Аналог уравнений Максвелла, описывающего звуковые волны

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Звуковые волны подчиняются волновому уравнению и для них можно ввести понятие векторного и скалярного потенциала. Также можно определить понятие тока и плотности заряда. Звуковые волны вызываются изменением комплексного объема макротел. Комплексное изменение объема связано с изменением формы без изменения его объема. Фаза комплексного объема тела определяет его форму. При этом меняется как действительная, так и мнимая часть комплексного объема тела. При этом учитывается комплексная скорость звуковой волны.

1. Определение свойств звукового поля

Покажем, что можно определить напряженность электрического и магнитного поля у уравнений звуковых волн гидродинамики. Для этого определим понятие скалярного и векторного потенциала электромагнитного поля. Ротор меняет знак при переходе из правой декартовой системы координат в левую. Это можно доказать, расписав определение ротора в декартовой системе координат и поменяв знак в одном столбце у оператора дифференцирования и этой же компоненте скорости.

$$\nabla_l \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & -\mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & -\dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & -V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\nabla_r \times \mathbf{V}$$

индекс r соответствует правой системе координат, индекс l левой. При этом дивергенция знак не меняет. Распишем величину комплексной скорости в виде

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 ,$$

и подействуем оператором дивергенция на обе части равенства

$$\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 .$$

Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\operatorname{Re}\mathbf{V}, \operatorname{Im}\mathbf{V}$ возьмем левую дивергенцию. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. При этом имеем соотношение $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^*$. Так как при этом в плоскости $\operatorname{Re}\mathbf{V}, \operatorname{Im}\mathbf{V}$ действительная часть не изменит знака, а мнимая часть изменит знак, получим

$$\begin{aligned} &\nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^* = \\ &= \nabla_l (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 \end{aligned} .$$

При этом воспользовались тем, что правая и левая дивергенция равны. Откуда получаем $\nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = 0$, и значит, $(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = i \cdot \nabla_r \times \mathbf{A}$, т.е. мнимая часть комплексной скорости соленоидальная.

Аналогично расписываем скорость, подействовав оператором ротор

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 ,$$

но при этом величину скорости представим в виде $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t}$, а скорость c это скорость возмущения в среде. Значит из условия $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r \mathbf{V}_0$, можно определить $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t}$. При этом условие на мнимую часть $\mathbf{V}$ выполняется. Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\operatorname{Re}\mathbf{V}, \operatorname{Im}\mathbf{V}$ возьмем левый ротор, получим соотношение $\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^*$. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. Так как при этом действительная часть изменит знак, а мнимая часть нет, ($\nabla_l \times = -\nabla_r \times$ и взята комплексно сопряженная часть), имеем

$$\begin{aligned} &\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^* = \nabla_l \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \\ &= -\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 \end{aligned}$$

т.е. получим $\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*) = 0$. Это соотношение эквивалентно $(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 = -\mathrm{grad}\varphi$. Итак, имеем

$$\begin{gathered}\mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} = -\nabla\varphi + i\cdot\nabla\times\mathbf{A} \\ \mathbf{V}_0^* + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} = -\nabla\varphi - i\cdot\nabla\times\mathbf{A}\end{gathered}.$$

Эта формула другая формулировка факта, что вектор можно представить в виде суммы градиентной части и соленоидальной части.

Из этого равенства имеем

$$\begin{gathered}\mathbf{V}_0 = -\frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} - \nabla\varphi + i\cdot\nabla\times\mathbf{A} = \mathrm{E} + i\mathrm{H} \\ \mathbf{V}_0^* = -\frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} - \nabla\varphi - i\cdot\nabla\times\mathbf{A} = \mathrm{E} - i\mathrm{H}\end{gathered}.$$

Так как имеется мнимая часть скорости, значит описывается турбулентный режим течения. Электромагнитное поля описывает турбулентный режим движения частиц вакуума, причем инвариантом служит квадрат действительной и мнимой части комплексной скорости. При описании колебаний частиц вакуума турбулентный режим течения наступает при малом числе Рейнольса, поэтому возможно волновое уравнение, описывающее малую скорость частиц вакуума, при турбулентном режиме.

