Добавление новых членов в уравнение Максвелла, позволяющих описывать квантовые эффекты и определяющих комплексное решение

Попробуем построить вектор Пойнтинга в случае равенства нулю классического электрического и магнитного напряжения для этой системы координат. Согласно квантовой механике переносимый импульс равен $\hbar\mathbf{k}$ с переносимой энергией $\hbar\omega$. Но это соотношение справедливо для спектра вектор потенциала калибровочной части электромагнитного поля. Спектр вектора потенциала равен $a_\mu(\mathbf{k}) = k_\mu c(\mathbf{k}) + e_\mu^a(\mathbf{k}) b_a(\mathbf{k})$, где первый член соответствует спектру потенциала калибровочного поля см. [3] и квантовому описанию энергии частиц и поля $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, a_\mu = k_\mu c(\mathbf{k})$. Причем имеем формулу для вектор потенциалов и их спектра $A_\mu(\mathbf{x}) = \int a_\mu(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}) d^4\mathbf{k}$.

Возможна ситуация, когда величина энергии не равна нулю из-за наличия градиентной калибровочной части электромагнитного поля $eA_l = e\dfrac{\partial f}{\partial x^l}, e\varphi = -\dfrac{\partial f}{c\partial t}$ (калибровочное поле соответствует квантовому описанию энергии частиц). Поток и плотность энергии равна нулю, так как магнитное и электрическое поле равно нулю и при нулевой напряженности поля имеем нулевое значение импульса поля, хотя оно согласно квантовой механике отлично от нуля. Эту ситуацию нужно исправить, вводя дополнительный член в связи напряженности и вектор потенциалов. Причем оказалось, что дополнительный член соответствует гравитационному полю, и образует градиентные компоненты гравитационного поля. Компоненты антисимметричного тензора электромагнитного поля будучи умноженными на мнимую единицу становятся эрмитовыми. Путем использования обоснованных действительных членов $\dfrac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ описывают гравитационные добавки к электромагнитному полю. При этом рассматривается слабое гравитационное поле.

1 Построение комплексного вектора Умова-Пойнтинга

Вектор переносимой энергии равен

$$\operatorname{Im} S_i = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E},\mathbf{H}]_i = \frac{c}{4\pi} g^{ks} E_s \left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_i}{\partial x^k}\right) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^a .$$

Где g^{ks} контравариантная часть метрического тензора пространства Минковского. При напряженности магнитного поля равной нулю согласно классическим уравнениям Максвелла энергия не переносится. Но энергия переносится и при напряженности магнитного поля равной нулю, что следует из эффекта Аронова – Бома в микромире. Электрон отклоняется при воздействии нулевого поля H, если величина векторного потенциала не нулевая. Т.е. получается, что если выполняется условие $\frac{\partial A_p}{\partial x^q} - \frac{\partial A_q}{\partial x^p} = 0, p, q = 0,...,3$ в некоторой области пространства, т.е. напряженность электрического и магнитного поля может равняться нулю, а как показывает квантовая механика, сила продолжает действовать, отклоняя электрон, т.е. поле H и E продолжает существовать. Т.е. имеется дополнительный член, определяющий поля H и E, кроме соленоидальных действительных полей $\mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$ и поля $E_l = \frac{\partial A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial A_l}{\partial x^0}$. Причем используемая на сегодняшний день часть энергии связана с поперечной, мнимой, антисимметричной дисперсионной частью электромагнитной энергии, связанной с соленоидальной частью энергии. Введем действительную, продольную, симметричную часть электромагнитной энергии, равную градиентной части энергии

$$\operatorname{Re} S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \left(\frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^i} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_i}{\partial x^k}\right) = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^i \partial x^k} = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^s$$

Тогда полный комплексный тензор энергии равен

$$S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l (F_{ik}^s + iF_{ik}^a) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}$$

Величина мнимой, соленоидальной, антисимметричной напряженности электрического поля определяется по формуле $\operatorname{Im} g^{kl} E_l = g^{kl} (\frac{\partial \operatorname{Im} A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^0}) = g^{kl} F_{l0}^a, A^0 = -\varphi,$ соответствующей поперечной волне. Введем градиентную, симметричную, действительную часть напряженности электрического поля

$$\operatorname{Re} E^k = g^{kl} E_l = g^{kl} (\frac{\partial \operatorname{Re} A_0}{\partial x^l} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^0}) = g^{kl} F_{l0}^s = g^{kl} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^0},$$

соответствующей продольной волне. Причем имеем $\chi = \psi$ в силу эквивалентности пространства-времени. Тогда вектор Пойнтинга запишется в виде

$$S_i = \frac{c g^{kl}}{4\pi} (F_{l0}^s + iF_{l0}^a) F_{ik} = \frac{c g^{kl}}{4\pi} F_{l0} F_{ik}.$$

Определенный таким способам вектор Пойнтинга совпадает со старым определением этого вектора при градиентной части, равной нулю. При соленоидальной части, равной нулю, поток энергии может не равняться нулю из-за градиентной части энергии.

Электромагнитному полю A_l соответствует, соленоидальная, анти эрмитова часть поля $\operatorname{Im} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}$, которая имеет положительный и отрицательный знак и мнимое собственное число. При этом анти эрмитова часть умножается на мнимую единицу и становится эрмитовой, с действительным собственным числом.

При этом для векторного и скалярного потенциала получим волновое размерное уравнение с мнимым зарядом

$$\Delta \mathrm{A}_k - \frac{\partial^2 \mathrm{A}_k}{c^2 \partial t^2} = 4\pi(-ie + m\sqrt{\gamma}) u_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_0). \quad (1.1)$$

Введение мнимого заряда позволяет единым образом описывать электромагнитное и гравитационное поле, т.к. формула для взаимодействия одинаковых зарядов и масс будет иметь одинаковый вид.

