной плоскости, без знака комплексного сопряжения у квадрата волновой функции получим неоднозначное значение радиационной поправки. Надо использовать квадрат волновой функции, иначе будет необходимо прибегать к перенормировкам, так как в результате численного счета возникнет отрицательное значение модуля комплексного числа.

Потенциал и волновую функцию ищем в виде

$$\psi(r) = \sum_{n=1}^N a_n \exp(-n^2 r^2 / r_0^2) = \sum_{n=1}^N a_n g_n(r)$$

$$V(r) = \sum_{k=1}^N b_k \frac{1 - \exp(-k^2 r^2 / r_0^2) \cos 2kr / r_0}{r} = \sum_{k=1}^N b_k h_k(r).$$

$$r_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

Где потенциал определится с точностью до радиационной поправки. Причем имеем  $\sum_{k=1}^N b_k = 1$  и в результате получим счетное количество радиационных поправок. Это говорит о том, что радиационные поправки не имеют постоянного значения и меняются не предсказуемым образом. Вычисленные в [5] радиационные поправки только один из вариантов их действительных значений.

При этом как и всякое нелинейное уравнение оно допускает критическое значение, при котором происходит переход к комплексному решению. Так уравнение Навье – Стокса при числе Рейнольдса больше критического допускает переход к комплексному решению см. [36]. Происходит переход в комплексную плоскость при изменении связанного состояния на свободное состояние в водородоподобных атомах. Причем уравнение Шредингера эквивалентно нелинейному уравнению Навье – Стокса см. [10]. Это общее свойство нелинейных дифференциальных уравнений.

Совершенно аналогично надо рассматривать другие физические задачи по определению радиационных добавок. Надо учитывать вероятностный характер детерминированных параметров. При этом возникнут нелинейные уравнения, которые надо решать в комплексной плоскости с квадратом волновой функции, а не с модулем волновой функции. При этом существует счетное количество комплексных, разных, радиационных поправок.

## 15. Точность аппроксимации калибровочных производных в стандартной модели

Стандартная модель основываясь на классической электродинамике использует понятие калибровочной производной. Покажем, что неизвестная функция в электродинамике определяется массой элементарной частицы, что накладывает ограничение на ее произвольное значение. Точность калибровочной производной равна приведенному к одинаковой размерности отношению массы элементарной частицы к ее заряду, так как произвольная функция в калибровочной производной определяется.

Учет гравитационного поля делает стандартную модель замкнутой и дополнительные калибровочные соотношения не требуются, все независимые функции определяются. Количество независимых неизвестных функций совпадает с количеством независимых уравнений.

Попробуем построить вектор Пойнтинга в случае равенства нулю классического электрического и магнитного напряжения для этой системы координат. Согласно квантовой механике переносимый импульс равен  $\hbar\mathbf{k}$  с переносимой энергией  $\hbar\omega$ . Но это соотношение справедливо для спектра вектор потенциала калибровочной части электромагнитного поля. Спектр вектора потенциала равен  $a_\mu(\mathbf{k}) = k_\mu c(\mathbf{k}) + e_\mu^a(\mathbf{k})b_a(\mathbf{k})$ , где первый член соответствует спектру потенциала калибровочного поля см. [37] и квантовому описанию энергии частиц и поля  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, a_\mu = k_\mu c(\mathbf{k})$ . Калибровочная часть векторного потенциала определяет импульс электромагнитного поля. Имеем формулу для вектор-потенциалов и их спектра  $A_\mu(\mathbf{x}) = \int a_\mu(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}) d^4\mathbf{k}$ .

Возможна ситуация, когда величина энергии не равна нулю из-за наличия градиентной калибровочной части электромагнитного поля

$$eA_l = e \frac{\partial f}{\partial x^l}, e\varphi = -\frac{\partial f}{c\partial t} \quad (\text{калибровочное поле соответствует квантовому}$$

описанию энергии частиц). Поток и плотность энергии равна нулю, так как магнитное и электрическое поле равно нулю и при нулевой напряженности поля имеем нулевое значение импульса поля, хотя оно согласно квантовой механике отлично от нуля. Эту ситуацию нужно исправить, вводя дополнительный член в связи напряженности и вектор потенциалов.

Оказалось, что дополнительный член соответствует гравитационному полю, и образует градиентные компоненты гравитационного поля. Компоненты антисимметричного тензора электромагнитного поля будучи умноженными на мнимую единицу становятся эрмитовыми. Путем использования

обоснованных действительных членов  $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k} \sim -m\sqrt{\gamma}/e$  описывают

гравитационные добавки к электромагнитному полю. Калибровочная градиентная квантовая энергия и импульс оказываются равны

$$P_l = -\frac{m\sqrt{\gamma}}{e} \hbar k_l, l = 0, \dots, 3, \text{ соленоидальная часть энергии и импульса равна}$$

$P_l = \hbar k_l, l = 0, \dots, 3$ . При массе частицы, образующей поле, равной нулю, калибровочный поток энергии и импульса равен нулю и калибровочное поле равно нулю.

### 15.1 Построение комплексного вектора Умова-Пойнтинга

Вектор переносимой энергии равен



$$\text{Im} S_i = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}, \mathbf{H}]_i = \frac{c}{4\pi} g^{ks} E_s \left( \frac{\partial \text{Im} A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial \text{Im} A_i}{\partial x^k} \right) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^a.$$

Где  $g^{ks}$  контравариантная часть метрического тензора пространства Минковского. При напряженности магнитного поля равной нулю согласно классическим уравнениям Максвелла энергия не переносится. Но энергия переносится и при напряженности магнитного поля равной нулю, что следует из эффекта Аронова – Бома в микромире. Электрон отклоняется при воздействии нулевого поля  $H$ , если величина векторного потенциала не нулевая. Получается, что, если выполняется условие

$$\frac{\partial A_p}{\partial x^q} - \frac{\partial A_q}{\partial x^p} = 0, p, q = 0, \dots, 3 \text{ в некоторой области пространства, напряженность}$$

электрического и магнитного поля равняется нулю, а как показывает квантовая механика, сила продолжает действовать, отклоняя электрон, поле  $H$  и  $E$  продолжает существовать. Имеется дополнительный член, определяющий поля  $H$  и  $E$ , кроме соленоидальных действительных полей

$$\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A} \text{ и поля } E_l = \frac{\partial A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial A_l}{\partial x^0}.$$

Используемая на сегодняшний день часть энергии связана с мнимой, антисимметричной дисперсионной частью электромагнитной энергии, связанной с соленоидальной частью энергии.

Введем действительную, продольную, симметричную часть электромагнитной энергии, равную градиентной части энергии

$$\text{Re} S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \left( \frac{\partial \text{Re} A_k}{\partial x^i} + \frac{\partial \text{Re} A_i}{\partial x^k} \right) = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^i \partial x^k} = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^s$$

Тогда полный комплексный тензор энергии равен

$$S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l (F_{ik}^s + iF_{ik}^a) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^{sa}$$

Величина мнимой, соленоидальной, антисимметричной напряженности электрического поля определяется по формуле

$$\text{Im } g^{kl} E_l = g^{kl} \left( \frac{\partial \text{Im } A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial \text{Im } A_l}{\partial x^0} \right) = g^{kl} F_{l0}^a, A^0 = A_0 = \varphi, \quad \text{соответствующей}$$

поперечной волне. Величина потенциала равна  $A_p = (A_0, -\mathbf{A})$ ;  $F_{l0}^a = -E_l$ .

Введем градиентную, симметричную, действительную часть напряженности электрического поля

$$\text{Re } E^k = g^{kl} E_l = g^{kl} \left( \frac{\partial \text{Re } A_0}{\partial x^l} + \frac{\partial \text{Re } A_l}{\partial x^0} \right) = g^{kl} F_{l0}^s = g^{kl} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^0},$$

соответствующей продольной волне. Имеем  $\chi = \psi$  в силу эквивалентности пространства-времени. Тогда вектор Пойнтинга запишется в виде

$$S_i = \frac{cg^{kl}}{4\pi} (F_{l0}^s + iF_{l0}^a) F_{ik}^{sa} = \frac{cg^{kl}}{4\pi} F_{l0}^{sa} F_{ik}^{sa}.$$

В этих формулах переменные индексы изменяются от 1 до 3. Определенный таким способом вектор Пойнтинга совпадает со старым определением этого вектора при градиентной части, равной нулю. При соленоидальной части, равной нулю, поток энергии может не равняться нулю из-за градиентной части энергии.

Электромагнитному полю  $A_l$  соответствует, соленоидальная, антиэрмитова часть поля  $\text{Im } F_{lk} = \frac{\partial \text{Im } A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \text{Im } A_k}{\partial x^l}$ , которая имеет положительный и отрицательный знак и мнимое собственное число. Антиэрмитова часть умножается на мнимую единицу и становится эрмитовой, с действительным собственным числом.

Для векторного и скалярного потенциала получим волновое размерное уравнение с мнимым зарядом и массой электрона

$$\Delta A_k - \frac{\partial^2 A_k}{c^2 \partial t^2} = 4\pi(-ie + m\sqrt{\gamma})u_k \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 4\pi r u_k, k = 0, \dots, 3. \quad (15.1.1)$$

Где величина  $\gamma$ , это гравитационная постоянная. Согласно ОТО при малых поправках к тензору Галилея, поправка гравитационного поля подчиняется волновому уравнению. Это уравнение справедливо, его действительная часть описывает слабое гравитационное поле, а мнимая часть слабое электромагнитное поле. Слабость поля проявляется в его линейности, сильное поле подчиняется нелинейным уравнениям. Введение мнимого заряда позволяет единым образом описывать электромагнитное и гравитационное поле, т.к. формула для взаимодействия одинаковых зарядов и масс будет иметь одинаковый вид.

