Квантовая теория гравитации

Е.Г. Якубовский

НМСУГ e-mail yakubovski@rambler.ru

Аннотация

Решение уравнения ОТО и уравнений движения для дискретных тел, определяет метрический тензор, описывающий гравитационное поле. При этом значение метрического тензора связано с решением уравнения Клейна-Гордона. При этом из значения метрического интервала получено уравнение Клейна-Гордона, причем оно содержит метрический тензор, выраженный через волновую функцию. Описана на основе квантовых представлений черная дыра.

Получим из релятивистского уравнения Навье – Стокса уравнение Клейна-Гордона. Рассмотрим уравнение Навье - Стокса с кинематической вязкостью $\nu = \frac{i\hbar}{2m}$ записанное в релятивистской форме, причем без учета теплового потока, который в вакууме имеет малое значение. Если релятивистское уравнение Навье – Стокса записано относительно тепловой функции единицы объема $w = e + p$ в локальной системе покоя см. [1]§133, то в предлагаемой формуле используется плотность в локальной системе покоя

$$\frac{i\hbar}{2m}\left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^l \partial x_l}\right) - u^0 \frac{\partial u_k}{\partial x^0} - u^l \frac{\partial u_k}{\partial x^l} = \frac{\partial p}{\rho \partial x^k}.$$

Получили релятивистское инвариантное уравнение Навье – Стокса.

Воспользуемся равенством для четырехмерной скорости $u_k = -\frac{i\hbar}{m}\nabla_k \ln\psi, k = 0,...,3$.

$$\frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^l \partial x_l} +$$

$$+\frac{i\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^0} + \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^l} = \frac{\partial p}{\rho \partial x^k}$$

Разделим это уравнение на величину $\frac{\hbar^2}{m^2}$, получим

$$\frac{\partial}{\partial x^k}\left[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^l \partial x_l} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^0} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l} - \frac{2m^2}{\hbar^2}\int_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho \partial x^k}u^k ds\right] = 0.$$

Где величина $dx^k = u^k ds, k = 0,...,3$, при этом интеграл вдоль траектории равен

$$c^2(s) - c^2(s_0) = c^2(x^0, x^1, x^2, x^3) - c^2(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3) = \int_{s_0}^{s}\frac{dc^2}{ds}ds =$$

$$= -\int_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho \partial x^k}u^k ds = -\int_{(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3)}^{(x^0, x^1, x^2, x^3)}\frac{\partial p}{\rho \partial x^k}dx^k.$$

Причем как функция метрического интервала, эта величина инвариантна относительно преобразования Лоренца. Где величина s соответствует значению метрического интервала, и интеграл берется вдоль траектории движения частиц. Причем частная производная от этого интеграла вдоль траектории, равна

$$\frac{\partial}{\partial x^l}\int_{(x_0^0, x_1^0, x_2^0, x_3^0)}^{(x_0, x_1, x_2, x_3)}\frac{\partial p}{\rho \partial x^k}dx^k = \frac{d}{u^l ds}\int_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho \partial x^k}u^k ds = \frac{\partial p}{u^l \rho \partial x^k}u^k = \frac{dp}{u^l \rho ds} = \frac{\partial p}{\rho \partial x^l}$$

Проинтегрируем это уравнение, получим

$$\left[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^l \partial x_l} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^0} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l}\right] - \frac{2m^2}{\hbar^2}\int_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho \partial x^k}u^k ds = -m^2c^2/\hbar^2.$$

Причем при постоянной плотности среды имеем уравнение

$$[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^l \partial x_l} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^0} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l}] - \frac{2m^2}{\hbar^2}\frac{\Delta p}{\rho} .$$
$$= -m^2 c^2 / \hbar^2$$

Где константу интегрирования обозначили $m^2 c^2 / \hbar^2$. Умножим это уравнение на величину ψ и воспользуемся равенством $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^0 \partial x_0} = \psi[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x^0}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_0}], \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^l \partial x_l} = \psi[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^l \partial x_l} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}]$ получим уравнение Клейна-Гордона с потенциалом.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^l \partial x_l} - \frac{2m^2}{\hbar^2}\frac{\Delta p}{\rho}\psi = -m^2 c^2 \psi / \hbar^2$$

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^0 \partial x_0} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^l \partial x_l} - \frac{2mU}{\hbar^2}\psi = m^2 c^2 \psi / \hbar^2;$$

$$U = -m\int_{s_0}^{s} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} u^k ds = mc^2(x^0, x^1, x^2, x^3) - mc^2(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3) < 0$$

Построим локальное решение уравнения Клейна-Гордона $\psi = \frac{1}{\sqrt{V}}\exp[-i(E\Delta t - i\mathbf{p}_0 \Delta\mathbf{r})/\hbar][1 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^3]$.