При этом соленоидальная часть потенциала $\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}$ образует мнимую часть потенциала, а градиентная часть $\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$, образует действительную часть потенциала. Дифференцируя уравнение (1.1) по величине x^l и комплексно сопряженное уравнение по величине x^l и меняя индексы в комплексно сопряженном уравнении, и вычитая и складывая эти уравнения, получим

$$\Delta\left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}\right) - \frac{\partial^2 \dfrac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \dfrac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}}{c^2 \partial t^2} = 4\pi[\operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}] =$$

$$= 4\pi e\left(\frac{\partial u_l}{\partial x^k} - \frac{\partial u_k}{\partial x^l}\right)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0), \rho = (ie + m\sqrt{\gamma})\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\Delta\left(\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}\right) - \frac{\partial^2 \dfrac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \dfrac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}}{c^2 \partial t^2} = 4\pi[\operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}] =$$

$$= 4\pi m\sqrt{\gamma}\left(\frac{\partial u_l}{\partial x^k} + \frac{\partial u_k}{\partial x^l}\right)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

Причем $\operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$ анти эрмитова, т.е. собственные числа мнимые, а матрица $\operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$ эрмитова, т.е. собственные числа действительны.

Внутри соленоида суммирование величин $\frac{\partial u_2}{\partial x^1} - \frac{\partial u_1}{\partial x^2} = \frac{\partial e_{213}(x_1\omega_3 - x_3\omega_1)}{\partial x^1} - \frac{\partial e_{123}(x_2\omega_3 - x_3\omega_1)}{\partial x^2} = -2\omega_3$ определяет угловую скорость вращения частиц в обмотках соленоида. Если начало отсчета находится вне соленоида, величина x_1 в знаменателе меняет свой знак, а в числителе остается величина x_1, так как просто произошла добавка к величине

x_1 константы, поэтому получается, что ротор для точек вне соленоида равен нулю. Процесс рассматривается при неизменном значении x_3. При этом величина $\frac{\partial u_2}{\partial x^1}+\frac{\partial u_1}{\partial x^2}$ для точек внутри соленоида (начало координат внутри соленоида) равна нулю, а вне соленоида (начало координат вне соленоида) равна $-2\omega_3$.

При этом, так как гравитационное поле A_l определяется действительной правой частью и является действительным, значит, гравитационному полю $\operatorname{Re} F_{lk}=\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k}+\frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}=\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ соответствует эрмитова, градиентная часть поля и внешнего воздействия. При этом у гравитационного поля не имеется дипольного момента, а имеется только тензор квадрупольного момента D^{lk} определяемый из релятивистской формулы см. [1], §63. При этом для величины χ имеем уравнение в частных производных

$$\Delta\chi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=-4\pi k\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)$$

Которое имеет решение

$$\chi=\frac{k}{R-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}=\frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}}{R-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}, R=[c(t-t'),\mathbf{r}-\mathbf{r}'], R_k R^k=0. \quad (1.2)$$

где R_{Pl} это радиус Планка, параметр, содержащий гравитационную постоянную, и равный размерности длины. Величина χ должна иметь размерность заряда, а вторая производная от этой величины должна иметь размерность напряженности электромагнитного поля, поэтому в числителе формулы (1.2) должна стоять величина размерности расстояние. Единственно возможной величиной является расстояние Планка.

При этом тензор гравитационного поля равен

$$\operatorname{Re} F_{lk}=\chi_{lk}=\frac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^k}\frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}}{R-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}.$$

При этом величина скалярного потенциала определяется как квадрупольный момент.

$$\chi = \int\limits_{x_0^l}^{x^l} \int\limits_{x_0^k}^{x^k} \chi_{lk} dx^k dx^l .$$

Вычислим излученное поле с помощью потенциала Лиенара-Вихерта, воспользовавшись равенством $\frac{dR}{dt} = -\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c}; \frac{dt'}{dt} = \frac{1}{1-(\mathbf{V},\mathbf{R})/(Rc)} = \lambda$, полученным с помощью [1]§63

При этом напряженность поля определяется по формуле (1.2)

$$\operatorname{Re} F_{lk} = \frac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^k}\left(\frac{m\sqrt{\gamma} R_{Pl}}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}\right) \cong \frac{\partial}{\partial x^l}\left(\frac{m\sqrt{\gamma} n_k}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}\right).$$

Последнее равенство справедливо, если рассматривать приращение координаты, равным радиусу Планка $\Delta x_k = R_{Pl}$.

Это справедливо в случае применимости уравнений Максвелла до размера Планка, равным величине R_{Pl}. Величина n_k - это орт в направлении соответствующей градиенту $\frac{\partial}{\partial x^k}$.

При этом получается, что калибровочная часть электромагнитного поля определяется массой частицы и не является произвольной. Просто в случае элементарных частиц масса на много меньше заряда, и массой пренебрегаем. Т.е. получается обычная напряженность гравитационного поля в случае большой массы частицы, и как следствие большая длина волны. При этом массивное тело нельзя рассматривать как точечное, при вычислении потенциалов Лиенара-Вихерта, так как волны из разных точек тела большого размера приходят в разное время, складываются, и, получается излученное нулевое поле. Статическое поле имеет бесконечную длину волны, волны от разных точек складываются в одной фазе и поэтому гравитационное статическое поле является не нулевым.

Вычислим напряженности поля, полученные из формулы Лиенара-Вихерта, и покажем, что Земля и Солнце излучает слабую гравитационную волну

$$\frac{\partial \chi}{c\partial t} = \frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^3} + \frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}[V^2+(\dot{\mathbf{V}},\mathbf{R})]\lambda}{c^2[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^2}$$

При этом действительная часть напряженности поля с индексом 00 равна

$$\operatorname{Re} F_{00} = \frac{\partial^2 \chi}{c^2 \partial t^2} = \frac{3m\sqrt{\gamma}R_{Pl}(\mathbf{V},\mathbf{R})^2}{c^2[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^5} + \frac{3m\sqrt{\gamma}R_{Pl}(\mathbf{V},\mathbf{R})[V^2+(\dot{\mathbf{V}},\mathbf{R})]\lambda}{c^3[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^4} +$$

$$+\frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}[V^2+(\dot{\mathbf{V}},\mathbf{R})]\lambda}{c^2[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^3} -$$

$$-\frac{2m\sqrt{\gamma}R_{Pl}\{(\mathbf{V},\mathbf{R})+[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c][V^2+(\dot{\mathbf{V}},\mathbf{R})]\lambda/c\}[V^2+(\dot{\mathbf{V}},\mathbf{R})]\lambda}{c^3[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^3} + .$$

$$+\frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}[3(\mathbf{V},\dot{\mathbf{V}})+(\mathbf{R},\ddot{\mathbf{V}})]\lambda^2}{c^3[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^2}$$