Рассмотрим тензор с индексами, изменяющимися от 0 до 3 у соленоидальной

части потенциала  $\text{Im } F_{lk} = \frac{\partial \text{Im } A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \text{Im } A_k}{\partial x^l}$  образует мнимую часть

потенциала, а градиентная часть с индексами, изменяющимися от 0 до 3

$\text{Re } F_{lk} = \frac{\partial \text{Re } A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \text{Re } A_k}{\partial x^l} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ , образует действительную часть

потенциала. Дифференцируя уравнение (15.1.1) по величине  $x^l$  и комплексно

сопряженное уравнение по величине  $x^l$  и меняя индексы в комплексно

сопряженном уравнении, и вычитая и складывая эти уравнения, получим

$$\begin{aligned}
& \Delta \left( \frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l} \right) - \frac{\partial^2 \frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}}{c^2 \partial t^2} = 4\pi \left( \operatorname{Im} \frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \operatorname{Im} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l} \right), \\
& \Delta \left( \frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l} \right) - \frac{\partial^2 \frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}}{c^2 \partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^k} \left( \Delta \chi - \frac{\partial^2 \chi}{c^2 \partial t^2} \right) = \\
& = 4\pi \left[ \operatorname{Re} \frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \operatorname{Re} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l} \right] = \\
& = 4\pi n \sqrt{\gamma} \left( \frac{\partial u_l}{\partial x^k} \prod_{m=1}^3 \delta(x_m - x_{m0}) + \frac{\partial u_k}{\partial x^l} \prod_{m=1}^3 \delta(x_m - x_{m0}) \right)
\end{aligned} \tag{15.1.2}$$

Имеем, что матрица  $\operatorname{Im} \frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \operatorname{Im} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$  анти эрмитова, т.е. собственные числа мнимые, а матрица  $\operatorname{Re} \frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \operatorname{Re} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$  эрмитова, т.е. собственные числа действительны.

Внутри соленоида суммирование величин  $\frac{\partial u_2}{\partial x^1} - \frac{\partial u_1}{\partial x^2} = \frac{\partial e_{213}(x_1 \omega_3 - x_3 \omega_1)}{\partial x^1} - \frac{\partial e_{123}(x_2 \omega_3 - x_3 \omega_1)}{\partial x^2} = -2\omega_3$  определяет угловую скорость вращения частиц в обмотках соленоида. Если начало отсчета находится вне соленоида, величина  $x_1$  в знаменателе меняет свой знак, а в числителе остается величина  $x_1$ , так как просто произошла добавка к величине  $x_1$  константы, поэтому получается, что ротор для точек вне соленоида равен нулю. Процесс рассматривается при неизменном значении  $x_3$ . Величина  $\frac{\partial u_2}{\partial x^1} + \frac{\partial u_1}{\partial x^2}$  для точек внутри соленоида (начало координат внутри соленоида) равна нулю, а вне соленоида (начало координат вне соленоида) равна  $-2\omega_3$ .

Так как гравитационное поле  $A_l$  определяется действительной правой частью и является действительным, значит, гравитационному полю

$$\operatorname{Re} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$$

соответствует эрмитова, градиентная часть поля и внешнего воздействия. У гравитационного поля не имеется дипольного момента, а имеется только тензор квадрупольного момента  $D^{lk}$  определяемый из релятивистской формулы см. [7], §99. Для величины  $\chi$  имеем уравнение в частных производных (15.1.2)

$$\Delta \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k} = 4\pi m \sqrt{\gamma} \left[ \frac{\partial u_l \prod_{m=1}^3 \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^k} + \frac{\partial u_k \prod_{m=1}^3 \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^l} \right] \quad (15.1.3)$$

Полагаем в равенства (15.1.3)  $l = k$ , получим уравнение (15.1.4) с точностью до константы. В силу (15.1.1) эта константа равна нулю

$$\Delta \partial_l \chi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \partial_l \chi}{\partial t^2} = 8\pi m \sqrt{\gamma} u_l \prod_{l=1}^3 \delta(x_l - x_{l0}) \quad (15.1.4)$$

Это уравнение имеет решение

$$\frac{\partial \chi}{\partial x^l} = -\frac{2m\sqrt{\gamma} \mathcal{W}_l / c}{R - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{c}} + A_l = -\frac{2m\sqrt{\gamma} \mathcal{W}_l / c}{R - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{c}} - \frac{m\sqrt{\gamma} c}{e} \hbar k_l.$$

При этом величина  $A_l$ , равная калибровочной части четырехмерного потенциала, определяется четырехмерным волновым вектором, и является константой. Она соответствует энергии и импульсу фотона, причем величина действительной части калибровочного потенциала умножается на коэффициент  $-\frac{m\sqrt{\gamma}}{e}$ . Она образуется при скачкообразном изменении постоянной интегрирования, и распространяется по пространству как

константа, определяемая частотой или волновым числом. Или разностью энергий состояния, в случае электрона в атоме. Потенциал в формуле

$$-\frac{m\sqrt{\gamma}V_l/c}{R - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{c}}$$

при радиусе, стремящемся к бесконечности, стремится к нулю.

Изменение частоты энергии и волнового числа импульса фотона соответствует закону сохранения энергии и импульса при столкновениях фотонов с частицами. При столкновениях изменение частоты и волнового числа возможно, так как каждое столкновение приводит к сингулярности, даже если о непосредственном контакте говорить не приходится.

Тензор гравитационного поля равен

$$\text{Re } F_{lk} = \chi_{lk} = -\frac{\partial}{\partial x^k} \frac{m\sqrt{\gamma}u_l}{R - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{c}} - \frac{\partial}{\partial x^l} \frac{m\sqrt{\gamma}u_k}{R - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{c}}.$$

Получается, что калибровочная часть электромагнитного поля определяется массой частицы и не является произвольной. Просто в случае элементарных частиц масса на много меньше заряда, и массой пренебрегаем, считая калибровочную часть поля произвольной с точностью  $m\sqrt{\gamma}/e$ .

Вид уравнений Максвелла не изменяется, только напряженности электромагнитного поля и токи становятся комплексными. Действительная часть напряженности соответствует гравитационному полю, а мнимая часть напряженности электромагнитному полю. Значит и формула для плотности энергии не изменяется.

Собственные значения матрицы  $iF_{ik}$  действительны, так как матрица  $F_{ik}$  анти эрмитова. Но так как действительные уравнения Максвелла не меняются, только напряженности и токи становятся комплексными, в эту плотность

энергии надо включить плотность градиентных частей электромагнитного поля, и тогда плотность энергии будет полной.

$$\sum_{i,k=0}^3 (F_{ik})^2 / 16\pi = \sum_{k,\alpha=0}^3 g_{k\alpha}^{-1} (\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k} / 16\pi = \sum_{\alpha=0}^3 (\lambda_\alpha)^2 / 16\pi$$

Если расписать эту формулу в собственных значениях, то собственные значения эрмитовой матрицы  $F_{ik}$  действительны, и, следовательно, плотность энергии положительна, в отличие от собственных чисел матрицы плотности энергии  $F_{ik} F^{kn}$  у действительного тензора  $F_{ik}$ , которые отрицательны, как собственные числа произведения двух антисимметричных матриц. Антисимметричная матрица имеет мнимые собственные числа.

В случае электродинамики справедливо определение комплексной энергии системы как квадрата комплексного числа, а не как квадрат модуля. В самом деле, имеем

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] = \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\varepsilon \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mu \mathbf{H}^2}{2} \right) - \sigma \mathbf{E}^2 - \mathbf{j} \mathbf{E}. \quad (15.1.5)$$

Имеем соотношение (15.1.6) см. [38], стр.14, так как у комплексно сопряженной системы меняется направление времени

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}^*] = \mathbf{H}^* \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H}^* = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\mu \mathbf{H} \mathbf{H}^*}{2} - \frac{\varepsilon \mathbf{E} \mathbf{E}^*}{2} \right) - \frac{\sigma \mathbf{E} \mathbf{E}^*}{2} - \frac{\mathbf{j}^* \mathbf{E}}{2}. \quad (15.1.6)$$

Комбинацию  $\frac{\varepsilon \mathbf{E} \mathbf{E}^*}{2} + \frac{\mu \mathbf{H} \mathbf{H}^*}{2}$  невозможно получить с произведением напряженности на комплексно сопряженную напряженность. Значит, для напряженности справедлива формула (15.1.5), а не сумма квадратов модулей, умноженных на диэлектрическую и магнитную проницаемость.

Уравнение сохранения энергии запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \sum_{i,k=0}^3 (F_{ik})^2 dV / 16\pi + E_{kin} &= \frac{\partial}{\partial t} \int_V \sum_{k,\alpha=0}^3 g_{k\alpha}^{-1} (\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k} dV / 16\pi + E_{kin} = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_V \sum_{\alpha=0}^3 (\lambda_\alpha)^2 dV / 16\pi + E_{kin} = - \oint_S \frac{cg^{kl}}{4\pi} F_{l0}^{as} F_{ik}^{as} dS^i \end{aligned}$$

Но в этой формуле все собственные числа  $\lambda_\alpha$  эрмитовой матрицы  $F_{ik}$  действительны и, следовательно, плотность энергии электромагнитного поля для макросистем положительна.