При этом локальное решение сводится к равенству

$$E^2 = p_0^2 c^2 + 2mU_0 c^2 + m^2 c^4 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0).$$

Это уравнение приводится к виду

$$E - mc^2 = \frac{p_0^2}{2m} + U_0 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

Совершенно аналогичная ситуация с уравнением Клейна-Гордона и уравнением ОТО. Допустим метрический тензор ОТО связан с волновой функцией соотношением

$$g_{lk} = g_{lkg} - ƛ^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} \qquad (1)$$

Где имеем $\frac{\hbar}{mc} = ƛ$. Тогда уравнение (1) запишется в виде

$$g_{lkq} = g_{lk} - g_{lkg} = -ƛ^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} \qquad (1a)$$

Где величина g_{lk} это метрический тензор тела, состоящий из непрерывного решения g_{lkg}, решение уравнения ОТО, и независимой квантовой части метрического тензора g_{lkq}, ψ_q волновая функция, описывающая тело. При этом гравитационный член и квантовый нужно рассматривать независимым образом, так как они имеют отличную структуру. Одно описывает детерминированный процесс, а другое вероятностный процесс.

$$ds_q^2 = ds^2 - ds_g^2 = g_{lkq} dx^l dx^k = -ƛ^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} dx^l dx^k = -ƛ^2 \frac{d\partial_k \psi_q}{\psi_q} dx^k =$$
$$= -ƛ^2 \frac{\partial^s \partial_k \psi_q}{\psi_q} dx_s dx^k = dx_k dx^k ; ds_g^2 = g_{lkg} dx^l dx^k .$$

Откуда имеем $-ƛ^2 \partial^s \partial_k \psi_q \delta_s^k = \psi_q$,

$$-ƛ^2 \partial^k \partial_k \psi_q = \psi_q \qquad (2)$$

Причем вспомогательную волновую функцию ψ_q определяем в пространстве Минковского. Т.е. получается уравнение Клейна-Гордона см.[2]§10 в котором характерная длина волны элементарных частиц $\frac{\hbar}{mc}$ заменена размером Планка $ƛ = \frac{\hbar}{m_{Pl} c}$, т.е. в случае гравитационного поля масса частицы заменена на массу Планка.

Причем справедливо

$$ds_g^2 = g_{lkg} dx^l dx^k = g_{lkg} \frac{\partial x^l}{\partial x_s} dx_s dx^k = g_{lkg} g^{lsg} dx_s dx^k = dx_k dx^k$$

Откуда справедливо $g_{lkg} g^{lsg} dx_s = dx_k$, следовательно, справедливо $g_{lkg} g_g^{ls} \delta_s^k = \delta_k^s \delta_s^k = \delta_k^k = \frac{\partial x_k}{\partial x_k} = \delta_k^k = 4$. Кроме того, величина метрического интервала всей системы равна $ds^2 = ds_g^2 + ds_q^2 = (g_{lkg} + g_{lkq}) dx^l dx^k$.

Определитель системы g считается с участием гравитационного и квантового метрического тензора, как интегральная характеристика двух разных процессов. Причем координаты у гравитационного поля и квантовой системы общие, а скорости, за счет гравитационного и квантового взаимодействия, разные $u_g^k = \frac{dx^k}{ds_g}$, $u_q^k = \frac{dx^k}{ds_q}$, кроме того вводится величина скорости $u^k = \frac{dx^k}{ds}$, по суммарному метрическому тензору. Метрический интервал гравитационного и квантового поля определяется по формуле $s_g = \int_0^t \sqrt{g_{lkg} \frac{dx_l}{dt}\frac{dx_k}{dt}}dt$, $s_q = \int_0^t \sqrt{g_{lkq} \frac{dx_l}{dt}\frac{dx_k}{dt}}dt$, причем имеем суммарный метрический интервал $s = \int_0^t \sqrt{(g_{lkg} + g_{lkq}) \frac{dx_l}{dt}\frac{dx_k}{dt}}dt$.