Отметим, комплексный характер массовой скорости ударной волны. В самом деле, согласно известной формуле перепада давления до p_1 и после p_2 фронта ударной волны имеем см. [2]

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} = 1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1}\frac{\Delta a_1}{c_1}, M_1 = 1 + \frac{\Delta a_1}{c_1}. \quad (1.1)$$

откуда имеем формулу для перепада давления в волне малой интенсивности в газе

$$\Delta p = \rho_1 c_1 \Delta a_1 \frac{4\gamma}{\gamma+1}; \gamma = \frac{c_p}{c_V}.$$

Эта формула множителем отличается от известной формулы между перепадом давления и массовой скоростью Δa_1 в звуковой волне. Значит формула (1.1) не переходит в известную формулу для звуковой волны и, следовательно, определение формулы для звуковой волны надо изменить, перейдя в комплексную плоскость. Замена осуществляется по формуле

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{c_1 + \Delta a_{\mathrm{Re}} + i\Delta a_{\mathrm{Im}}}{c_1} = 1 + \frac{\Delta a_{\mathrm{Re}} \exp(i\alpha)}{c_1} \sqrt{1 + (\frac{\Delta a_{\mathrm{Im}}{}^2}{\Delta a_{\mathrm{Re}}})^2} .$$

Откуда следует формула $\Delta p = \rho c_1 \Delta a_{\mathrm{Re}} \exp(i\alpha) \sqrt{1 + (\frac{\Delta a_{\mathrm{Im}}}{\Delta a_{\mathrm{Re}}})^2}$. Имеется рассогласование между фазой величины перепада давления и скорости. Отношение мнимой части массовой скорости к действительной части является константой $\frac{\Delta a_{\mathrm{Im}}}{\Delta a_{\mathrm{Re}}} = \sqrt{\frac{15\gamma^2 - 2\gamma - 1}{(\gamma+1)^2}}$, значит мнимая часть больше и энергия звуковой волны отрицательна. Откуда запаздывание перепада давления и массовой скорости равно $\alpha = \arg(\Delta a_{\mathrm{Re}} + i\Delta a_{\mathrm{Im}}) = \arctan\sqrt{\frac{15\gamma^2 - 2\gamma - 1}{(\gamma+1)^2}}$.

Причем, так как скорость в газе подчиняется волновому уравнению, напряженность «электрического» и «магнитного» поля подчиняется волновому уравнению. Частным решением двух волновых уравнений являются уравнения Максвелла для свободного пространства. Эти частные решения являются и общими решениями для свободного пространства. В самом деле, добавка произвольной функции в уравнения Максвелла для свободного пространства, приведет к волновому уравнению с добавочными функциями относительно уравнения свободного пространства.

Но какова же правая часть волнового уравнения для звуковых волн. Скорость звуковой волны определяется по формуле при условии $r > \lambda$ см. [2]§74

$$\sqrt{\rho}\mathbf{V} = \frac{\sqrt{\rho}\ddot{V}(t - r/c_s)}{4\pi c_s r}\mathbf{n}.$$

Где ρ средняя плотность среды, величина c_s скорость звука. Где формула распространяется на изменение комплексного объема макротела. При этом в случае волнового уравнения

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -4\pi e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0).$$

Потенциал определяется по формуле $\varphi = \frac{e(t - r/c)}{r}$ при условии $r > \lambda$. Значит волновое уравнение для комплексной скорости $\sqrt{\rho}\mathbf{V} = \mathbf{E} + i\mathbf{H}$

$$\Delta\sqrt{\rho}\mathbf{V} - \frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2\sqrt{\rho}\mathbf{V}}{\partial t^2} = \Delta(\mathbf{E} + i\mathbf{H}) - \frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2(\mathbf{E} + i\mathbf{H})}{\partial t^2} =$$
$$= -\sqrt{\rho}\ddot{V}\mathbf{n}/c_s\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = -\frac{\sqrt{\rho}\ddot{V}}{V}\mathbf{n}/c_s = -4\pi(\nabla\rho_s + i\nabla\times\mathbf{j}/c_s).$$