Действие электромагнитного поля равно

$$\begin{aligned} S_f &= \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F^{ik} d\Omega, d\Omega = cdt dx dy dz \\ S_f &= \frac{1}{16\pi} \int (-2E^2 + \sum_{p,q=0}^3 |\chi_{pq}^2| + 2H^2) dV dt \end{aligned}$$

Действие для поля вместе с находящимися там зарядами равно

$$S = - \sum \int mc ds - \sum \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c} \int A_k dx^k + \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F^{ik} d\Omega$$

## 15.2. Вывод основных уравнений электродинамики

с учетом градиентной части напряженности

Имеем новое определение напряженностей поля

$$F_{pq} = \frac{\partial \text{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \text{Re} A_p}{\partial x^q} + i \left( \frac{\partial \text{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \text{Im} A_p}{\partial x^q} \right) = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q} + i \left( \frac{\partial \text{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \text{Im} A_p}{\partial x^q} \right).$$

Где индексы меняются от 0 до 3. Действительная часть равна второй производной от потенциала в силу того, что действительная часть эрмитова и



имеет вид  $\frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q}$ , равный величине  $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$ . Чтобы поле было

потенциально, должно выполняться  $(\frac{\partial^2}{\partial x^u \partial x^v} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q})^+ = \frac{\partial^2}{\partial x^u \partial x^v} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$ , где

знак плюс означает сопряженную величину. Должно быть справедливо равенство

$$(\frac{\partial^2 B_{pq}}{\partial x^u \partial x^v})^+ = \frac{\partial^2 B_{vu}^*}{\partial x^p \partial x^q}.$$

Это равенство выполняется в силу того, что действительная часть напряжения удовлетворяет равенству  $(\operatorname{Re} F_{pq})^+ = \operatorname{Re} F_{qp}$ . Назовем величину  $\chi$  гравитационным потенциалом, в отличие от четырех векторного потенциала  $A_l, l = 0, \dots, 3$ .

Тензор  $F_{pq}$  напряженности электрического и магнитного поля состоит из двух компонент, градиентной  $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$ , и соленоидальной  $i(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q})$ , которые эрмитовы.

$$F_{pq} = \left\| \begin{array}{cccc} \chi_{00} & \chi_{01} + iE_1 & \chi_{02} + iE_2 & \chi_{03} + iE_3 \\ \chi_{10} - iE_1 & \chi_{11} & \chi_{12} - iH_3 & \chi_{13} + iH_2 \\ \chi_{20} - iE_2 & \chi_{21} + iH_3 & \chi_{22} & \chi_{23} - iH_1 \\ \chi_{30} - iE_3 & \chi_{31} - iH_2 & \chi_{32} + iH_1 & \chi_{33} \end{array} \right\|.$$

Выполняется  $F_{pq} = F_{qp}^*$ . Величина  $F^{pq} = h^{pl} F_{lk} h^{kq}$  равна

$$F^{pq*} = \left\| \begin{array}{cccc} \chi_{00} & \chi_{01} - iE_1 & \chi_{02} - iE_2 & \chi_{03} - iE_3 \\ \chi_{10} + iE_1 & \chi_{11} & \chi_{12} - iH_3 & \chi_{13} + iH_2 \\ \chi_{20} + iE_2 & \chi_{21} + iH_3 & \chi_{22} & \chi_{23} - iH_1 \\ \chi_{30} + iE_3 & \chi_{31} - iH_2 & \chi_{32} + iH_1 & \chi_{33} \end{array} \right\|$$

Где величина  $\chi_{pq} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^q \partial x^p} = \chi_{qp}$  симметричная. Уравнение для комплексных напряженностей выглядят таким образом

$$\Delta F_{pq} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F_{pq}}{\partial t^2} = -4\pi \left[ \frac{\partial j_q}{\partial x^p} + \frac{\partial j_p}{\partial x^q} + i \left( \frac{\partial j_q}{\partial x^p} - \frac{\partial j_p}{\partial x^q} \right) \right], \rho = j_0, \varphi = A_0. \quad (15.2.1)$$

Величина тока и потенциала равна  $j_p = (j_0/c, -\mathbf{j}/c); A_p = (A_0, -\mathbf{A})$ .

Следующие из уравнений Максвелла мнимые части образуют действительные уравнения

$$\Delta \text{Im} F_{l0} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \text{Im} F_{l0}}{\partial t^2} = -4\pi \text{Im} \left( \frac{\partial j_0}{\partial x^l} - \frac{\partial j_l}{\partial x^0} \right) = 4\pi \left( \frac{\partial \rho}{\partial x^l} + \frac{\partial \mathbf{j}_l}{c \partial t} \right); l = 1, \dots, 3; \text{Im} F_{l0} = -E_l$$

$$\Delta \text{Im} F_{pq} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \text{Im} F_{pq}}{\partial t^2} = -4\pi \text{Im} \left( \frac{\partial j_q}{\partial x^p} - \frac{\partial j_p}{\partial x^q} \right) = -4\pi (\text{rot} \mathbf{j})_l; p, q = 1, \dots, 3$$

.

Т.е. действительные уравнения описывают мнимую поперечную часть решения. При этом мнимую часть тензора электромагнитного поля надо определять, как соленоидальную, а действительную как градиентную часть. При этом тензор электромагнитного поля определится однозначно.

Можно ввести вектор  $\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H}$ , и тогда волновое уравнение запишется в виде

$$\Delta \mathbf{F} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial t^2} = -4\pi \left[ \frac{\partial \rho}{\partial x^l} + \frac{\partial j_l}{c \partial t} + i(\text{rot} \mathbf{j})_l \right]$$

Величины продольных токов  $\frac{\partial j_q}{\partial x^p} + \frac{\partial j_p}{\partial x^q} = \frac{\partial^2 k}{\partial x^p \partial x^q}$  предполагаются равными нулю. Эти члены имеют существенное значение для переменного воздействия. Если соленоидальная часть поля соответствует первой производной от

внешнего воздействия, то градиентная вторая производной. При линейно растущем воздействии, движении электронов с постоянным ускорением, первая производная конечна, а вторая равна нулю, следовательно, соленоидальная часть конечна, а градиентная часть равна нулю.

Доказано, что решение для тензора энергии-импульса электромагнитного поля одиночной частицы определяется по формуле

$$F_{pq} = -\frac{\partial}{\partial x^p} \frac{m\sqrt{\gamma}V_q/c}{R - \frac{(\mathbf{R}, \mathbf{V})}{c}} - \frac{\partial}{\partial x^q} \frac{m\sqrt{\gamma}V_p/c}{R - \frac{(\mathbf{R}, \mathbf{V})}{c}} + i \left[ \frac{\partial}{\partial x^p} \frac{eV_q/c}{R - \frac{(\mathbf{R}, \mathbf{V})}{c}} - \frac{\partial}{\partial x^q} \frac{eV_p/c}{R - \frac{(\mathbf{R}, \mathbf{V})}{c}} \right]$$

Докажем, что существующие формулы описывают только действительная часть окончательных формул, а мнимая часть определяется с помощью предлагаемых формул.

Решение волнового уравнения относительно векторного потенциала при дипольном излучении существует, и выражено через производную по времени от дипольного момента. Имеем для потенциала поля см. [7], §67

$$\mathbf{A} = \frac{1}{cR_0} \dot{\mathbf{d}}$$

Эта формула в дипольном приближении зависит только от времени. Магнитная и электрическая напряженность поля равна

$$\begin{aligned} F_{pq} &= \frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q} + i \left( \frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q} \right) = \\ &= \frac{\operatorname{Re} \dot{A}_q n^p + \operatorname{Re} \dot{A}_p n^q}{c} + i \frac{\operatorname{Im} \dot{A}_q n^p - \operatorname{Im} \dot{A}_p n^q}{c} = \\ &= \frac{\operatorname{Re} \ddot{d}_q n^p + \operatorname{Re} \ddot{d}_p n^q}{c^2 R_0} + i \frac{\operatorname{Im} \ddot{d}_q n^p - \operatorname{Im} \ddot{d}_p n^q}{c^2 R_0} = \frac{\ddot{d}_q n^p + \ddot{d}_p^* n^q}{c^2 R_0}; \mathbf{E} = [\mathbf{H}, \mathbf{n}] \end{aligned}$$

Излученная диполем энергия равна (сумма берется по всем значениям индекса, поэтому ее надо разделить на два).

$$dI = \frac{c(F_{pq})^2}{16\pi} R_0^2 d\Omega = \frac{[\ddot{d}_q n^p + \ddot{d}_p^* n^q]^2}{16\pi c^3} d\Omega = \frac{|\ddot{d}_p|^2}{4\pi c^3} \sin^3 \theta d\theta d\varphi \quad (15.2.2)$$

Полная излученная энергия равна  $I = \frac{2 \sum_{p=1}^3 |\ddot{d}_p|^2}{3c^3}$ , эта формула совпадает с известной формулой излучения см. [7] §67. Отметим, что диполь описывается комплексной формулой  $d = \exp(i\omega t) p$ , где  $p = el$  момент диполя и так как мнимая часть не берется по модулю, при усреднении она равна нулю. Усредненное произведение  $\text{Re} \ddot{d}_p^* = -p\omega^2 \cos \omega t$ ;  $\text{Im} \ddot{d}_p^* = -p\omega^2 \sin \omega t$ , соответствующее мнимой части излучения равно нулю.