Используя локальное решение квантовой части уравнения ОТО $\psi_q = \exp[iu_{lq}(x_0^0,...,x_0^3)(x^l - x_0^l)/\lambda\!\!\!^{-}] + O(x^l - x_0^l)^3$, где u_{lq} локальная, четырехмерная скорость, получим локальное значение метрического тензора

$$g_{lk} = g_{lkg}(x_0^0,...,x_0^3) + u_{lq}(x_0^0,...,x_0^3)u_{kq}(x_0^0,...,x_0^3) + O(x^l - x_0^l)$$

Отсюда можно сделать вывод, что квантовые эффекты проявляются при релятивистских скоростях, когда величина скорости u_{lq} велика.

Но в случае отсутствия гравитационного поля, для одного пробного тела с малой массой, локальное решение превращается в точное решение, так как в случае отсутствия гравитационного поля скорость постоянна и волновая функция точно равна $\psi_q = \exp(iu_{lq}\Delta x^l / \lambda\!\!\!^{-})$, причем гравитационного поля нет $g_{lkg} = g_{lkg0}$, метрический тензор равен

$$g_{lk} = g_{lkg0} + u_{lq}u_{kq}. \qquad (3)$$

Члены метрического тензора $g_{uvg}, -ƛ^2 \frac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q}$ назовем соответственно гравитационным и квантовым. При этом g_{uvg0} метрический член пространства Минковского.

При этом при записи уравнения (2) надо использовать значение метрического тензора из (1а), даже в декартовой системе координат см. [3]§86, поэтому возникла ковариантная производная.

$$D^k D_k \psi = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^l} \sqrt{-g} (g^{lk} \frac{\partial \psi}{\partial x^k}).$$

Перепишем эту формулу по-другому в виде уравнения Клейна-Гордона

$$-ƛ^2 D^k D_k \psi = -ƛ^2 \psi_{;k}^{;k} = \frac{-ƛ^2}{\sqrt{-\left| g_{uvg} - ƛ^2 \frac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q} \right|}} \frac{\partial}{\partial x^l} [\sqrt{-\left| g_{uvg} - ƛ^2 \frac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q} \right|} \times$$

$$\times (g_{lkg} - ƛ^2 \frac{\partial^l \partial^k \psi_q}{\psi_q}) \frac{\partial \psi}{\partial x^k}] = \psi$$

При вычислении метрического тензора используется сумма гравитационного и квантового метрический тензор g_{uvg}, g_{uvq}. При этом величина ψ_q имеет смысл потенциала, описывающего изменение метрического тензора. В формуле используются разные метрические тензоры, гравитационный и квантовый, их объединяет общая система координат.

В случае отсутствия гравитационного члена, скорость частиц постоянна и волновая функция равна $\psi_q = \exp(i u_{lq} \Delta x^l / ƛ)$. Где величина g_{lkg0}, это метрический тензор пространства Минковского, причем $g_{lk} \frac{dx^l}{ds} \frac{dx^k}{ds} = g_{lk0} u^l u^k = (g_{lkg0} + u_{lq} u_{qk}) u^l u^k = 1$. Причем для суммарного метрического тензора используется скорость с метрическим интервалом гравитационного и квантового поля $\psi = \exp(i u_l \Delta x^l / ƛ)$.

$$-ƛ^2 D^k D_k \psi = \frac{-ƛ^2}{\sqrt{-\left|g_{uvg0} + u_{uq} u_{vq}\right|}} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial x^l}\left(\sqrt{-\left|g_{uvg0} + u_{uq} u_{vq}\right|}\,(g_{g0}^{lk} + u^{lq} u^{kq}) \frac{\partial \psi}{\partial x^k}\right) = (g_{g0}^{lk} + u^{lq} u^{kq}) u_l u_k \psi = \psi \quad .(4)$$

Т.е. получено решение в отсутствии гравитационного поля.