Откуда определится величина

$$\nabla\rho_s = \sqrt{\rho}\,\mathrm{Re}\frac{\ddot{V}}{Vc_s}\mathbf{n} = -\sqrt{\rho}\frac{\omega^2}{c_s}\mathbf{n}, \nabla\times\mathbf{j} = -\sqrt{\rho}\omega^2\mathbf{n}; |\mathbf{n}| = 1;$$

$$\arg\sum_{k=1}^{3} n_k^2\left(\frac{[\mathbf{E},\mathbf{H}]}{|[\mathbf{E},\mathbf{H}]|}\right) = 2\alpha = 2\arctan\sqrt{\frac{15\gamma^2 - 2\gamma - 1}{(\gamma+1)^2}}$$

$$\arg\sum_{k=1}^{3} n_k^2\left(\frac{[\mathbf{E},\mathbf{H}]}{|[\mathbf{E},\mathbf{H}]|}\right) = \arg\sum_{k=1}^{3} r_k^2\left(\frac{[\mathbf{E},\mathbf{H}]}{|[\mathbf{E},\mathbf{H}]|}\right); \mathbf{n} = \mathbf{r}(\theta,\varphi)/|\mathbf{r}(\theta,\varphi)|$$

Где величина $\mathbf{r}(\theta,\varphi)$ это комплексный размер тела в определенном направлении. Определение комплексного размера тела см. [4]. Путем разложения комплексного вектора плотности потока излучателя $-\sqrt{\rho}\omega^2\mathbf{n}/c_s$ на действительную градиентную и мнимую соленоидальную часть. Изменение фазы комплексного объема заключается в изменении его формы. Суммарное изменение модуля объема и размера тела вдоль направления распространения компенсируется и фаза изменения формы тела в этом направлении равна величине $\alpha = \arctan\sqrt{\frac{15\gamma^2 - 2\gamma - 1}{(\gamma+1)^2}}$. Излучатель колеблется, его размер, равный модулю объема, не меняется, но форма изменяется в пространстве. Действительная часть - это среднее значение объема, а мнимая часть - это среднеквадратичное изменение объема тела. Модуль объема равен квадрату среднего значения плюс дисперсия и эта величина при синусоидальном изменении формы сохраняется. Напряженность «электрического» и «магнитного» поля определится из равенства $\mathbf{E}+i\mathbf{H}=\sqrt{\rho}\mathbf{V}$, где скорость рассматривается в направлении распространения волны и ее фаза не равна нулю в общем случае $\arg\mathbf{V}_k(\frac{[\mathbf{E},\mathbf{H}]}{|[\mathbf{E},\mathbf{H}]|})=\arg\mathbf{r}_k(\frac{[\mathbf{E},\mathbf{H}]}{|[\mathbf{E},\mathbf{H}]|})\neq 0$, т.е. скорость комплексная, и ее фаза определяется фазой размера тела. Но сумма квадратов размеров тела в этом направлении имеет фиксированную фазу в случае определенной среды звуковых волн

$$\arg\sum_{k=1}^{3} n_k^2(\frac{[\mathbf{E},\mathbf{H}]}{|[\mathbf{E},\mathbf{H}]|})=2\alpha=2\arctan\sqrt{\frac{15\gamma^2-2\gamma-1}{(\gamma+1)^2}}=\arg(\varepsilon+i\mu);$$

$$0<\arg(\varepsilon+i\mu)<\pi/2;\varepsilon\in[0,\infty];\alpha\in[0,\infty],\gamma\in[-\infty,\frac{1}{15}-\sqrt{\frac{1}{15^2}+\frac{1}{15}}],[\frac{1}{15}+\sqrt{\frac{1}{15^2}+\frac{1}{15}},\infty]$$

В случае звуковых волн имеется запрещенная зона $\gamma\in[\frac{1}{15}-\sqrt{\frac{1}{15^2}+\frac{1}{15}},\frac{1}{15}+\sqrt{\frac{1}{15^2}+\frac{1}{15}}]$, где фаза комплексная. Откуда можно определить связь между отношением диэлектрических проницаемостей и отношением теплоемкостей при постоянном давлении и объеме. Определится «векторный потенциал» **A** и скалярный потенциал звуковой волны. Если для электромагнитной волны фазы электрического и магнитного поля имеют одинаковое отношение

При этом имеем

$$\Delta\mathbf{A}-\frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}=-4\pi\mathbf{j}/c_s=-4\pi\frac{\sqrt{\rho}v^2}{c_s}\mathbf{u}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)=-4\pi\sqrt{\rho}\omega\mathbf{u};\mathbf{u}=\mathbf{U}/c_s$$

$$\Delta\varphi-\frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-4\pi\frac{\sqrt{\rho}v^2}{c_s}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)=-4\pi\sqrt{\rho}\omega$$