Уравнения Максвелла запишутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{lp}}{\partial x^q} + \frac{\partial F_{pq}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{ql}}{\partial x^p} &= 0 \\ \frac{\partial F^{lk}}{\partial x^k} &= -\frac{4\pi j^l}{c}; l = 0, \dots, 3 \end{aligned} \quad (15.2.3)$$

В комплексной форме эти уравнения выглядят аналогично.

Уравнения движения запишутся в действительной плоскости с помощью виде (формула записана для отрицательного заряда электрона, причем при массе равной нулю получится действительное уравнение)

$$\begin{aligned} mc \frac{d(u_l + u_l^*)}{ds} &= \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{2c} (F_{lk} - F_{lk}^*)(u^k + u^{*k}) = \\ &= \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{2c} [F_{lk} u^k + F_{lk} u^{*k} - (F_{lk} u^k + F_{lk} u^{*k})^*] \end{aligned}$$

Откуда имеем два варианта равенства в случае комплексных величин

$$mc \frac{du}{ds} = \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{2c} (F_{lk} u^k + F_{lk} u^{*k}) = \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c} F_{lk} \operatorname{Re} u^k$$

$$mc \frac{du}{ds} = -\frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{2c} (F_{lk} u^k + F_{lk}^* u^k) = -\frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c} u^k \operatorname{Re} F_{lk}$$

Первая формула содержит силу Лоренца, а вторая формула не содержит. Значит надо выбирать первую комплексную формулу.

Формула распадается на два уравнения

$$mc \frac{d \operatorname{Re} u_l}{ds} = \left( \frac{e}{c} \operatorname{Im} F_{lk} + \frac{m\sqrt{\gamma}}{c} \operatorname{Re} F_{lk} \right) \operatorname{Re} u^k$$

$$mc \frac{d \operatorname{Im} u_l}{ds} = \left( \frac{m\sqrt{\gamma}}{c} \operatorname{Im} F_{lk} - \frac{e}{c} \operatorname{Re} F_{lk} \right) \operatorname{Re} u^k; l, k = 0, \dots, 3$$
(15.2.4)

Отмечу, что тензор электромагнитного поля, кроме соленоидальных компонент имеет и градиентные компоненты, равные  $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ , которые описывают гравитационное поле, что обуславливает новые силы, действующие на частицы.

Формулы (15.2.3) и (15.2.4) описывают уравнение изменения поля и закон движения материи. При первом из двух предельных случаев  $m\sqrt{\gamma}/e \gg 1$  они описывают гравитационное поле и движение больших масс, а во втором случае  $m\sqrt{\gamma}/e \ll 1$ , они описывают движение зарядов и электромагнитное поле. Заметим, что уравнение (15.2.3) эквивалентно уравнениям Максвелла, а те в свою очередь волновому уравнению относительно векторного и скалярного потенциала (15.1.1). В промежуточном случае возможно влияние электромагнитного поля на массы и влияние гравитационного поля на заряды.

Отметим, что действительная часть поля, которая является гравитационной частью, проникает через все границы. Барьеров для гравитационного поля, как и для течения времени нет.

В ускорителях действует сила торможения излучением, которая при скорости близкой к скорости света определяется напряженностью поля, связанной с соленоидальной частью потенциала.

$$f_x = -\frac{2e^4}{3m^2c^4} \frac{(E_y - H_z)^2 + (E_z + H_y)^2}{1 - V^2/c^2}$$

Градиентная часть напряжения равна произведению массы и заряда и поэтому гораздо меньше, чем произведение заряда на заряд, и поэтому не проявляется при расчете ускорителей элементарных частиц.

Скорость становится комплексной в силу комплексного значения тензора  $F_{ik}$ . Но в квантовой механике имеется понятие комплексной скорости. Докажем это. Дело в том, что в квантовой механике существует понятие комплексной квазистационарной энергии. Масса квазистационарной частицы комплексная. Энергия состоит из двух частей, потенциальной и кинетической энергии. Значит, комплексны координата и скорость в силу их связи. Значит, скорость и пространственная координата может быть комплексной.

Опишем физический смысл комплексной напряженности поля. Аналогично получается физический смысл четырехмерной скорости и координаты. Итак, рассмотрим действительное решение системы уравнений Максвелла в микромире  $E_\alpha$ . Пусть начальные данные имеют среднее значение  $E_\alpha^0$  и дисперсию  $\langle (\Delta E_\alpha^0)^2 \rangle$  (начальное значение дисперсия, получается, из-за не точно заданных начальных данных, в результате решения дисперсия может расти). Тогда для дисперсии решения имеем

$$\begin{aligned} \langle (\Delta E_\alpha)^2 \rangle &= \langle (E_\alpha - \langle E_\alpha \rangle)^2 \rangle = \langle (E_\alpha)^2 \rangle - 2 \langle E_\alpha \rangle \langle E_\alpha \rangle + \langle E_\alpha \rangle^2 = \\ &= \langle (E_\alpha)^2 \rangle - \langle E_\alpha \rangle^2 \end{aligned}$$

Откуда имеем

$$\langle (E_\alpha)^2 \rangle = \langle E_\alpha \rangle^2 + \langle (\Delta E_\alpha)^2 \rangle = |\langle E_\alpha \rangle + i\sqrt{\langle (\Delta E_\alpha)^2 \rangle}|^2 \quad (2.5)$$

Приведу формулировку обратной теоремы Пифагора. Для всякой тройки положительных чисел  $a, b$  и  $c$ , такой, что  $a^2 + b^2 = c^2$ , существует прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$  и гипотенузой  $c$ . Значит, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а гипотенузой является корень из среднего квадрата величины. Т.е. величина среднего  $\langle E_i \rangle$  ортогональна среднеквадратическому отклонению  $\sqrt{\langle [\Delta E_i]^2 \rangle}$ , которое образует мнимую часть координаты тела. Таким образом, полученное в результате усреднения во времени декартово пространство с колебательной скоростью высокой частоты (период колебания меньше времени измерения) становится комплексным пространством. В случае большой дисперсии величины действительного пространства, его нужно рассматривать как комплексное трехмерное пространство, где мнимая часть соответствует среднеквадратическому отклонению. Имеется следующая связь между переменными  $\sqrt{\langle E_i^2 \rangle} = (\langle E_i \rangle + i\sqrt{\langle [\Delta E_i]^2 \rangle})\alpha, |\alpha| = 1$ , комплексное число  $\alpha$  выбирается из условия, чтобы мнимая часть имела положительное и отрицательное значение. Этому удовлетворяет среднеквадратичное отклонение. Но иногда среднеквадратичное отклонение положительно, например, в случае диэлектрической проницаемости, где вмешиваются положительные и отрицательные заряды. Тогда имеем формулу  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{4\pi i \sigma}{\omega}$ , где действительная часть пропорциональна положительному среднеквадратичному отклонению диполя, а проводимость пропорциональна среднему значению. Но зато проводимость делится на частоту, которая имеет положительный и отрицательный знак.

Следовательно, алгоритм нахождения среднего решения, или среднего в фазовом пространстве решения, и его дисперсию сводится к нахождению комплексного решения, среднее решение соответствует действительной части

решения, а квадрат мнимой части соответствует дисперсии решения. Таков физический смысл комплексного решения, действительная часть – это среднее решение, а мнимая часть – это его среднеквадратическое отклонение. Действительная и мнимая часть ортогональны, и образуют комплексное пространство. В самом деле, согласно обратной теореме Пифагора в силу формулы (15.2.5) математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а средний квадрат является гипотенузой. Отметим, что дисперсия решения в макромире проявляется в случае турбулентного режима системы, например, в случае турбулентного режима уравнений магнитной гидродинамики.

Но возникает проблема описания электромагнитного поля, спин фотона которого равен 1, а спин гравитационного поля равен 2. Но введение мнимого заряда снимает эту проблему. В случае электромагнитного взаимодействия образуется электромагнитное поле со спином 2. При повороте системы на  $\pi$  надо добавить комплексное сопряжение, так как такой поворот соответствует зарядовому сопряжению диполя. Значит, мнимая величина заряда умножается на минус единицу и получается эквивалентное состояние, значит, спин электромагнитного поля для двух зарядов равен двум, так как поворот на  $\pi$  приводит к эквивалентному состоянию. В случае если заряды действительны для получения эквивалентного состояния надо поворачивать систему на  $2\pi$ , и тогда спин электромагнитного поля равен единице. Но фундаментальное свойство зарядов быть мнимыми подтверждено записью уравнения (15.1.1).

Вычислим фазу при интерференции электрона на двух отверстиях при действии электромагнитного поля. Для этого запишем обобщенную теорему Стокса см. [7] §6 в трехмерном случае

$$\oint A_l dx^l = \int_S \frac{\partial A_p}{\partial x^q} dS^{pq} = - \int_S \frac{\partial A_q}{\partial x^p} dS^{pq}$$

Получим для интеграла от существенной мнимой части потенциала



$$\oint (2\text{Im}A_l + \text{Re}A_l - \text{Re}A_l)dx^l = \int_S \left( \frac{\partial \text{Im}A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \text{Im}A_p}{\partial x^q} + \frac{\partial \text{Re}A_p}{\partial x^q} + \frac{\partial \text{Re}A_q}{\partial x^p} \right) dS^{pq} =$$

$$= \int_S \left[ \frac{\partial \text{Re}A_p}{\partial x^q} + \frac{\partial \text{Re}A_q}{\partial x^p} + \left( \frac{\partial \text{Im}A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \text{Im}A_p}{\partial x^q} \right) \right] dS^{pq}$$

Где интеграл берется по контуру  $l$ , соответствующему кратчайшим траекториям электрона и времени движения от цели до экрана.

$$\varphi = \frac{e}{\hbar c} \oint \text{Im}A_l dx^l = \frac{e}{2\hbar c} \int_S \left[ \frac{\partial \text{Re}A_p}{\partial x^q} + \frac{\partial \text{Re}A_q}{\partial x^p} + \left( \frac{\partial \text{Im}A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \text{Im}A_p}{\partial x^q} \right) \right] dS^{pq} =$$

$$= \frac{e}{2\hbar c} \int_S \left[ \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^q \partial x^p} + \left( \frac{\partial \text{Im}A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \text{Im}A_p}{\partial x^q} \right) \right] dS^{pq}$$

Где величина смещения интерференционной полосы  $x \ll L$ , величина  $L$  равна расстоянию от щелей до экрана. Величина  $d$  равна расстоянию между щелями.