При этом в результате получится метрический тензор, равный $g_{lk} = -ƛ^2 \frac{D_l D_k \psi}{\psi}$, где ковариантной производной D_l соответствует суммарный метрический тензор $g_{lk} = g_{lkg} - ƛ^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q}$. В случае отсутствия гравитационного поля в результате получится метрический тензор $g_{lk0} = g_{lkg0} - ƛ^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q}$. В самом деле

$$-ƛ^2 \frac{D_l D_k \psi}{\psi} dx^l dx^k = -ƛ^2 \frac{D^s D_k \psi}{\psi} dx_s dx^k = dx_k dx^k$$

откуда имеем $-ƛ^2 \frac{D^s D_k \psi}{\psi} \delta_s^k = 1$, т.е. релятивистское уравнение Клейна-Гордона $-ƛ^2 D^k D_k \psi = \psi$. Причем метрический тензор этого уравнения равен $g_{lk} = g_{lkg} - ƛ^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q}$. Итерации продолжаются до тех пор, пока значение метрического тензора $g_{lk} = g_{lkg} - ƛ^2 \frac{\partial_l \partial_k \psi}{\psi}$ не будут определяться решением уравнения Клейна – Гордона $-ƛ^2 D^k D_k \psi = \psi$.

Применим квантовое описание гравитационного поля для описания черной дыры. Для гравитационного поля получится метрический тензор

$$g_{lk}=g_{lkg}-\lambda^2\frac{\partial_l\partial_k\psi_q}{\psi_q}=g_{lk}+\lambda^2\frac{p_l\,p_k}{\hbar^2}=\begin{cases}g_{00}+\lambda^2\dfrac{E^2}{\hbar^2c^2}, l=k=0\\ g_{l0}-\lambda^2\dfrac{Ep_l}{\hbar^2c}, l=1,...,3, k=0\\ g_{lk}+\lambda^2\dfrac{p_l\,p_k}{\hbar^2}, l,k=1,...,3\end{cases}.$$

и метрический интервал для свободного пространства равен

$$ds^2=g_{lk}dx^l dx^k+d(\frac{E}{mc}t-\frac{p_l x^l}{mc})^2/2,$$

Т.е. собственное время изменилось на величину

$$cd\tau=cdt\sqrt{g_{00}+(\frac{E}{mc^2}-\sum_{l=1}^{3}\frac{p_l\beta_l}{m\sqrt{1-\beta^2}})^2/2}=cdt\sqrt{1-\frac{2\gamma m}{c^2r}+(1-\beta^2)/2}.$$

Для микрочастиц эта поправка к изменению темпа времени мала, для макротел значительна, причем при испарении массы черной дыры поправка мала, но до испарения существенна. У массивных тел время течет быстрее, чем у тел с малой массой. При этом особенность члена g_{00} при условии $r=r_g$ в метрике Шварцшильда устраняется, а для g_{11} не устраняется, значит, определитель этой метрики стремится к бесконечности, что является не допустимым.

Чтобы частица находилась вечно в черной дыре, время у нее должно ускориться. Чтобы тело массы m притягивало частицу со скоростью $V=\omega r$, останавливая собственное время частицы, частица должна находиться на расстоянии $r=\dfrac{r_g}{3/2-k^2r^2/2}$. Задавая этот радиус можно определить частоты вращения частицы с остановленным собственным временем. Эта частота определится из уравнения $3-2r_g/r=k^2r^2$.

При этом частота вращения частиц с ускоренным собственным временем в черной дыре определится из уравнения

$$\omega=\frac{c}{r}\sqrt{3-\frac{2r_g}{r}} \qquad (5.5)$$

При этом, так как время частицы ускорилось. На самом деле имеется ускорение времени в гравитационном поле. Это следует из того, что собственное время τ соответствует $g_{00}=1$, а время в поле гравитации t соответствует $g_{00}=1-r_g/r$. Причем имеем $d\tau=\sqrt{1-r_g/r}dt$ и замедляется не собственное время τ, а ускоряется время t.

В общем, получается $\frac{d\tau}{dt}\to 0$, но это возможно за счет замедления $d\tau$, или ускорения dt. И то, и другое возможно. Вопрос в том, какой эталон времени неизменен. Так как собственное время τ соответствует $g_{00}=1$, т.е. времени удаленного наблюдателя, а оно постоянно (вне поля никакого эффекта изменения времени нет).

Но почему-то ЛЛ считает, что собственное время τ соответствует координате r, хотя собственное время τ соответствует системе координат $g_{00}=1$, т.е. не координате r, а удаленному наблюдателю. Координате r соответствует время t, так как $ds^2=g_{lk}(x^0,...,x^3)dx^l dx^k$ и координаты x^l относятся к метрическому тензору g_{lk}.

