Необходимость комплексного пространства в СТО

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

При не релятивистских скоростях движения, возникает при использовании соотношений СТО комплексная скорость. Мнимая часть скорости означает среднеквадратичное отклонение скорости.

Рассмотрим формулу сложения скоростей в СТО. Она имеет вид см. [1]

$$V_x = \frac{V'_x + U}{1 + V'_x U / c^2}; V_y = \frac{V'_y \sqrt{1 - U^2 / c^2}}{1 + V'_x U / c^2}, V_z = \frac{V'_z \sqrt{1 - U^2 / c^2}}{1 + V'_x U / c^2}. \qquad (1)$$

Где скорость штрихованной системы координат имеет значение U и направлена вдоль положительного направления оси x.

Тогда модуль скорости в не штрихованной системе координат равен

$$|\mathbf{V}| = \frac{U^2(1 - V'^2_y / c^2 - V'^2_z / c^2) + 2V'_x U + V'^2_x + V'^2_y + V'^2_z}{(1 + V'_x U / c^2)^2}. \qquad (2)$$

При условии $V'_y = V'_z = 0$ и $U = -V'_x$ получим, что модуль скорости равен нулю $|\mathbf{V}| = 0$. Найдем формулы предельного перехода к этой скорости при условии

$$V'^2_y + V'^2_z = \alpha^2 c^2, \alpha \to 0, V'^2_x = \alpha^{2n} c^2, n > 1. \qquad (3)$$

При этих условиях справедливо стремление модуля скорости к нулю $|\mathbf{V}| \to 0$. Или имеем

$$U^2(1 - V'^2_y / c^2 - V'^2_z / c^2) + 2V'_x U + V'^2_x + V'^2_y + V'^2_z = U^2 k \qquad (4)$$

Решаем это квадратное уравнение относительно U, получим

$$U=\frac{-V'_x\pm\sqrt{V'^2_x-(V'^2_x+\alpha^2c^2)(1-k-\alpha^2)}}{1-k-\alpha^2}=$$
$$=\frac{-V'_x\pm\sqrt{\alpha^{2n}c^2(k+\alpha^2)-\alpha^2c^2(1-k-\alpha^2)}}{1-k-\alpha^2}=\frac{c(-\alpha^n\pm i\alpha\sqrt{1-k-\alpha^2})}{1-k-\alpha^2} \quad (5)$$

При условии $\alpha\to 0, 0<k<1$, так как $n>1$ получаем отрицательный знак подкоренного выражения, и значит, комплексное значение скорости системы координат. При этом с помощью преобразования Лоренца получатся комплексные значения координаты и времени. Скорость в не штрихованной системе координат равна (формулы получены с помощью (1) с подстановкой U/c из (4) и использование (3))

$$\frac{V_x}{c}=\frac{\pm i\alpha\sqrt{1-k-\alpha^2}}{1\pm i\alpha^{n+1}(1-k-\alpha^2)};\frac{\sqrt{V_y^2+V_z^2}}{c}=\frac{\alpha\sqrt{1+\alpha^2(1-k-\alpha^2)}}{1\pm i\alpha^{n+1}(1-k-\alpha^2)},$$
$$\alpha=(\frac{V'_x}{c})^{1/n}<<1,(\frac{V'_x}{c})^{2/n}=\alpha^2=(\frac{V'_y}{c})^2+(\frac{V'_z}{c})^2,n>1 \quad (6)$$

Причем комплексное решение возникает при не релятивистских скоростях движения.

Для движения электрона в атоме водорода выберем в формуле (3) значение $n=3$. Выбор величины $n=3$ определяет угол, под которым направлена ось x, причем ось x надо направить не вдоль скорости частицы.

Используя уравнение (6), получим

$$\frac{1}{137^2}=\frac{V^2}{c^2}=\frac{V_x^2+V_y^2+V_z^2}{c^2}=\alpha^2(k+\alpha^2)+\alpha^4(1-k) \quad (7)$$

Определим значение k из уравнения полученного из (2) и (4)

$$U^2k=\mathbf{V}^2.$$

Используя (5) и (7), получим

$$-\alpha^2(1-k-\alpha^2)k=\frac{V^2}{c^2}=\alpha^2(k+\alpha^2)+\alpha^4(1-k).$$

Получим квадратное уравнение

$$k^2-2k-2\alpha^2=0.$$

Имеем два корня $k=2, k=-\alpha^2$. Первый корень определяет действительное решение, второй корень комплексное. Получим значение α для первого корня $\alpha=\dfrac{1}{137\sqrt{2}}$. Первый корень определяет решение

$$U=\frac{-V'_x \pm \sqrt{V'^2_x-(V'^2_x+\alpha^2c^2)(1-k-\alpha^2)}}{1-k-\alpha^2}=V'_x \mp \sqrt{2V'^2_x+\alpha^2c^2}=\mp\alpha c$$