Постоянная величина отклонения интерференционных полос при включении электромагнитного поля равна

$$x = -\frac{L\psi}{kd} = -\frac{L\text{Im}\varphi}{kd} = -\frac{L}{kd} \frac{e}{\hbar c} \oint \sum_{l=0}^3 \text{Im}A_l dx^l =$$

$$= -\frac{L}{2kd} \frac{e}{\hbar c} \int_S \left[ \frac{e}{m\sqrt{\gamma}} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^q \partial x^p} + \left( \frac{\partial \text{Im}A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \text{Im}A_p}{\partial x^q} \right) \right] dS^{pq} =$$

$$= -\frac{Le}{2m\sqrt{\gamma}kd} \frac{e}{\hbar c} \int_S \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^q \partial x^p} dS^{pq} =$$

$$= -\frac{Le}{2(-m\sqrt{\gamma})kd} \frac{e}{\hbar c} \int_S \frac{\partial}{\partial x^p} \left( \frac{-2m\sqrt{\gamma}V_q/c}{R - \frac{(\mathbf{R}, \mathbf{V})}{c}} \right) dS^{pq} = -\frac{L}{kd} \frac{e}{\hbar c} \oint \frac{eV_q/c}{R - \frac{(\mathbf{R}, \mathbf{V})}{c}} dx^q$$

Где воспользовались формулой  $dx^q = dS^{pq} \frac{\partial}{\partial x^p}$ . Кроме того, волновое число

умножили на коэффициент  $-m\sqrt{\gamma}/e$ , так как калибровочное решение распространяется с соответствующим волновым вектором. Имеем для

одинакового смещения, вычисленного двумя способами

$$\text{Im } A_l = \frac{eV_l}{c[R - (\mathbf{R}, \mathbf{V})/c]} = \frac{eV_l}{[R - \frac{(\mathbf{R}, \mathbf{V})}{c}]c}.$$

Отклонение фазы определяется потоком градиентной части электромагнитного поля, это поле действует на частицу. Так как величина соленоидальной части напряженности поля равна нулю

$$\frac{\partial \text{Im } A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \text{Im } A_p}{\partial x^q} = 0, \quad p, q = 1, \dots, 3,$$

интеграл сводится к значению от градиентной части потенциала, соответствующей тензору электромагнитного поля  $F_{lk}$ , определяемому напряженностями электромагнитного поля.

В то же время смещение определяется интегралом по замкнутому контуру от вектора потенциала, так как градиентная часть по замкнутому контуру равна нулю. Смещение вычислено с помощью двух представлений электромагнитного поля, с помощью вектор потенциалов по замкнутому контуру, и относительно потока градиентной части потенциала, соответствующей тензору напряженностей.

Произойдет смещение дифракционной картины с не нулевой градиентной напряженностью электромагнитного поля. При наличии помимо влияния бесконечной тонкой катушки через вектор потенциалы, имеется влияние напряженностей электромагнитного поля, и действие катушки сводится к смещению интерференционной картины из-за влияния вектор потенциала, или влияния тензора напряженностей электромагнитного поля.

Уравнения электродинамики из действительных уравнений путем добавки членов превратились в комплексные уравнения. Они не противоречат уравнениям квантовой механики, описывая квантовые эффекты. Классическое действительное решение осталось неизменным, а мнимое решение является малой поправкой.

Для экспериментального подтверждения предположения влияние электромагнитного поля на массы, надо взять сферический диэлектрик большой массы и воздействовать на него слабым электрическим полем. Тогда сила, действующая на массу равна  $F_{ge} = m\sqrt{\gamma}E$ . Назовем эту силу электрической массовой.

Сила, действующая на заряды диполя диэлектрика- сферы равна

$$\mathbf{F} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \oint \left\{ \mathbf{E}(\mathbf{n}, \mathbf{E}) - \frac{1}{2} E^2 \mathbf{n} \right\} df .$$

Однородное поле внутри шара равно  $E^i = 3E/(2 + \varepsilon)$ . Значит сила, действующая на диэлектрический шар со стороны однородного электромагнитного поля, равна

$$\begin{aligned} F_e &= \frac{\varepsilon}{4\pi} \oint \left( E^2 \cos^2 \theta - \frac{1}{2} E^2 \cos \theta \right) a^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{\varepsilon E^2 a^2}{2} (-\cos^3 \theta) / 3 \Big|_0^\pi = \frac{3\varepsilon E^2 a^2}{(2 + \varepsilon)^2} = \\ &= E^2 a^2 \alpha, \alpha = \frac{3\varepsilon}{(2 + \varepsilon)^2} \end{aligned}$$

Назовем эту силу диэлектрической. В подынтегральном выражении первый член содержит квадрат косинуса, так как один множитель косинуса соответствует проекции на направление поля, а другой множитель косинуса соответствует углу с нормалью к площадке интегрирования. Где величина  $\alpha$  положительная константа, меньше единицы, поле  $E$  должно быть одинаково на интервале движения тела.

Условие малости электрического поля должно быть следующее  $F_{ge} > F_e$ , имеем

$$E < \frac{m\sqrt{\gamma}}{\alpha b^2} = \frac{\rho\sqrt{\gamma}4\pi b}{3\alpha} . \quad (15.3.7)$$

Данный шар под действием силы притяжения должен начать катиться, при этом должно выполняться условие, что массовая сила должна быть больше силы трения качения

$$kmg/a = 4\pi k\rho g a^2/3 < m\sqrt{\gamma}E \sim 4\pi\rho\sqrt{\gamma}a^3E/3 < \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 \frac{\rho^2\gamma}{\alpha} a^4, \text{ значит, радиус}$$

диэлектрического тела должен быть больше величины

$$a > \sqrt{\frac{3kg\alpha}{4\pi\rho\gamma}} \sim 8.1 \cdot 10^3 \text{ cm} = 81m.$$

Где величина  $k = 0.05 \text{ cm}$  это коэффициент трения качения дерева по дереву, диэлектрическая проницаемость удовлетворяет условию  $\epsilon = 2$ , величина плотности тела, диэлектрика равна  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ , гравитационная постоянная равна  $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 / (\text{g} \cdot \text{sec}^2)$ ,  $g = 980 \text{ cm/sec}^2$  ускорение силы тяжести. Напряженность поля должна быть больше величины

$$\frac{kg}{\sqrt{\gamma}a} = 23SGC = 6900 \text{ V/cm}$$

и меньше величины  $E < \frac{\rho\sqrt{\gamma}4\pi b}{3\alpha}$ , выполняется условие равенства всех трех сил, при условии

$$a = b = \sqrt{\frac{3kg\alpha}{4\pi\rho\gamma}} \sim 8.1 \cdot 10^3 \text{ cm} = 81m, \text{ радиус } b \text{ должен быть больше значения}$$

$81m$ . Тогда при большем размере системы, напряженность поля будет толкать массу за счет электрической массовой силы, а не диэлектрической. При большей напряженности поля шар должен покатиться под действием диэлектрической силы. При меньшей напряженности поля шар должен покатиться под действием массовой силы, созданной электрическим полем, а воздействие диэлектрической силы должно быть меньше силы трения. Размер тела больше  $81m$  говорит о том, что для проявления электрической массовой силы нужно очень большое тело, а при меньших размерах тела эта сила меньше диэлектрической.

Вычислим наименьший размер тела,двигающегося под действием массовой силы, чтобы не произошел пробой воздуха, происходящий при напряжении  $3.2 \cdot 10^4 V / cm = 106 \text{ ед.СГС}$

$$\frac{kg}{\sqrt{\gamma a}} < E_{pr}.$$

Откуда для величины минимального размера тела получим величину

$$a = \frac{kg}{E_{pr} \sqrt{\gamma}} = 17m, \text{ чтобы тело начало катиться. Но будет действовать}$$

диэлектрическая сила. Чтобы она не оказывала влияние, размер шара должен быть равен  $81m$ . В случае трения скольжения коэффициент трения должен быть меньше, чем величина  $k = E_{pr} \sqrt{\gamma} / g = 2.7 \cdot 10^{-5}$  при наименьшем из коэффициентов трения скольжения стали о лед, равном 0.015. Возможные максимальные напряжения электромагнитного поля в воздухе не могут обеспечить движение тела под действием электрической массовой силы за счет противодействия трения скольжения.