В СТО та же ситуация, надо говорить, либо собственное время τ замедляется, либо время t ускоряется. Но в любом случае имеем $d\tau=\sqrt{1-V^2/c^2}dt$. Так как инерциальные системы координат равноправны, мы не можем определить какое время неизменно. Мы не можем сказать за счет, какого эффекта близнец на земле состарился по отношению к близнецу в космическом корабле. В системе координат, связанной с землей, время ускоряется, если рассматривать с точки зрения системы координат, космического корабля. В системе координат, связанной с космическим кораблем время замедляется, если рассматривать с точки зрения системы координат, связанной с землей. И та, и другая точка зрения равноправны. Но космический близнец проведет меньшее безразмерное время

$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - V^2/c^2}$, правда не понятно, за счет, какого эффекта, замедления $d\tau$, или ускорения dt.

Но в случае ОТО, системы координат не равноправны, в собственной системе координат нет гравитационного поля $g_{00} = 1$, и значит, время течет равномерно.

При этом частота вращения и скорость вращения не нулевая. Причем угловая скорость и скорость вращения связаны соотношением $V = \omega \cdot r$.

Частицы, имеющие отличающееся от вычисленного значения частоту вращения, могут изменять свое положение в пространстве, т.е. испариться из черной дыры. Откуда наименьший радиус черной дыры с ускорением времени определится из уравнения $r = \frac{c}{\omega}\sqrt{3 - \frac{2r_g}{r}}$.

$$(\frac{\omega}{c})^2 r^3 - 3r + 2r_g = 0. \qquad (5.6)$$

Откуда имеем минимальный радиус

$$r = r_g[\frac{2}{3} - (\frac{\omega}{c})^2 r_g^2 (\frac{2}{3})^2]. \qquad (5.7)$$

В случае массивной черной дыры, максимальный ее радиус немного меньше $c/\omega = r_g$. Т.е. скорость углового вращения черной дыры равна $\omega = c/r_g$ при величине $\beta = \frac{\omega r}{c} = \sqrt{3 - \frac{2r_g}{r}}, r = r_g(1-\varepsilon), 0 < \varepsilon << 1$.

При этом величины, меньшие чем величина r, удовлетворяющие (5.6) соответствуют черной дыре с ускоренным временем, а частицы с большим радиусом испаряются. Минимальный радиус не испарившейся части черной дыры равен, как это следует из (5.7) $r = r_g[2/3 - (\frac{\omega}{c})^2 r_g^2 (2/3)^2]$, т.е. частота вращения удовлетворяет $\omega < c\sqrt{2}/\sqrt{3}r_g$.

При максимуме частоты вращения не испарившейся части черной дыры имеем максимальный радиус черной дыры равный $r = \frac{c}{\omega}\sqrt{3}$ размеру Планка, при минимальном нулевом радиусе. Откуда имеем $u = \frac{\omega r}{c} = \sqrt{3}$. При этом величина трехмерной скорости равна $V = \frac{uc}{\sqrt{1+u^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$.

При этом согласно исследователям Гвидо Ризолити (Guido Risaliti) и его коллегам из Гарвард-Смитсоновского центра астрофизики (Cfa) определили, что скорость вращения поверхности черной дыры составляет $0.8c$, где c скорость света.

При этом метрический интервал равен $ds^2 = (g_{ik} + u_i u_k)dx^i dx^k$ значит, для пространственной части метрического тензора свободного пространства $(d\ln r)^2 + d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$ имеем множитель r^2 плюс зависимость от величины u_r^2. Но величина скорости безразмерна, значит должен быть положительный множитель, равный константе. Таким множителем, может быть только квадрат гравитационного радиуса. Значит, радиус входит в виде комбинации $r^2 + r_g^2 u_r^2$. Значит, для координатной части метрического тензора имеем $(r^2 + r_g^2 u_r^2)[(d\ln\sqrt{r^2 + r_g^2 u_r^2})^2 + d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2]$, где радиус имеет значение $\rho = \sqrt{u_r^2 r_g^2 + r^2}$. При этом решение Шварцшильда с учетом квантовых эффектов будет иметь вид

$$g_{00} = 1 - \frac{r_g^2}{r^2 + r_g^2 u_r^2}, g_{rr} = 1/(1\theta - \frac{r_g^2}{r^2 + r_g^2 u_r^2}),$$
$$g_{\theta\theta} = r^2 + r_g^2 u_r^2, g_{\varphi\varphi} = (r^2 + r_g^2 u_r^2)\sin^2\theta$$