Т.е. получаются члены третьего порядка малости при учете наибольшего члена, пропорционального $\ddot{\mathbf{V}}$. Вычислим напряженность $\operatorname{Re} F_{l0}$ воспользовавшись $c\nabla t' = \nabla x'^0 = -\frac{\mathbf{R}}{R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c}$. Она отличается от производной от скорости

$$\frac{\partial V_l}{\partial x^l} = \frac{dV_l}{dt'}\frac{\partial t'}{\partial x^k} = -\dot{V}_l\lambda\frac{\mathbf{R}_k}{R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c} = \dot{V}_l\lambda f_k$$

$$\operatorname{Re} F_{k0} = \frac{\partial^2 \chi}{c\ \partial t \partial x^k} = \frac{3m\sqrt{\gamma}R_{Pl}(\mathbf{V},\mathbf{R})\, f_k}{c^2[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^4} + \frac{3m\sqrt{\gamma}R_{Pl}(\mathbf{V},\mathbf{R})[V^2+(\dot{\mathbf{V}},\mathbf{R})]\lambda f_k}{c^3[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^3} -$$

$$-\frac{2m\sqrt{\gamma}R_{Pl}\{(\mathbf{V},\mathbf{R})+[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c][V^2+(\dot{\mathbf{V}},\mathbf{R})]\lambda/c\}\, f_k[V^2+(\dot{\mathbf{V}},\mathbf{R})]\lambda}{c^3[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^3} + .$$

$$+\frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}[3(\mathbf{V},\dot{\mathbf{V}})+(\mathbf{R},\ddot{\mathbf{V}})]\lambda^2 f_k}{c^3[R-(\mathbf{V},\mathbf{R})/c]^2}$$

Эта компонента гравитационного поля при не релятивистских скоростях по порядку величины не отличается от $\operatorname{Re} F_{00}$. Т.е. напряженность излученной гравитационной волны на бесконечности пропорциональна $E \sim \frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}(\mathbf{R},\ddot{\mathbf{V}})}{c^3R^2}$.

А вектор Умова-Пойнтинга равен $S \sim \dfrac{m^2\gamma R_{Pl}^2(\mathbf{R},\ddot{\mathbf{V}})^2}{4\pi c^5 R^4}$. При этом интенсивность излучения равна

$$dI = SR^2 d\Omega = SR^2 \sin\theta d\theta d\varphi .$$

Откуда имеем интенсивность излучения массы Земли

$$I = \frac{m^2\gamma R_{Pl}^2\ddot{\mathbf{V}}^2}{4\pi c^5}\sin^3\theta d\theta d\varphi = \frac{2m^2\gamma R_{Pl}^2\dddot{\mathbf{R}}^2}{3c^5} = \frac{2\cdot 6^2 10^{54} 1.6^2 10^{-66} 6,67\cdot 10^{-8}}{3(3\cdot 10^{10})^5}\dddot{\mathbf{R}}^2 =$$
$$= 1.48\cdot 10^{-60}\dddot{\mathbf{R}}^2$$

При интенсивности излучения электромагнитной волны одним электроном $I = \dfrac{2e^2\ddot{\mathbf{R}}^2}{3c^3} = \dfrac{2\cdot 4.8^2 10^{-20}}{3\cdot 27\cdot 10^{30}}\ddot{\mathbf{R}}^2 = 5.7\cdot 10^{-51}\ddot{\mathbf{R}}^2$. Причем интенсивность излучения молем вещества равна $I = 3.6\cdot 10^{-27}\ddot{\mathbf{R}}^2$, количество электронов надо умножить на корень из числа Авогадро, т.е. интенсивность излучения пропорциональна числу Авогадро. Для приведения коэффициента излучения гравитационных и электромагнитных волн к одинаковой размерности надо разделить величину коэффициента гравитационных волн на значение R/c, где характерный временной размер третьей производной по времени это радиус тела, деленный на скорость света, получим $I = 1.48\cdot 10^{-60}\dddot{\mathbf{R}}^2 = 1.48\cdot 10^{-60}\ddot{\mathbf{R}}^2 c^2/R^2 = 3\cdot 10^{-57}\ddot{\mathbf{R}}^2$

Т.е. интенсивность излучения гравитационного поля в 10^{30} степени слабее интенсивности электромагнитного поля, и если сигнал электромагнитного поля, полученный за счет ускорения, до нас доходит, то гравитационный сигнал, который в 10^{30} раз слабее и получен за счет третьей производной от координаты по времени, не обнаруживается. Масса Солнца в $3\cdot 10^5$ раз больше массы Земли, а радиус в 100 раз. Значит гравитационное поле Солнца, ответственное за излучение гравитационных волн будет 10^{23} меньше электромагнитного поля.

Вид уравнений Максвелла не изменяется, только напряженности электромагнитного поля и токи становятся комплексными. При этом действительная часть напряженности соответствует гравитационному полю, а мнимая часть напряженности электромагнитному полю. Значит и формула для плотности энергии не изменяется.

При этом собственные значения матрицы iF^a_{ik} действительны, так как матрица F^a_{ik} анти эрмитова. Но так как действительные уравнения Максвелла не меняются, только напряженности и токи становятся комплексными, в эту плотность энергии надо включить плотность градиентных частей электромагнитного поля, и тогда плотность энергии будет полной.

$$[\sum_{i,k=1}^{3}(F_{ik})^2+\sum_{l=0}^{3}(F_{l0})^2+(F_{0l})^2]/16\pi=\sum_{k,\alpha=0}^{3}g^{-1}_{k\alpha}(\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k}/16\pi=$$
$$=\sum_{\alpha=0}^{3}(\lambda_\alpha)^2/16\pi$$

Если расписать эту формулу в собственных значениях, то собственные значения эрмитовой матрицы F_{ik} действительны, и, следовательно, плотность энергии положительна.