### 15.3. Получение основных соотношений для полей Янга-Миллса

Действительная часть неизвестной части калибровочной функции  $f$  определяемой из уравнения  $A'_l = A_l + \frac{\partial f}{\partial x^l}$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \text{Re} A'_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \text{Re} A'_p}{\partial x^q} = \frac{\partial^2 \chi'}{\partial x^p \partial x^q} = \frac{\partial \text{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \text{Re} A_p}{\partial x^q} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^p \partial x^q} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^p \partial x^q}$$

$$, \text{ имеем } \frac{\partial f}{\partial x^p} = \frac{\partial(\chi' - \chi)}{\partial x^p} / 2 = \frac{(m - m) \sqrt{\gamma} W_p / c}{R - (\mathbf{R}, \mathbf{V}) / c} = 0.$$

Неизвестная функция в классической теории Максвелла равна нулю с точностью

$$\frac{\frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q}}{\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}} = -\frac{m\sqrt{\gamma}}{e}$$

$$F_{pq} = -\frac{\partial}{\partial x^p} \frac{m\sqrt{\gamma}V_q/c}{R - (\mathbf{R}, \mathbf{V})/c} - \frac{\partial}{\partial x^q} \frac{m\sqrt{\gamma}V_p/c}{R - (\mathbf{R}, \mathbf{V})/c} + i \left[ \frac{\partial}{\partial x^p} \frac{eV_q/c}{R - (\mathbf{R}, \mathbf{V})/c} - \frac{\partial}{\partial x^q} \frac{eV_p/c}{R - (\mathbf{R}, \mathbf{V})/c} \right].$$

$$F_{0p} = \mathbf{E}_p = e \frac{1 - V^2/c^2}{[R - (\mathbf{R}, \mathbf{V})/c]^3} \left( \mathbf{R}_p - \frac{\mathbf{V}_p}{c} R \right) + \frac{e}{c^2 [R - (\mathbf{R}, \mathbf{V})/c]^3} [\mathbf{R}[(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{V}}{c} R) \dot{\mathbf{V}}]]$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{E}\mathbf{R}]/R$$

Ошибка при использовании электромагнитного поля пропорциональна  $\frac{m\sqrt{\gamma}}{e}$ .

В стандартной модели к напряженности электрического поля надо добавить полярный вектор, а к напряженности магнитного поля аксиальный вектор [4]

$$\mathbf{E}_a = -\nabla A_a^0 - \frac{\partial \mathbf{A}_a}{c \partial t} - g C_{abc} \mathbf{A}_b A_c^0 \quad (15.3.1)$$

$$\mathbf{H}_a = (\nabla \times \mathbf{A})_a + \frac{1}{2} g C_{abc} \mathbf{A}_b \times \mathbf{A}_c$$

Лагранжиан стандартной модели имеет вид

$$L = -\frac{1}{4} F_a^{\mu\nu} F_{a\mu\nu} + (D^\mu \phi)^* (D_\mu \phi) - V(\phi) + \bar{\psi} (i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi$$

Где для отсутствия перенормировок модуль комплексного числа заменен на его квадрат. Модуль комплексного числа при вычислениях может оказаться отрицательным, и тогда требуются перенормировки. Спинор  $\bar{\psi} = \psi^T$  определяется как транспонированный. Для отсутствия перенормировок знак комплексного сопряжения исключаем и уравнение выглядит таким образом

$$L = -\frac{1}{4} F_a^{\mu\nu} F_{a\mu\nu} + (D^\mu \phi)(D_\mu \phi) - V(\phi) + \bar{\psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi$$

В дальнейшем комментировать исключение комплексного сопряжения не будем. Этот лагранжиан не инвариантен относительно преобразования  $\exp(i\alpha)$ , зато не требует перенормировок. Нарушается и теорема Голдстоуна о существовании безмассовых частиц в случае глобальной инвариантности Лагранжиана и образования массовых частиц в случае локальной симметрии. Но при образовании более простого Лагранжиана отбрасываются члены более высокого порядка малости, что не способствует точности вычислений, а способствует упрощению уравнений см. [33] конец раздела 3.3 «Отметим, что концепция нарушения симметрии при помощи механизма Хиггса обязана своей популярностью не лучшему согласию с экспериментальными данными, а простоте теоретической реализации». Это упрощение особенно удобно в связи с использованием интегралов Фейнмана. Но каков же альтернативный метод решения. Это метод сведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям и нахождение координат положения равновесия.

Антисимметричный тензор  $F_{a\mu\nu}$  по аналогии с электродинамикой умножим на мнимую единицу и добавим симметричную часть  $\Phi_{a\mu\nu} = iF_{a\mu\nu} + \frac{\partial A_{a\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial A_{a\nu}}{\partial x^\mu}$ , тогда этот тензор будет эрмитов. Тогда в лагранжиане свертка собственных значений этих эрмитовых тензоров войдет со знаком плюс.

Уравнение для поля имеет вид см. [33]

$$\partial_\mu \Phi_a^{\mu\nu} - gC_{abc} A_{b\mu} \Phi_c^{\mu\nu} = j_a^\nu$$

Где токи определяются по формуле

$$\begin{aligned}
j_a^{\nu} &= -i(ig + m\sqrt{\gamma})\{[(D^{\nu}\phi)L_a\phi - \phi L_a(D^{\nu}\phi)] + \bar{\psi}\gamma^{\nu}L_a\psi\} = \\
&= -i(ig + m\sqrt{\gamma})\{[\phi\partial^{\nu}L_a\phi - (\partial^{\nu}L_a\phi)\phi] - gA_b^{\nu}\phi\{L_aL_b\}\phi + \bar{\psi}\gamma^{\nu}L_a\psi\} \quad (15.3.2) \\
j^{\nu} &= j_a^{\nu}L_a
\end{aligned}$$

Значение напряженности электрического и магнитного поля  $E = E_a L_a, B = B_a L_a$ , в пространстве, базис которого составляют генераторы  $L_a$ , подчиняющиеся коммутационному соотношению  $[L_a L_b] = C_{ab}^c L_c$ .

Тогда в связи с учетом гравитационного поля уравнение для поля запишется в виде (15.32 уравнения для мнимой части, и 8 уравнений для действительной части, причем действительное уравнение надо представить в симметричной форме в случае действительного потенциала  $A_{b\mu}$ )

$$\begin{aligned}
\text{Im}[\partial_{\mu}\Phi_a^{\mu\nu} - gC_{abc}A_{b\mu}\Phi_c^{\mu\nu}] &= \text{Im}j_a^{\nu} \\
\text{Re}\partial_{\nu}[\partial_{\mu}\Phi_a^{\mu\nu} - gC_{abc}A_{b\mu}\Phi_c^{\mu\nu}] &= \text{Re}\partial_{\nu}j_a^{\nu} \quad (15.3.3)
\end{aligned}$$

В случае действительного значения потенциала  $A_{b\mu}$  в действительном пространстве, эта формула преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
\partial_{\mu}F_a^{\mu\nu} - gC_{abc}A_{b\mu}F_c^{\mu\nu} &= \text{Im}j_a^{\nu} \\
\partial_{\nu}[\partial_{\mu}(\frac{\partial A_a^{\mu}}{\partial x_{\nu}} + \frac{\partial A_a^{\nu}}{\partial x_{\mu}}) - gC_{abc}A_{b\mu}(\frac{\partial A_a^{\mu}}{\partial x_{\nu}} + \frac{\partial A_a^{\nu}}{\partial x_{\mu}})] &= \text{Re}\partial_{\nu}j_a^{\nu}
\end{aligned}$$

Уравнение (15.1.2) относительно напряженности поля также содержит третью производную по координате. Уравнения стандартной модели отличаются от уравнений квантовой электродинамики наличием калибровочной производной. Но идеология у этих уравнений общая. Имеется действительный и мнимый ток. Часть второго уравнения (15.3.3), пропорциональная массе мала, но добавляется 8 новых уравнений



относительно потенциала полей Янга-Миллса. Потенциал  $A_{a\mu}$  может оказаться комплексным.

Предположим, что имеется бозонный триплет и дублет

$$V = a(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2) + b(k_1^2 + k_2^2) \quad (15.3.4)$$

Уравнения движения имеют вид

$$D_\mu D^\mu \phi = -\frac{\partial V}{\partial \phi}; (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi = 0; \quad (15.3.5)$$

Величина калибровочной производной равна  $D^\mu = \partial^\mu + gA_a^\mu(x)L_a$ .

Итого имеем 82 неизвестных  $\mathbf{A}_a, A_a^0, \mathbf{E}_a, \mathbf{B}_a, \psi, \phi; a = 1, \dots, 8$  при 48 уравнений (15.3.2), 2 уравнениях (15.3.5), и 40 уравнениях (15.3.3). Итого 90 нелинейных уравнения. Но ток полей материи зависимая величина и имеется 8 связей между токами полей материи. Итого получается 82 нелинейных независимых уравнений. Все независимые переменные будут определены.

Где интеграл энергии определяется по формулам

$$H = \int dx^3 \left[ \frac{1}{2}(B_a B_a + E_a E_a) + (D\phi)D\phi + V(\phi) + \bar{\psi} \left( \frac{1}{i} \alpha D + \beta m \right) \psi \right]$$

$$E_a = -\nabla A_a^0 - \frac{\partial A_a}{\partial t} - g C_{abc} A_b A_c^0, B_a = \nabla \times A_c + \frac{g}{2} C_{abc} A_b \times A_c, \quad (15.3.6)$$

$$\alpha = \gamma^0 \gamma, \beta = \gamma^0$$

При этом интеграл плотности энергии считается с помощью функционального интеграла

$$H = P_N^{-1} \int [dA][d\psi][d\bar{\psi}][d\phi] H(A, \psi, \bar{\psi}, \phi) \exp[i \int L_{inv}(A, \psi, \bar{\psi}, \phi) dx^4] = \quad (15.3.7)$$

$$= H(A, \psi, \bar{\psi}, \phi)$$

Где величина

$$P_N = \int [dA][d\psi][d\bar{\psi}][d\phi] \exp[i \int L_{inv}(A, \psi, \bar{\psi}, \phi) dx^4]$$

Нужно свести систему уравнений (15.3.3).(15.3.5) к обыкновенным дифференциальным уравнениям, найти их координаты положения равновесия и воспользоваться методом перевала по пространственным переменным. Координаты положения равновесия от времени не зависят, так что появляется большой параметр, определяющий применение метода перевала. Координаты положения равновесия нужно считать таким образом, чтобы они соответствовали критическим точкам интеграла.