Скорость частиц вакуума образует тензор ОТО с учетом квантовых эффектов. Общая теория относительности построена для макротел, являющихся совокупностью частиц вакуума, и они вращаются с мнимой скоростью и поступательно движутся с действительной скоростью, физический смысл комплексной скорости см. [4]. Определим квадрат комплексной координаты материальных частиц, из которых состоит вакуум, двигающихся с поступательной скоростью $V_{s\alpha}, s=1,...,3, \alpha$ номер частицы. При этом частицы вакуума будут вращаться с переменной мнимой скоростью $iw_{s\alpha}(t, x_1, .., x_3)$. Считаем, что скорости частиц вакуума равномерно распределены в малом объеме, причем скорость вращения равна $w_{s\alpha} = w_{s\alpha}(t, x_1, ..., x_3)$ и имеется скорость поступательного движения $V_{s\beta} = V_{s\beta}(t)$, поступательное движение малого объема прямолинейно и зависит только от времени

$$ds^2 = \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (id\Delta w_{s\alpha} + d\Delta V_{s\beta})^2 t_q^2 /(2N) =$$

$$= \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (i\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} dx^k + i\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial t} dt + \frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} dt)^2 t_q^2 /(2N) =$$

$$= -\sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 /(2N) dx^k dx^l +$$

$$+ \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} [2\frac{\partial i\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} - 2\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial t}] dx^k dt \cdot t_q^2 /(2N) +$$

$$+ \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} [(\frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt})^2 + 2\frac{\partial i\Delta w_{s\alpha}}{\partial t} \frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} - (\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial t})^2] dt^2 t_q^2 /(2N) =$$

$$= -\sum_{k,l=1}^{3} h_{kl} dx^k dx^k + \sum_{k=1}^{3} h_{k0} dx^k cdt + h_{00} c^2 dt^2$$

Величина c скорость света, равная

$$2c^2\sum_{\beta=-N}^{N}(\frac{1}{\sqrt{1-V_\beta^2/c^2}}-1)/N=2c^2\sum_{\beta=-N}^{N}(u_{0\beta}-1)/2N=\sum_{\beta=-N}^{N}V_{rel\beta}^2/2N=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}V_{rel}^2\exp(-V_{rel}^2/2c^2)dV_{rel}/(c\sqrt{2\pi})=c^2 \qquad ,$$

$$V_{rel\beta}^2=2c^2(u_{0\beta}-1)\in[0,\infty];\frac{V_\beta}{c}=\sqrt{1-\frac{1}{(1+\frac{V_{rel\beta}^2}{2c^2})^2}}$$

константа $t_q=\frac{\hbar^2}{m_e e^2 c}=\frac{\hbar^3}{137 m_e e^4}$ это постоянная квантовой механики. Т.е. получаем формулу инвариантного интервала общей теории относительности в системе координат, где средняя локальная скорость частиц вакуума равна нулю.

При этом из соотношения для средней скорости равной нулю, получен метрический тензор ОТО и СТО. Т.е. получено релятивистское определение скорости. Величина g_{kl} определена с учетом среднего локального течения, состоящего из четырехмерной скорости

$$g_{kl}=\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^l}t_q^2/(2N)+u_k u_l$$
$$g_{k0}=-\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{c\partial t}t_q^2/(2N)+u_k u_0 \qquad , \qquad (6)$$

при этом коэффициент при временной компоненте метрического тензора равен

$$g_{00}=\sum_{\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}(\frac{d\Delta V_{s\beta}}{cdt})^2 t_q^2/(2N)+u_0^2-\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}(\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{c\partial t})^2 t_q^2/(2N). \quad (7)$$

Где суммируя первые члены (6) и (7), получим наряду с гравитационным членом и квантовый член. При этом члены со средней локальной скоростью опишут совокупность частиц вакуума или скорость тел в локальной системе координат.

При этом воспользовались соотношением $\sum_{\alpha=-N}^{N}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}=0,\sum_{\alpha=-N}^{N}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t}=0$.