В случае электродинамики справедливо определение комплексной энергии системы как квадрата комплексного числа, а не как квадрат модуля. В самом деле, имеем

$$\mathrm{div}[\mathbf{E},\mathbf{H}]=\mathbf{H}\mathrm{rot}\mathbf{E}-\mathbf{E}\mathrm{rot}\mathbf{H}=-\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\varepsilon\mathbf{E}^2}{2}+\frac{\mu\mathbf{H}^2}{2})-\sigma\mathbf{E}^2-\mathbf{jE}. \qquad (1.3)$$

Имеем соотношение (1.4) см. [2,стр.14], так как у комплексно сопряженной системы меняется направление времени

$$\mathrm{div}[\mathbf{E},\mathbf{H}^*]=\mathbf{H}^*\mathrm{rot}\mathbf{E}-\mathbf{E}\mathrm{rot}\mathbf{H}^*=-\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\mu\mathbf{HH}^*}{2}-\frac{\varepsilon\mathbf{EE}^*}{2})-\frac{\sigma\mathbf{EE}^*}{2}-\frac{\mathbf{j}^*\mathbf{E}}{2}. \qquad (1.4)$$

Т.е. комбинацию $\frac{\varepsilon\mathbf{EE}^*}{2}+\frac{\mu\mathbf{HH}^*}{2}$ невозможно получить с произведением напряженности на комплексно сопряженную напряженность. Значит, для напряженности справедлива формула (1.3), а не сумма квадратов моделей, умноженных на диэлектрическую и магнитную проницаемость.

При этом уравнение сохранения энергии запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V \sum_{i,k=0}^{3}(F_{ik})^2 dV/16\pi + E_{kin} = \frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V \sum_{k,\alpha=0}^{3} g_{k\alpha}^{-1}(\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k} dV/16\pi + E_{kin} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V \sum_{\alpha=0}^{3}(\lambda_\alpha)^2 dV/16\pi + E_{kin} = -\oint\limits_S \frac{cg^{kl}}{4\pi} F_{l0}F_{ik} dS^i.$$

Но в этой формуле все собственные числа λ_α эрмитовой матрицы F_{ik} действительны и, следовательно, плотность энергии электромагнитного поля для макросистем положительна.

При этом действие электромагнитного поля равно

$$S_f = \frac{1}{16\pi c}\int F_{ik}F^{ik} d\Omega, d\Omega = cdtdxdydz$$

$$S_f = \frac{1}{16\pi}\int (-2E^2 + \sum_{p,q=0}^{3} |\chi_{pq}^2| + 2H^2) dVdt.$$

Действие для поля вместе с находящимися там зарядами равно

$$S = -\sum\int mcds - \sum \frac{e}{c}\int A_k dx^k + \frac{1}{16\pi c}\int F_{ik}F^{ik} d\Omega$$

2. Вывод основных уравнений электродинамики с учетом градиентной части напряженности

Имеем новое определение напряженностей поля

$$F_{pq} = \frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q} + i\left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}\right) = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q} + i\left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}\right).$$

Причем действительная часть равна второй производной от потенциала в силу того, что мнимая часть эрмитова и имеет вид $\frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q}$, равный величине $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$. Чтобы поле было потенциально, должно выполняться

$(\frac{\partial^2}{\partial x^p \partial x^q}\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q})^+ = \frac{\partial^2}{\partial x^p \partial x^q}\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$, где знак плюс означает сопряженную величину. Т.е. должно быть справедливо равенство

$$(\frac{\partial^2 B_{pq}}{\partial x^q \partial x^p})^+ = \frac{\partial^2 B^*_{qp}}{\partial x^p \partial x^q}.$$

Это равенство выполняется в силу того, что действительная часть напряжения удовлетворяет равенству $(A_{pq})^+ = A_{qp}$. Назовем величину χ гравитационным потенциалом, в отличие от четырех векторного потенциала $A_l, l = 0,...,3$.

Тензор F_{pq} напряженности электрического и магнитного поля состоят из двух компонент, градиентной $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$, и соленоидальной $i(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q})$, которые эрмитовые.

$$F_{pq} = \begin{Vmatrix} \chi_{00} & \chi_{01} + iE_1 & \chi_{02} + iE_2 & \chi_{03} + iE_3 \\ \chi_{10} - iE_1 & \chi_{11} & \chi_{12} - iH_3 & \chi_{13} + iH_2 \\ \chi_{20} - iE_2 & \chi_{21} + iH_3 & \chi_{22} & \chi_{23} - iH_1 \\ \chi_{30} - iE_3 & \chi_{31} - iH_2 & \chi_{32} + iH_1 & \chi_{33} \end{Vmatrix}.$$

При этом выполняется $F_{pq} = F^*_{qp}$. Величина $F^{pq} = h^{pl} F_{lk} h^{kq}$ равна

$$F^{pq*} = \begin{Vmatrix} \chi_{00} & \chi_{01} - iE_1 & \chi_{02} - iE_2 & \chi_{03} - iE_3 \\ \chi_{10} + iE_1 & \chi_{11} & \chi_{12} - iH_3 & \chi_{13} + iH_2 \\ \chi_{20} + iE_2 & \chi_{21} + iH_3 & \chi_{22} & \chi_{23} - iH_1 \\ \chi_{30} + iE_3 & \chi_{31} - iH_2 & \chi_{32} + iH_1 & \chi_{33} \end{Vmatrix}$$

Где величина $\chi_{pq} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^q \partial x^p} = \chi_{qp}$ эрмитова. Причем уравнение для комплексных напряженностей выглядят таким образом

$$\Delta F_{pq} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 F_{pq}}{\partial t^2} = -4\pi[\frac{\partial j_q}{\partial x^p} + \frac{\partial j_p}{\partial x^q} + i(\frac{\partial j_q}{\partial x^p} - \frac{\partial j_p}{\partial x^q})], \rho = -j_0, \varphi = -A_0. \quad (2.1)$$