где величина ν равна кинематической вязкости среды, газа. Величина $\sqrt{\rho}\nu^2/c_s = 10^{-3/2-2-4}/3.3 = 10^{-8} g^{1/2} cm^{3/2}/s = 20e$. имеет размерность заряда электрического поля. Назовем ее зарядом источника. Откуда имеем значение объема заряда звуковой волны $V = \frac{\nu^2}{\omega c_s}$. Получаем радиус заряда в случае звуковой волны частотой пульса организма $\omega = 600/s$ равен $a = \sqrt[3]{\frac{3\nu^2}{4\pi\omega c_s}} = \sqrt[3]{\frac{10^{-2-3-4}}{2,4\pi}} = 0.5\cdot 10^{-3} cm$, что несколько меньше размера клетки живого организма. Радиус заряда в случае электромагнитного поля равен

$$a = \sqrt[3]{\frac{3\nu^2}{4\pi\omega c}} = \frac{\hbar}{mc}\sqrt[3]{\frac{3\cdot 137^2 n^2}{8\pi}} = \frac{n\hbar^2}{me^2}\sqrt[3]{\frac{3}{8\pi 137 n}}; \nu = i\frac{\hbar}{2m}, \omega = -\frac{me^4}{2\hbar^3 n^2},$$

Эта величина близка к радиусу электрона в атоме. Для правильного определения размера электрона в основном состоянии атома нужно его разделить на величину $\sqrt[3]{\frac{3}{8\pi\cdot 137}} = 0.095 = 1/10.5$. Размер заряда фонона равен $a = 0.005 cm$, а величина заряда фонона будет равна величине $0.017e$. Инварианты звуковой волны равны $F_{ik}F^{ik} = \rho(\mathrm{Re}\,\mathbf{V})^2 - \rho(\mathrm{Im}\,\mathbf{V})^2; e^{iklm}F_{ik}F_{lm} = 2\rho(\mathrm{Im}\,\mathbf{V}, \mathrm{Re}\,\mathbf{V})$. При этом напряженности звуковой волны удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho_s = 4\pi\sqrt{\rho}\omega, \mathrm{div}\mathbf{H} = 0$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c_s}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}, \mathrm{rot}\mathbf{H} = -\frac{1}{c_s}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c_s}\mathbf{j} = -\frac{1}{c_s}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c_s}\sqrt{\rho}\omega\mathbf{u}.$$

При этом на двигающееся в жидкости тело, действует сила Лоренца, перпендикулярная скорости движения и напряженности магнитного поля. Магнитное звуковое поле создается соленоидальной мнимой частью скорости вращающихся в жидкости тел. Поступательное движение источника звуковых волн создает электрическое звуковое поле. При вращении с частотой ω сила тока равна $-\sqrt{\rho}\omega^2 V\mathbf{n}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0) = \nabla\times\mathbf{j}$. Сила тока при скорости вращения $10^2/s$ равна 10^4 *ед.СГС* $= 0.33\cdot 10^{-5} A/cm^2$. Сила Лоренца, действующая на тело, двигающееся со скоростью $10 cm/s$ с единичным зарядом, равна $F = 1.7 \cdot 10^4 e[V, H]/c$. Сила Лоренца, действующая на один звуковой заряд гораздо больше силы Лоренца электрического поля, но электрическая сила в сто раз меньше при одинаковых напряженностях электрического и магнитного поля, одинаковых скоростях и одна единица заряда. Но одна единица заряда занимает большой объем в случае звуковых волн, и в теле поместится меньшее количество зарядов в $10^{(9-3)3} = 10^{18}$ раз, чем в случае электромагнитных волн. Поэтому у двигателя на звуковых волнах будет малый крутящий момент, и двигатель на звуковых волнах не возможен.

Литература

1. *Якубовский Е.Г.* ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ. Реферативный журнал «Научное обозрение», 2016, №2, http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г.,736стр.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.
4. *Якубовский Е.Г.* Решение уравнения Гельмгольца для произвольного тела с изломом. «Энциклопедический фонд России», 2014г., 18стр., http://russika.ru/sa.php?s=1178
5. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика, т.IV, М.,- «Наука»,1989 г., 727