Поле задается формулами

$$A_a^\mu(x) = \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \alpha_{na}^\mu g_n(x_1, x_2, x_3). \quad (15.3.8a)$$

Где величина

$$g_n(x_1, x_2, x_3) = [P(\frac{a}{r})]^n \exp[i(m\psi_1 + k\psi_2)], \psi_l = \arg[\operatorname{Re} x_3 - \operatorname{Im} x_l + i(\operatorname{Im} x_3 + \operatorname{Re} x_l)]$$

$$P(\frac{a}{r}) = \begin{cases} |r|/a, & |r| < a \\ 1, & |r| = a \\ a/|r|, & |r| > a \end{cases}$$

Где комплексные координаты задаются по формуле

$$\begin{aligned} x &= r \exp(i\psi_1) / \sqrt{\exp(2i\psi_1) + \exp(2i\psi_2) + 1} \\ y &= r \exp(i\psi_2) / \sqrt{\exp(2i\psi_1) + \exp(2i\psi_2) + 1} \\ z &= r / \sqrt{\exp(2i\psi_1) + \exp(2i\psi_2) + 1} \end{aligned}$$

Решение образует ряд Фурье по углам, который для непрерывной функции образует коэффициенты, стремящиеся при возрастании индекса к обратным квадратам.

Волновая функция бозонов задается формулами

$$\varphi(x) = \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \beta_n g_n(x_1, x_2, x_3). \quad (15.3.8б)$$

Спиноры фермионов со спином  $1/2$  задаются формулами

$$\psi_i(x) = \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \gamma_{ni} g_n(x_1, x_2, x_3). \quad (15.3.8в)$$

Функциональная критическая точка определяется из уравнений

$$\frac{\partial L_{inv}}{\partial A_a^\mu} = 0; \quad \frac{\partial L_{inv}}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial L_{inv}}{\partial \bar{\psi}_i} = 0. \quad (15.3.9)$$

Количество уравнений (15.3.9) равно количеству неизвестных  $A_a^\mu, \psi_i, \varphi$ . При этом в силу определения энергии в комплексном пространстве комплексно сопряженная переменная  $\varphi^*$  определяется равной  $\varphi$ . Производная по времени равна нулю, в силу отсутствия зависимости от этой переменной. Подставляем формулы (15.3.8) в уравнения (15.3.3), (15.3.5), (15.3.9), умножаем на величину  $g_p(\mathbf{x})$ , интегрируем по пространству. Получаем уравнения

$$F_l(\alpha_{na}^\mu, \beta_m, \gamma_{ki}) = 0.$$

Но предварительно надо найти частное решение этой системы неоднородных уравнений, полученных из (15.3.3), (15.3.5). Неоднородный член полученной системы нелинейных уравнений убывает на бесконечности индекса как обратный квадрат. Запишем эту систему нелинейных неоднородных уравнений в виде

$$F_k(z_1, \dots, z_N) = j_k / k^2, k = 1, \dots, N$$

Для  $k$  уравнения решение ищем в виде  $z_n = \frac{\alpha_k}{n^2 + 1}, n = 1, \dots, N$ , так как на бесконечности индекса коэффициенты разложения в ряд Фурье непрерывной функции убывают как обратные квадраты индекса. Решив все уравнения, получим решение в виде  $z_n = \frac{\alpha_n}{n^2 + 1}$ . Далее задачу можно свести к однородному уравнению путем подстановки  $u_n = z_n + y_n$ . Задача сводится к однородному уравнению относительно  $y_n$ .

Где учтены как координаты положения равновесия уравнений (15.3.3), (15.3.5) и уравнения критических точек. Неизвестных коэффициентов  $\alpha_{na}^\mu, \beta_m, \gamma_{ki}$  достаточно для решения этой системы уравнений. Решая эту систему нелинейных уравнений определим комплексные координаты положения равновесия, учитывающие как уравнение движения, так и критические точки. Причем в данном случае количество неизвестных и уравнений совпадает. Решение системы нелинейных уравнений (15.3.3), (15.3.5), сводится к решению системы, подобной (15.3.10) (в системе (15.3.10) два массива неизвестных, в системе уравнений Янга-Миллса неизвестных массивов 82)

$$\sum_{k=1}^{N_1+N_2} A_{lk}(y_1, \dots, y_{N_1+N_2}) y_k = 0, l = 1, \dots, N_1 + N_2 \quad (15.3.10)$$

Чтобы эта система уравнений имела не нулевое решение, необходимо, чтобы определитель  $|A_{lk}(y_1, \dots, y_{N_1+N_2})| = 0$  равнялся нулю, откуда определим первое

приближение  $y_k = \frac{\alpha}{k^2 + 1}, k = 1, \dots, N_1, y_{k+N_1} = \frac{\alpha}{k^2 + 1}, k = 1, \dots, N_2$ . Далее считаем

линейное уравнение (15.3.10) и определяем неизвестное

$y_k = \frac{\alpha_k}{k^2 + 1}, k = 1, \dots, N_1, y_{k+N_1} = \frac{\alpha_{k+N_1}}{k^2 + 1}, k = 1, \dots, N_2$ . с точностью до множителя.

Этот множитель определяем из равенства нулю определителя. Прodelываем эту операцию до сходимости решений. Таких множителей имеется  $N_1 + N_2$  штук. Итого имеем  $N_1 + N_2$  ветвь решения.

Подставляем (15.3.8) в фазу интеграла (15.3.7), причем действительную часть фазы приравняем нулю, т.е. мнимую часть Лагранжиана приравняем нулю, получим формулы  $\text{Im } x_l = F_l(\text{Re } x_1, \text{Re } x_2, \text{Re } x_3), l = 1, \dots, 3$ . Так как в фазе стоит множителем мнимая единица, применяем метод стационарной фазы к функциональному интегралу, и критической точке соответствуют определенные координаты положения равновесия, вычисляем фазу интеграла. При этом энергия равна  $E = \int H(A, \psi, \bar{\psi}, \varphi) dx^3$  где интеграл берется в зависимости от формул (15.3.8).

### Выводы

Для описания квантовых эффектов уравнения Максвелла надо модифицировать. Исчезнет произвол в определении вектор потенциала. При описании потенциалов электромагнитного поля микромира появится определяемое значение дополнительного, калибровочного параметра, который произволен в классической теории Максвелла. Относительное значение этой величины равно  $\frac{m\sqrt{\gamma}}{e} = 10^{-21}$  для электрона.

При больших массах значения заряда мало, и классическое электромагнитное поле мало, поэтому используется отдельное гравитационное поле. Для элементарных частиц заряд во много больше массы

в одинаковых единицах, поэтому используется отдельное электромагнитное поле. Значение параметра  $\frac{m\sqrt{\gamma}}{e}$  на практике либо мало, либо велико, поэтому промежуточный случай электромагнитно-гравитационного поля не описан.

В стандартной модели рассматриваются комплексные волновые функции, добавочные члены в калибровочной производной пропорциональны мнимой единице. Чтобы стандартная модель была замкнутой теорией, нужно добавить учет гравитационного поля, 8 дополнительных уравнений.

Для подтверждения правильности предлагаемой теории надо произвести эксперимент взаимодействия электрического поля с телом большой массы. Надо учитывать эффекты поляризации тела, при действии электрического поля, выбрать систему, когда поляризация мала. Сила, действующая на заряды диполя диэлектрика - сферы пропорциональна квадрату электрического поля. Сила, действующая на массу пропорциональна напряженности электрического поля. Выбирая тело большой массы и малую напряженность поля можно отличить действие электрического поля на массу и действующую силу за счет поляризации диэлектрика.

## Глава 16. Определение теплоты химических реакций

Методом решения нелинейного уравнения определена комплексная энергия многоатомной молекулы в комплексном пространстве. Это позволяет вычислить тепловой эффект химической реакции.