Величина тока равна $j_p = \mathbf{j}_p / c$. Следующие из уравнений Максвелла мнимые части образуют действительные уравнения

$$\Delta\,\mathrm{Im}\,F_{l0}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\,\mathrm{Im}\,F_{l0}}{\partial t^2}=-4\pi\,\mathrm{Im}(\frac{\partial j_0}{\partial x^l}-\frac{\partial j_l}{\partial x^0})=4\pi(\frac{\partial\rho}{\partial x^l}+\frac{\partial j_l}{c\partial t})\,.$$

$$\Delta\,\mathrm{Im}\,F_{pq}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\,\mathrm{Im}\,F_{pq}}{\partial t^2}=-4\pi\,\mathrm{Im}(\frac{\partial j_q}{\partial x^p}-\frac{\partial j_p}{\partial x^q})=-4\pi(\mathrm{rot}\mathbf{j})_l$$

Т.е. действительные уравнения описывают мнимую поперечную часть решения. При этом мнимую часть тензора электромагнитного поля надо определять как соленоидальную, а действительную как градиентную часть. При этом тензор электромагнитного поля определится однозначно.

Можно ввести вектор $\mathbf{F}=\mathbf{E}-i\mathbf{H}$, и тогда волновое уравнение запишется в виде

$$\Delta\mathbf{F}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{F}}{\partial t^2}=4\pi[\frac{\partial\rho}{\partial x^l}+\frac{\partial j_l}{c\partial t}+i(\mathrm{rot}\mathbf{j})_l\,]$$

Величины продольных токов $\frac{\partial j_q}{\partial x^p}+\frac{\partial j_p}{\partial x^q}=\frac{\partial^2 k}{\partial x^p\partial x^q}$ предполагаются равными нулю. Эти члены имеют существенное значение для переменного воздействия. Если соленоидальная часть поля соответствует первой производной от внешнего воздействия, то градиентная второй производной. При линейно растущем воздействии, т.е. движении электронов с постоянным ускорением, первая производная конечна, а вторая равна нулю, следовательно, соленоидальная часть конечна, а градиентная часть равна нулю.

При этом при описании электромагнитного поля в уравнениях электродинамики используется огибающая электромагнитного поля, т.е. огибающая излучения колеблющегося диполя, причем огибающая соответствует постоянному или медленно меняющемуся ускорению частиц излучателя, и значит отсутствию градиентной части.

Докажем, что существующие формулы описывают только действительная часть окончательных формул, а мнимая часть определяется с помощью предлагаемых формул.

Решение волнового уравнения относительно векторного потенциала при дипольном излучении существует, и выражено через производную по времени от дипольного момента. Имеем для потенциала поля см. [1],§67

$$\mathbf{A}=\frac{1}{cR_0}\dot{\mathbf{d}}$$

Эта формула в дипольном приближении зависит только от времени. Магнитная и электрическая напряженность поля равна

$$F_{pq}=\frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p}+\frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q}+i(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p}-\frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q})=$$
$$=\frac{\operatorname{Re}\dot{A}_q n^p+\operatorname{Re}\dot{A}_p n^q}{c}+i\frac{\operatorname{Im}\dot{A}_q n^p-\operatorname{Im}\dot{A}_p n^q}{c}=$$
$$=\frac{\operatorname{Re}\ddot{d}_q n^p+\operatorname{Re}\ddot{d}_p n^q}{c^2R_0}+i\frac{\operatorname{Im}\ddot{d}_q n^p-\operatorname{Im}\ddot{d}_p n^q}{c^2R_0}=\frac{\ddot{d}_q n^p+\ddot{d}_p^* n^q}{c^2R_0};\mathbf{E}=[\mathbf{H},\mathbf{n}]$$

Излученная диполем энергия равна (сумма берется по всем значениям индекса, поэтому ее надо разделить на два).

$$dI=\frac{c(F_{pq})^2}{16\pi}R_0^2d\Omega=\frac{[\ddot{d}_q n^p+\ddot{d}_p^* n^q]^2}{16\pi c^3}d\Omega=\frac{|\ddot{d}_p|^2}{4\pi c^3}\sin^3\theta d\theta d\varphi \qquad (2.2)$$

При этом полная излученная энергия равна $I=\frac{2\sum_{p=1}^{3}|\ddot{d}_p|^2}{3c^3}$, причем эта формула совпадает с известной формулой излучения см.[1],§67. Отметим, что диполь описывается комплексной формулой $d=\exp(i\omega t)p$, где $p=el$ момент диполя и так как мнимая часть не берется по модулю, при усреднении она равна нулю. При этом $\operatorname{Re}\ddot{d}_p^*=-p\omega^2\cos\omega t;\operatorname{Im}\ddot{d}_p^*=-p\omega^2\sin\omega t$ и усредненное произведение равно нулю.

Уравнения Максвелла запишутся в виде

$$\begin{gathered}\frac{\partial F_{lp}}{\partial x^q}+\frac{\partial F_{pq}}{\partial x^l}+\frac{\partial F_{ql}}{\partial x^p}=0\\ \frac{\partial F^{lk}}{\partial x^k}=-\frac{4\pi j^l}{c};l=0,\dots,3\end{gathered}. \qquad (2.3)$$

В комплексной форме эти уравнения выглядят аналогично.

При этом уравнения движения запишутся в действительной плоскости с помощью комплексного заряда в виде

$$mc\frac{d(u_l+u_l^*)}{ds}=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{2c}(F_{lk}+F_{lk}^*)(u^k+u^{*k})=$$
$$=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{2c}[F_{lk}u^k+F_{lk}u^{*k}+(F_{lk}u^k+F_{lk}u^{*k})^*]$$.

Откуда имеем два варианта равенства в случае комплексных величин

$$mc\frac{du}{ds}=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{2c}(F_{lk}u^k+F_{lk}u^{*k})=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{c}F_{lk}\,\mathrm{Re}\,u^k$$
$$mc\frac{du}{ds}=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{2c}(F_{lk}u^k+F_{lk}^*u^k)=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{c}u^k\,\mathrm{Re}\,F_{lk}$$.

Первая формула содержит силу Лоренца, а вторая формула не содержит. Значит надо выбирать первую комплексную формулу.