При этом имеем, используя вместо кинетической энергии системы полную энергию

$$g_{rr} = \sum_{s=1}^{3} (\frac{i\Delta w_s}{\Delta r})^2 t_q^2 = \frac{(i\Delta w)^2 + 2U/m}{c^2} + u_r^2 = -(1 + \frac{2\gamma M}{c^2}) + u_r^2 = ,$$
$$= -(1 + r_g / r) + u_r^2, r_g = 2\gamma M / c^2$$

$$g_{00} = \sum_{s=1}^{3} (\frac{\Delta V_s}{c\Delta t})^2 t_q^2 = \int_0^{\infty} [\frac{(\Delta V)^2 + 2U/m}{c^2} + u_0^2] \exp[-m_\gamma (\Delta V)^2 / (2m_\gamma c^2)] d\Delta V =$$
$$= 1 - 2\gamma M / (rc^2) + u_0^2 = 1 - r_g / r + u_0^2$$

Где M , масса частицы создающей гравитационное поле.

В формулах (6) и (7) содержится квантовый член, соответствующий средней локальной скорости частиц вакуума, описывающий также скорость пробного тела малой массы. Значит, частицы вакуума правильно описывают квантовое решение уравнений ОТО.

Скорость $w_{s\alpha}$ стационарна, т.е. от времени не зависит. Общая теория относительности не допускает физической сингулярности определителя при средней локальной скорости частиц вакуума, равной нулю, образованного метрическим тензором, поэтому имеем $h_{00} h_{rr} = const$, откуда определяется более точная формула $h_{rr} = -\frac{1}{1 - r_g / r}, h_{00} = 1 - r_g / r$ при средней локальной скорости частиц вакуума u_l, равной нулю.

Выводы

Можно определить зависимость метрического тензора и волновой функции от координат, и вычислить детерминированную и вероятностную часть метрического тензора, но это возможно только для неподвижных объектов. Можно определить метрический тензор и для двигающихся объектов. При этом метрический тензор нашей Солнечной системы, состоит из детерминированной гравитационной части, имеющей первый порядок малости и вероятностной части, имеющей второй порядок малости. Порядок малости определяется отношением трехмерной скорости к скорости света. По определенному гравитационному полю определяется с помощью детерминированного уравнения движения зависимость $\mathbf{x}=\mathbf{x}(s,\mathbf{x}_0,\mathbf{u}_0),\mathbf{u}=\mathbf{u}(s,\mathbf{x}_0,\mathbf{u}_0)$, описывающая движение частицы малой массы, где выделенные жирным шрифтом описаны переменные, которые являются четырехмерными векторами. Причем это движение частицы малой массы от массы частицы не зависит, и в четырехмерном фазовом пространстве можно определить траектории движения, без учета взаимного влияния малой массы на массивное тело, создающее гравитационное поле. Решая уравнение Клейна-Гордона, находим зависимость волновой функции от координат. Подставляем вместо координат значение координат траектории движения, опишем зависимость метрического тензора от метрического интервала s и начальных условий хаотической части метрического тензора, которая будет определена с плотностью вероятности $|\psi|^2$.

Интерес представляет описание не стационарного метрического тензора черной дыры, нахождение ее хаотической части, при большой скорости приближения к черной дыре.

Причем в микромире с его большими скоростями, гравитационное поле мало, но вероятностные значения поправок к метрическому тензору существенны, изменяя метрический тензор до значения $g_{lk}=g_{lkg0}+u_{lq}u_{kq}$, где g_{lkg0} метрический тензор пространства Минковского. Порядок величины поправок совпадает с порядком собственной энергии атома водорода, т.е. может появиться аддитивная составляющая энергии. Эти поправки могут приводить к описанию энергии электрона в атоме и описанию ядра атома в произвольной системе координат.

Литература

1. *Л.Д.Ландау, Е.М. Лифшиц* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г., 736стр

2. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика, т.IV, М.,- «Наука»,1989 г., 727

3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, М.,- «Наука», 1973,564с.

4. *Якубовский Е. Г.* Модель комплексного пространства и распознавание образов. Казань, На стыке наук. Физико-химическая серия. 2014, 186-187с. http://istina.msu.ru/media/publications/article/211/bd0/6068343/raspoznavobrazovwithouteqution.pdf