Метод решения задачи взят из [6] §79. Пусть заданы операторы разных термов, представим их в виде  $\widehat{H}_0(r + \delta r_n)$ . Пусть  $\psi_n$  собственные функции не возмущенного оператора одной частицы. В качестве нулевого приближения возьмем функцию  $\psi = c_n \psi_n$ . Тогда имеем уравнение на собственную функцию системы

$$\widehat{H}_0 \psi = E \psi .$$

Тогда имеем уравнение

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N c_n [E_n + \sum_{p=1}^N \widehat{V}_p - E] \psi_n = 0, \widehat{V}_p = \widehat{H}_0(r + \delta r_p) - \widehat{H}_0(r) \approx \\ \approx \delta r_p \frac{\partial \widehat{H}_0(r)}{\partial r} + (\delta r_p)^2 \frac{\partial^2 \widehat{H}_0(r)}{2 \partial r^2} + \dots + (\delta r_p)^{N-1} \frac{\partial^{N-1} \widehat{H}_0(r)}{(N-1)! \partial r^{N-1}} . \end{aligned}$$

Умножаем это уравнение на величину  $\psi_u^*$  в действительном пространстве, и на величину  $\psi_u$  в комплексном пространстве, и интегрируем по радиусу, получим

$$[E_u + V_{uu}(\delta r_u) - E] c_u + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq u}}^N V_{un}(\delta r_n) c_n = 0, u = 1, \dots, N .$$

Условие совместимости этого уравнения

$$\begin{vmatrix} E_1 + V_{11}(\delta r_1) - E & \dots & V_{1N}(\delta r_N) \\ \dots & \dots & \dots \\ V_{N1}(\delta r_1) & \dots & E_N + V_{NN}(\delta r_N) - E \end{vmatrix} = 0 .$$

Откуда получаем  $N$  собственных значений  $E$ . Имеем  $N - 1$  равенство  $E_n = E_k$ , откуда определится комплексное значение  $\delta r_k, k = 1, \dots, N$ . Где используется свойство смещений  $\sum_{k=1}^N \delta r_k = 0$ . Это равенство действительно в силу

эрмитовости матрицы в действительном пространстве. В комплексном пространстве смещения определяются комплексные. И значит, определится одно собственное комплексное значение многоатомной молекулы  $E = E_n$  из нелинейного уравнения. Вычитая из суммы энергий  $E$  частиц в левой части формулы химической реакции, энергию частиц правой части, получим комплексную тепловую энергию реакции.

В случае двухатомной молекулы получим значение энергии см. [6] §79

$$E = \frac{1}{2}(E_1 + E_2 + V_{11} + V_{22}) \pm \sqrt{(E_1 - E_2 + V_{11} - V_{22})^2 / 4 + |V_{12}|^2}$$

Чтобы квадратный корень равнялся нулю, должно быть выполнено условие в случае аппроксимации возмущения

$$(E_1 - E_2)^2 + 2(E_1 - E_2)(V'_{11} + V'_{22})\delta r + [4|V'_{12}|^2 + (V'_{11} + V'_{22})^2](\delta r)^2 = 0.$$

Где имеем  $V_{ik} = \langle \psi_i^* | \hat{V} | \psi_k \rangle = \langle \psi_i^* | \hat{V} | \psi_k \rangle$ ,  $\delta r_1 = -\delta r_2 = \delta r$  в действительном пространстве. При этом

$$V_{11} = V'_{11}\delta r; V_{22} = -V'_{22}\delta r; V_{12}V_{21} = V'_{12}V'_{21}(\delta r_1)^2 = V'_{12}V'_{21}(\delta r_2)^2 = V'_{12}V'_{21}(\delta r)^2.$$

Т.е. оператор возмущения эрмитов в действительном пространстве. При этом он симметричен в комплексном пространстве. Где используется линейный член аппроксимации возмущения. Откуда имеем

$$\delta r = \frac{-(V'_{11} + V'_{22}) \pm 2i|V'_{12}|}{[4|V'_{12}|^2 + (V'_{11} + V'_{22})^2]}(E_1 - E_2).$$

Где комплексная величина радиуса имеет порядок  $\delta r$ , равный размеру атома,  $r$  порядка размера молекулы.



## Список литературы

1. Якубовский Е.Г. Исследование решения уравнения Навье – Стокса, «Реферативный журнал. Научное обозрение», т.1, 2016, стр. 46-80  
<http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/1/632.pdf>
2. Л.Д.Ландау, Е.М. Лифшиц Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г.,
3. Кикоин И.К. Таблицы физических величин. Справочник. М.: «Атомиздат», 1976г.,1009с.
4. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: «Высшая школа»,1981, -400с.
5. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика, т.IV, М., - «Наука»,1989 г., 727
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика Нерелятивистская теория т.III, Наука, М.,1969,768с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля т.II, М., - «Наука», 1973,564с.
8. Якубовский Е.Г. Вычисление вязкости твердого тела и жидкости. «Энциклопедический фонд России», 2015, 3стр.  
[http://russika.ru/userfiles/390\\_1440699433.pdf](http://russika.ru/userfiles/390_1440699433.pdf)
9. Якубовский Е.Г. Вычисление массы фотона «Энциклопедический фонд России», 2016,6стр. <http://russika.ru/sa.php?s=1153>
10. Якубовский Е.Г. ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ Реферативный журнал «Научное обозрение» 2016, т.2, стр.58-80,  
<http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf>
- 11.Якубовский Е.Г. Квантование энергии тел, описываемых уравнением ОТО. «Энциклопедический фонд России», 2014.

[http://russika.ru/userfiles/390\\_1423751359.pdf](http://russika.ru/userfiles/390_1423751359.pdf)

12. *O. Carnal and J. Mlynek* Young's double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer Phys. Rev. Lett. 66, 2689 – Published 27 May 1991

13. Якубовский Е.Г. Физический смысл уравнений квантовой механики, электродинамики и ОТО. «Энциклопедический фонд России», 2015,

<http://russika.ru/sa.php?s=890>

14. *Якубовский Е. Г.* Модель комплексного пространства и распознавание образов. Казань, на стыке наук. Физико-химическая серия. 2014, 186-187с.

<http://istina.msu.ru/media/publications/article/211/bd0/6068343/raspoznavobrazovwithoutequation.pdf>

15. *Якубовский Е.Г.* Уравнение Навье - Стокса в электромагнитном поле с учетом квантовых эффектов «Энциклопедический фонд России», 2016, стр.

6 [http://russika.ru/userfiles/390\\_1463731493.pdf](http://russika.ru/userfiles/390_1463731493.pdf)

17. Якубовский Е.Г. Группировка частиц вакуума в кварки

«Энциклопедический фонд России», 2016, 9стр.

<http://www.russika.ru/sa.php?s=1087>

18. Якубовский Е.Г. Точность аппроксимации калибровочных

производных в стандартной модели «Энциклопедический фонд России»,

2016, 25 стр. <http://russika.ru/sa.php?s=1185>

19. Якубовский Е.Г. Квантовая механика в комплексном пространстве. «Международный журнал экспериментального образования», №9, часть 2, 2016, стр.255-268 <http://www.expeducation.ru/pdf/2016/9-2/10491.pdf>

20. *Якубовский Е.Г.* Описание атома на основе свойств частиц вакуума. 2016, 11 стр., «Энциклопедический фонд России»,

<http://russika.ru/sa.php?s=1188>

21. Сивухин Д.В. Общий курс физики Т.3 Электричество. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004, 656 стр.

22. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теоретическая физика т. IX, Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статическая физика, часть II, Теория конденсированного состояния М.: Наука, 1978, 448 стр.

23. Якубовский Е.Г. Комплексные ограниченные решения уравнений в частных производных. Материалы международной научно-практической конференции. Теоретические и практические аспекты естественных и математических наук. Новосибирск: Изд. «Сибак», 2012, с. 19-30.

<http://sibac.info/index.php/2009-07-01-10-21-16/5809-2013-01-17-07-57-12>

24. Якубовский Е.Г. Распределение импульса в водородоподобном атоме «Энциклопедический фонд России», 2016, 5стр.

[http://russika.ru/userfiles/390\\_1479025150.pdf](http://russika.ru/userfiles/390_1479025150.pdf)

25. Якубовский Е.Г. Хаотические решения обыкновенных дифференциальных уравнений Сборник статей по материалам XVI международной научно-практической конференции №3 (15). Естественные и математические науки в современном мире. Новосибирск: Изд. «Сибак», 2014, с. 46-53. <http://sibac.info/13720>

26. Якубовский Е.Г. Описание хаотических решений с помощью ряда Лорана с существенной особой точкой Сборник статей по материалам XVII международной научно-практической конференции №4 (16). Естественные и математические науки в современном мире. Новосибирск: Изд. «Сибак», 2014, с. 15-22. <http://sibac.info/14133>

27. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика Механика турбулентности часть 1. М.: «Наука», 1965г., 640с.

28. Зельдович Я.Б. Компанеев А.С. Теория детонации. – М.:

Государственное Издательство Технико-Теоретической литературы,

1955, 136с.

29. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. II, Термодинамика и молекулярная физика. -М: «Физматлит», 2005. -544с.

30. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика.

М.: Государственное Издательство Физико-математической литературы, 1963г., ч. II, 400с.

31. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц* Механика, т. I, М., - «Наука», 1965 г., 203с.

32. *Якубовский Е.Г.* Комплексные решения уравнений в частных производных. VIII Международная Научно-практическая конференция «Актуальные вопросы развития инновационной деятельности в новом тысячелетии», Новосибирск, 2014г., стр.60-65

<http://math-systems.ru/files/Arhiv/19-0.09.2014/mis8.pdf#page=66>

33. Хуанг К. Кварки, лептоны и калибровочные поля. М.: Мир, 1985, 382с.

34. Горелов С.Л. Компьютерное моделирование аэротермодинамики летательных аппаратов в верхних слоях атмосферы. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. ЦАГИ, М.:, 2015г.

35. Якубовский Е.Г. Локализованное решение уравнений Шредингера-Лапласа для одиночной частицы «Энциклопедический фонд России», 2015, 6 стр. <http://russika.ru/sa.php?s=1062>

36. Якубовский Е.Г. Определение коэффициента сопротивления круглого трубопровода//Сборник научных статей «Развитие науки в XXI веке: естественные и технические науки», 2015,

DOI: 10.17809/06(2015)-1

37. *Рубаков В.А.* Классические калибровочные поля. Бозонные теории. М., КомКнига, 2005, -296с.
38. *Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин* Возбуждение электромагнитных волн М.: «Энергия», 1967, 376с.