При этом формула распадается на два уравнения

$$mc\frac{d\,\mathrm{Re}\,u_l}{ds}=(\frac{e}{c}\mathrm{Im}\,F_{lk}+\frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\mathrm{Re}\,F_{lk})\mathrm{Re}\,u^k$$
$$mc\frac{d\,\mathrm{Im}\,u_l}{ds}=(\frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\mathrm{Im}\,F_{lk}-\frac{e}{c}\mathrm{Re}\,F_{lk})\mathrm{Re}\,u^k;l,k=0,...,3 \qquad (2.4)$$

Отмечу, что тензор электромагнитного поля, кроме соленоидальных компонент имеет и градиентные компоненты, равные $\frac{\partial^2\chi}{\partial x^l\partial x^k}$, которые описывают гравитационное поле, что обуславливает новые силы, действующие на частицы. Но почему гравитационный член $\mathrm{Re}\,F_{lk}$ определяет силу, связанную со скоростью тела. Массивные тела движутся с малой скоростью в не релятивистском приближении. Так как в этом случае $\mathrm{Re}\,u^0=1,\mathrm{Re}\,u^k<<1,k=1,...,3$. Сила действующая на тела с большой массой при малой скорости равна $\frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\mathrm{Re}\,F_{l0}=-\frac{mM\gamma}{cr^3}r_l-\frac{mM\gamma}{cr^2}u_l$. Имеется поправка величиной $\frac{m\sqrt{\gamma}}{c}F_{lk}\,\mathrm{Re}\,u_k,k=1,..,3;F_{lk}=\frac{\partial}{\partial x^l}(\frac{m\sqrt{\gamma}n_k}{R-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}})$. Деление силы на величину скорости света, связано с тем, что производная скорости определяется при приращении метрического интервала, а не времени. При постоянной скорости тела дополнительный потенциал равен $\Delta\varphi = -\sum_{k=1}^{3} \frac{m\sqrt{\gamma} n_k u_k}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}, n_k = \frac{R_k}{R}$. Этот член сказывается на эллиптической орбите Меркурия, вращающегося вокруг Солнца. Произведение равно величине $R_k u_k = \frac{dR^2/2}{cdt} = R\frac{dR}{cdt} = Ru$. Т.е. дополнительный потенциал равен $\Delta\varphi = -\frac{m\sqrt{\gamma}u}{R}$, в силу малости скорости тела по сравнению со скоростью света.

Формулы (2.3) и (2.4) описывают уравнение изменения поля и закон движения материи. Причем при первом из двух предельных случаев $m\sqrt{\gamma}/e >> 1$ они описывают гравитационное поле и движение больших масс, а во втором случае $m\sqrt{\gamma}/e << 1$, они описывают движение зарядов и электромагнитное поле. Заметим, что уравнение (2.3) эквивалентно уравнениям Максвелла, а те в свою очередь волновому уравнению относительно векторного и скалярного потенциала. Причем в промежуточном случае возможно влияние электромагнитного поля на массы и влияние гравитационного поля на заряды.

Действительную часть дополнительной действующей силы можно записать в виде

$$\frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\left(\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}\right)\operatorname{Re} u^k = \frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^k \partial x^l}\operatorname{Re}\frac{dx^k}{ds} = \frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\frac{\partial}{\partial x^l}\left(\frac{m\sqrt{\gamma}n_k}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}\right)\operatorname{Re}\frac{dx^k}{ds}$$

Причем при малых скоростях движения $\frac{dx^0}{ds} \sim 1$. Дополнительная сила действует в направлении l, на тело двигающееся в этом же направлении, равна

$$F_l = \frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\frac{\partial}{\partial x^l}\left(\frac{m\sqrt{\gamma}n_k}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}\right)\operatorname{Re}\frac{dx^k}{ds} = m\sqrt{\gamma}E_l\,.$$

$$d\mathbf{E}_l = dm\sqrt{\gamma}\frac{1-V^2/c^2}{[R-\frac{(\mathbf{R},\mathbf{V})}{c}]^3}(\mathbf{R}_l - \frac{\mathbf{V}_l}{c}R) = dm\sqrt{\gamma}\frac{\sin^3\theta}{d_0^3}(d_0\cot\theta - \frac{Vd_0}{c\sin\theta}) =$$

$$= dl\frac{2\pi m_e d_0\delta\rho}{\mu}\sqrt{\gamma}\frac{\sin^3\theta}{d_0^3}(d_0\tan\theta - \frac{Vd_0}{c\sin\theta}) = \frac{2\pi m_e d_0^2\delta\rho}{\mu}\sqrt{\gamma}\frac{\sin\theta}{d_0^3}(d_0\cot\theta - \frac{Vd_0}{c\sin\theta})d\theta$$

Где d_0 расстояние между проводниками, величина $d_0/\sin\theta$ расстояние до приращения координаты провода - приемника. Координата приемника $l = d_0\cot\theta; dl = \frac{d_0}{\sin^2\theta}d\theta$. Величина приращения действующей силы по направлению тока, равна так как система координат не сферическая

$$dF = \frac{2\pi m_e^2\gamma\delta^2 L d_0\rho^2 N_{av}^2}{\mu^2}\sin\theta(d_0\cot\theta - \frac{Vd_0}{c\sin\theta})d\theta.$$

Вычислим эти интегралы

$$\int_0^\pi \cos\theta d\theta = 0; \int_0^\pi d\theta = \pi.$$

Сила взаимодействия между токами равна

$$F = -\frac{2\pi^2 m_e^2\gamma\delta^2 L d_0\rho^2 N_{av}^2}{\mu^2}\frac{V}{c}$$

Вычислена действительная часть силы, действующая проводником длиной L на бесконечный проводник с током

$$F = -\frac{2\pi^2 m_e^2\gamma\delta^2 L d_0\rho^2 N_{av}^2}{\mu^2}\frac{V}{c}.$$

Подсчитаем мнимую силу, создающую мнимое ускорение, учитывая, что заряд электрона отрицательный

$$F = e\frac{2\pi^2 m_e\delta\rho N_{av}\sqrt{\gamma}}{\mu}\frac{V}{c}.$$

Она определяет силу, действующую при движении одного электрона. Электроны в объеме проводника создадут силу

$$F = en\frac{2\pi^3 m_e \delta^2 d_0 L\rho N_{av}\sqrt{\gamma}}{\mu}\frac{V}{c} = \frac{2\pi^3 m_e \delta^2 d_0 L\rho N_{av}\sqrt{\gamma}}{\mu}\frac{j}{c} = \\ = \frac{2\pi^2 m_e \delta L\rho N_{av}\sqrt{\gamma}}{\mu}\frac{i}{c}.$$

Где величина n концентрация электронов, L длина проводника, j сила тока, деленная на его сечение, i сила тока.