Скорости в не штрихованной системе координат, равны

$$\frac{V_x}{c}=\mp\alpha;\frac{\sqrt{V_y^2+V_z^2}}{c}=\alpha,\frac{V_x^2+V_y^2+V_z^2}{c^2}=2\alpha^2$$

$$\frac{V'_x}{c}=\alpha^3,\alpha^2=(\frac{V'_y}{c})^2+(\frac{V'_z}{c})^2$$

Из уравнения (7) получаем значение α для второго корня $\alpha=1/137^{1/2}=0.085$. Второй корень определяет комплексную скорость частицы

$$\frac{V_x}{c}=\pm i\alpha=\frac{\pm i}{137^{1/2}},$$

$$=\frac{\sqrt{V_y^2+V_z^2}}{c}=\alpha\sqrt{1+\alpha^2}=\frac{\sqrt{1+1/137}}{137^{1/2}},\frac{\sqrt{V_x^2+V_y^2+V_z^2}}{c}=\alpha^2.$$

$$\frac{V'_x}{c}=\alpha^3=\frac{1}{137^{3/2}};(\frac{V'_y}{c})^2+(\frac{V'_z}{c})^2=\alpha^2=\frac{1}{137}$$

Значит, при скоростях, удовлетворяющих (3), для реализации двигающейся штрихованной системы координат можно использовать два решения. Причем в неподвижной не штрихованной системе координат модуль скорости стремился к нулю, надо использовать штрихованную систему координат со скоростью штрихованной системы координат. При этом модуль скорости в этой не штрихованной системе координат стремится к нулю $\sqrt{V_x^2+V_y^2+V_z^2}/c=\alpha^2\to 0$. Действительному решению соответствует значение $\alpha=\sqrt{2}/137=0.01$, комплексному решению $\alpha=1/\sqrt{137}=0.085$. Это значение достаточно для реализации комплексного решения. Т.е. наряду с действительным решением, для описания атома водорода существует система координат, в которой реализуется комплексное значение скорости. Используя преобразование Лоренца, получим комплексные координаты и время. Из этого следует, что наше декартово пространство может проявлять и комплексные свойства координат и времени в произвольной системе координат. При этом существуют инерциальные системы координат с действительным пространством. Но и в них проявляются комплексные свойства координат. Например, энергия может иметь комплексное значение $E = E_0 - i\Gamma/2$.

Чем же это объясняется? Дело в том, что модель действительного пространства для объяснения всех эффектов квантовой механики не достаточна. Возникают комплексные собственные значения. Значит надо строить модель квантовой механики в комплексном пространстве. При этом операторы импульса и энергии не будут эрмитовые. Докажем, что оператор импульса не эрмитов в комплексном пространстве. Он равен $\hat{p}_x\psi = -i\hbar\dfrac{\partial\psi}{\partial x}$

$$\int \varphi^* \hat{p}_x \psi dxdydz = -i\hbar\int \varphi^* \frac{\partial\psi}{\partial x}dxdydz = i\hbar\int\psi\frac{\partial\varphi^*}{\partial x}dxdydz = \\ = [-i\hbar\int\psi^*\frac{\partial\varphi}{\partial x^*}dx^*dy^*dz^*]^* .$$

Если пространство действительно, то получим перестановку волновых функций и комплексно сопряженное значение выражения в квадратных скобках, и значит оператор импульса эрмитов. Но если пространство комплексное, то оператор будет не эрмитов.

Использование комплексных значений координат декартова пространства, позволяет решать нелинейные уравнения, и делает возможным решение некоторых задач, которые в действительном пространстве не имеют решения. Например, реализовать пересечение электронных термов в комплексном пространстве §79 в [2].

Выводы

В предлагаемой статье доказано, что декартово пространство в некоторых инерциальных системах координат может проявлять комплексные свойства.

Это говорит о том, что наше декартово пространство является комплексным. Физический смысл комплексного пространства описан в [3].

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика Нерелятивистская теория т.III, Наука, М.,1969,768с.
3. *Якубовский Е.Г.* Модель комплексного пространства, "Энциклопедический фонд России", 2015 http://russika.ru/sa.php?s=923