Посчитаем дополнительное излучение электромагнитной энергии, созданное ядерным взрывом. Оно равно

$$\mathrm{Re}\,F_{lk} = \frac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^k}\left(\frac{m\sqrt{\gamma}R_{Pl}}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}\right) \cong \frac{\partial}{\partial x^l}\left(\frac{m\sqrt{\gamma}n_k}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}\right) =$$

$$= \frac{grad_l(m\sqrt{\gamma}n_k)}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}} - \frac{m\sqrt{\gamma}n_k}{[R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}]^3}(R_l - \frac{V_l}{c}R) \cong -\left(\frac{m\sqrt{\gamma}}{aR} + \frac{m\sqrt{\gamma}}{R^2}\right)t_{lk}$$

Величина a это характерный размер атомного взрыва. R расстояние между точкой измерения и центром атомного взрыва. Где масса определяется по массе частиц, скорости которых в атомном взрыве когерентны. Эта масса определяется энергией взрыва в тротиловом эквиваленте и характеризуется величиной более 10Мт$=10^{13}g$. Вычислим напряженность поля на расстоянии $500m = 5\cdot 10^4 cm$ при законе спадания напряженности $1/R^2$. Имеем $\mathrm{Re}\,F_{lk} = \frac{10^{13}\sqrt{6.67\cdot 10^{-8}}}{25\cdot 10^8} = 1$CGSE=30кВ/м.

При этом первый член определяется градиентом массы и пропорционален $1/(aR)$, где a размер объема атомного взрыва, размер этого объема меньше чем 500м. Значит вклад этого члена в напряженность поля атомного взрыва на расстоянии 500м больше, чем для спадания члена $1/R^2$ при условии $R > a$. Вклад будет одинаков при условии $R = a$.

Но почему это излучение проявляется на большой высоте, в космическом пространстве. Это связано с тем, что частицы вакуума, переносчики электромагнитных и гравитационных волн см. [4], имея вторую космическую скорость, равную $V = \sqrt{gh}$ на высоте $h > 100 km$ могут распространяться на большие расстояния, без помех атмосферы Земли.

Отметим, что действительная часть поля, которая является гравитационной частью, проникает через все границы. Барьеров для гравитационного поля нет.

В ускорителях действует сила торможения излучением, которая при скорости близкой к скорости света определяется напряженностью поля, связанной с соленоидальной частью потенциала.

$$f_x = -\frac{2e^4}{3m^2c^4}\frac{(E_y - H_z)^2 + (E_z + H_y)^2}{1 - V^2/c^2}$$

Градиентная часть напряжения равна произведению массы и заряда и поэтому гораздо меньше, чем произведение заряда на заряд, и поэтому не проявляется для элементарных частиц.

При этом скорость становится комплексной в силу комплексного значения тензора F_{ik}. Но в квантовой механике имеется понятие комплексной скорости. Докажем это. Дело в том, что в квантовой механике существует понятие комплексной квазистационарной энергии. Масса квазистационарной частицы комплексная. Энергия состоит из двух частей, потенциальной и кинетической энергии. Значит, комплексны координата и скорость в силу их связи. Значит, скорость и пространственная координата может быть комплексной.

Опишем физический смысл комплексной напряженности поля. Аналогично получается физический смысл четырехмерной скорости и координаты. Итак, рассмотрим действительное решение системы уравнений Максвелла в микромире E_α. Пусть начальные данные имеют среднее значение E_α^0 и дисперсию $< (\Delta E_\alpha^0)^2 >$ (причем дисперсия, получается, из-за не точно заданных начальных данных). Тогда для дисперсии решения имеем

$$< (\Delta E_\alpha)^2 > = < (E_\alpha - < E_\alpha >)^2 > = < (E_\alpha)^2 > -2 < E_\alpha > < E_\alpha > + < E_\alpha >^2 =$$
$$= < (E_\alpha)^2 > - < E_\alpha >^2$$

Откуда имеем

$$<(E_\alpha)^2>=<E_\alpha>^2+<(\Delta E_\alpha)^2>=|<E_\alpha>+i\sqrt{<(\Delta E_\alpha)^2>}|^2 \qquad (2.5)$$

Приведу формулировку обратной теоремы Пифагора. Для всякой тройки положительных чисел a,b и c, такой, что $a^2+b^2=c^2$, существует прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c. Значит, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а гипотенузой является корень из среднего квадрата величины. Т.е величина среднего $<E_l>$ ортогональна среднеквадратическому отклонению $\sqrt{<[\Delta E_l]^2>}$, которое образует мнимую часть координаты тела. Таким образом, полученное в результате усреднения во времени декартово пространство с колебательной скоростью высокой частоты (период колебания меньше времени измерения) становится комплексным пространством. Т.е. в случае большой дисперсии величины действительного пространства, его нужно рассматривать как комплексное трехмерное пространство, где мнимая часть соответствует математическому отклонению. При этом имеется следующая связь между переменными $\sqrt{<E_l^2>}=(<E_l>+i\sqrt{<[\Delta E_l]^2>})\alpha, |\alpha|=1$, причем комплексное число α выбирается из условия, чтобы мнимая часть имела значение плюс-минус. Этому удовлетворяет среднеквадратичное отклонение. Но иногда среднеквадратичное отклонение положительно, например, в случае диэлектрической проницаемости, где вмешиваются заряды плюс-минус. Тогда имеем формулу $\varepsilon=\varepsilon_0+\dfrac{4\pi i\sigma}{\omega}$, где действительная часть пропорциональна положительному среднеквадратичному отклонению диполя, а проводимость пропорциональна среднему значению. Но зато проводимость делится на частоту, которая имеет знак, плюс-минус.

Следовательно, алгоритм нахождения среднего решения, или среднего в фазовом пространстве решения, и его дисперсию сводится к нахождению комплексного решения, причем среднее решение соответствует действительной части решения, а квадрат мнимой части соответствует дисперсии решения.

Таков физический смысл комплексного решения, действительная часть – это среднее решение, а мнимая часть – это его среднеквадратическое отклонение. Причем действительная и мнимая часть ортогональны, и образуют комплексное пространство. В самом деле, согласно обратной теореме Пифагора в силу формулы (2.5) математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а средний квадрат является гипотенузой. Отметим, что дисперсия решения в макромире проявляется в случае турбулентного режима системы, например, в случае турбулентного режима уравнений магнитной гидродинамики.

Вычислим фазу при интерференции электрона на двух отверстиях при действии электромагнитного поля. Для этого запишем обобщенную теорему Стокса см. [1]§6

$$\oint A_l dx^l = \int_S \frac{\partial A_p}{\partial x^q} dS^{pq} = -\int_S \frac{\partial A_q}{\partial x^p} dS^{pq}$$

Получим для интеграла от существенной мнимой части потенциала

$$\oint (2\operatorname{Im} A_l + \operatorname{Re} A_l - \operatorname{Re} A_l) dx^l = \int_S \left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p}\right) dS^{pq} =$$

$$= \int_S \left[\frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}\right)\right] dS^{pq}$$

Где интеграл берется по контуру l, соответствующему кратчайшим траекториям электрона и времени движения от цели до экрана.

$$\varphi = \frac{e}{\hbar c}\oint \operatorname{Im} A_l \, dx^l = \frac{e}{2\hbar c}\int_S \left[\frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}\right)\right] dS^{pq} =$$

$$= \frac{e}{2\hbar c}\int_S \left[\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^q \partial x^p} - \left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}\right)\right] dS^{pq}$$

Где величина смещения интерференционной полосы $x << L$, величина L равна расстоянию от щелей до экрана. Величина d равна расстоянию между щелями. При этом постоянная величина отклонения интерференционных полос при включении электромагнитного поля равна

$$x=-\frac{L\psi}{kd}=-\frac{L\,\mathrm{Im}\varphi}{kd}=-\frac{L}{kd}\frac{e}{\hbar c}\oint\sum_{l=0}^{3}\mathrm{Im}A_l\,dx^l=$$

$$=-\frac{L}{2kd}\frac{e}{\hbar c}\int_S[\frac{\partial^2\chi}{\partial x^q\partial x^p}-(\frac{\partial\,\mathrm{Im}A_q}{\partial x^p}-\frac{\partial\,\mathrm{Im}A_p}{\partial x^q})]dS^{pq}=-\frac{L}{2kd}\frac{e}{\hbar c}\int_S\frac{\partial^2\chi}{\partial x^q\partial x^p}dS^{pq}=$$

$$=-\frac{L}{2kd}\frac{e}{\hbar c}\int_S\frac{\partial}{\partial x^p}(\frac{m\sqrt{\gamma}n_q}{R-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}})dS^{pq}=-\frac{L}{2kd}\frac{e}{\hbar c}\int_S\frac{m\sqrt{\gamma}n_q}{R-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}dx^q$$

Где воспользовались формулой $dx^q=dS^{pq}\frac{\partial}{\partial x^p}$. При этом имеем для одинакового смещения, вычисленного двумя способами $A_l=\frac{eV_l\sqrt{N_{av}}}{c[R-(\mathbf{R},\mathbf{V})/c]}=\frac{N_{av}m\sqrt{\gamma}n_l}{2[R-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}]}$. При этом должно выполняться $\frac{eV}{c}=\frac{\sqrt{N_{av}}m\sqrt{\gamma}}{2}$. Заряды имеют знак плюс и минус, поэтому суммарное их воздействие пропорционально корню из числа Авогадро. Это равенство выполняется в силу малой скорости электронов, образующих ток в соленоидальной катушки.

Т.е. отклонение фазы определяется потоком градиентной части электромагнитного поля, причем это поле действует на частицу. Причем, так как величина соленоидальной части напряженности поля равна нулю $\frac{\partial\,\mathrm{Im}A_q}{\partial x^p}-\frac{\partial\,\mathrm{Im}A_p}{\partial x^q}=0$, интеграл сводится к значению от градиентной части потенциала, соответствующей тензору электромагнитного поля F_{lk}, определяемому напряженностями электромагнитного поля.

В то же время смещение определяется интегралом по замкнутому контуру от вектора потенциала, так как градиентная часть по замкнутому контуру равна нулю. Т.е. смещение вычислено с помощью двух представлений электромагнитного поля, с помощью вектор потенциалов по замкнутому контуру, и относительно потока градиентной части потенциала, соответствующей тензору напряженностей.

Т.е. произойдет смещение дифракционной картины с не нулевой градиентной напряженностью электромагнитного поля. При наличии помимо влияния бесконечной тонкой катушки через вектор потенциалы, имеется влияние напряженностей электромагнитного поля, и действие катушки сводится к смещению интерференционной картины из-за влияния вектор потенциала, или влияния тензора напряженностей электромагнитного поля.

Уравнения электродинамики из действительных уравнений путем добавки членов превратились в комплексные уравнения. При этом они не противоречат уравнениям квантовой механики, описывая квантовые эффекты. При этом действительное решение осталось неизменным, а мнимое решение является малой поправкой.

Список литературы

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.
2. *Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин* Возбуждение электромагнитных волн М.: «Энергия», 1967, 376с.
3. Рубаков В.А. Классические калибровочные поля. Бозонные теории. М., 2005, -296с.
4. Якубовский Е.Г. Частицы вакуума, описывающие свойства элементарных частиц и поля. Реферативный журнал «Научное обозрение», №2, 2016, стр. 58-81 http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2016_02.pdf