Квантование энергии тел, описываемых уравнением ОТО

Е.Г. Якубовский

Национальный Минерально-Сырьевой университет «Горный»

Попытаемся построить теорию с квантованием энергии состояния тел, описываемых уравнением ОТО. При этом возникнет малая мнимая добавка к координатам центра тел, т.е. центр массивных тел начнет колебаться с амплитудой, пропорциональной гравитационному радиусу планет. См. физический смысл комплексного решения [1]. Причем эти колебания являются устойчивым свойством планет, и их энергия поддерживается, создавая нагрев центра тела, и отводя энергию колебаний центра планеты на поверхность планеты. По мере уменьшения или увеличения амплитуды колебаний, в силу их устойчивости, амплитуда колебания вернется к прежнему значению. Поверхность планет останется неподвижной, так как ее значение поверхностной координаты действительно, и, следовательно, она не колеблется. При этом за счет трения колеблющейся части тела будет выделяться тепло. Это объясняет происхождение тепловой энергии планет, и при большой массе тела, получается звезда с большой энергией звезды.

1. Комплексные координаты

Записываем уравнение движения в самом общем виде

$$\frac{d^2x^l}{ds^2} + \Gamma^l_{nm}\frac{dx^n}{ds}\frac{dx^m}{ds} = 0.$$

Где символ Кристоффеля в случае пространства Минковского равен нулю. Но наличие гравитационного поля делает этот символ отличным от нуля. Определяем совокупность траекторий $x^l = x^l(s, x_0^k, x_1^k), l, k = 0,...,3,$ где используются граничные, а не начальные условия, где x_0^k граничное положение тела в начале процесса, x_1^k граничное положение тела в конце движения. Т.е. для частицы не используется понятие начальной скорости, а имеется совокупность начальных скоростей, в фазовом пространстве, причем все они равноправны, а усиливается то направление начальной скорости, для которого имеется стационарная точка. При этом влияние гравитационного поля на движение одной частицы будет детерминированным.

При этом решается задача по определению траекторий в четырехмерном фазовом пространстве. Строим огибающую $dS = \sqrt{\sum_{l,k=0}^{3} g_{lk} \frac{dx^l}{ds} \frac{dx^k}{ds}} ds = ds$, для каждой траектории, которая растет во времени и совпадает со значением метрического интервала. Определим гауссову кривизну кривой линии по аналогии с определением гауссовой кривизны в декартовом пространстве, которая определяется по формуле

$$\frac{1}{\rho^2} = \sum_{l=1}^{3} \left(\frac{\partial^2 x_l}{\partial S^2}\right)^2 .$$

В четырехмерном пространстве гауссова кривизна кривой определяется по формуле

$$\frac{1}{\rho^2} = \sum_{l,k=0}^{3} g_{lk} \frac{\partial^2 x_l}{\partial S^2} \frac{\partial^2 x_k}{\partial S^2}$$

и определяем угол для каждой траектории по формуле

$$\varphi = 2\pi \int_{S_0}^{S} \frac{dS}{|\rho(S)|} / \int_{S_0}^{S_1} \frac{dS}{|\rho(S)|} = 2\pi \int_{S_0}^{S} \sqrt{\sum_{l,k=0}^{3} g_{lk} \frac{\partial^2 x_l}{\partial S^2} \frac{\partial^2 x_k}{\partial S^2}} dS / \int_{S_0}^{S_1} \sqrt{\sum_{l,k=0}^{3} g_{lk} \frac{\partial^2 x_l}{\partial S^2} \frac{\partial^2 x_k}{\partial S^2}} dS =$$

$$= 2\pi \int_{S_0}^{S} \sqrt{w_0 w^0 - w_l w^l} dS / \int_{S_0}^{S_1} \sqrt{w_0 w^0 - w_l w^l} dS$$

В случае постоянной скорости величина $\varphi = 2\pi(S - S_0)/(S_1 - S_0)$, в силу $\rho(S) = const$. В случае переменной скорости в собственной системе отсчета имеем $w_i w^i = -w^2 / c^4$, где w трехмерное ускорение в собственной системе отсчета

$$\varphi = 2\pi \int_{S_0}^{S} w(S) dS / \int_{S_0}^{S_1} w(S) dS$$

где величина $\frac{1}{\rho(S)}$, гауссова кривизна траектории в четырехмерном пространстве. Тогда прямолинейному равномерному движению соответствует угол $\varphi = 2\pi(S - S_0)/(S_1 - S_0)$ в сопутствующей системе координат, причем возможен случай, что величина $S > S_1$. В случае отсутствия действующих потенциалов в свободном пространстве, фаза определяется по формуле

$$\varphi = \omega(S - S_0)/c = \omega \cdot t\sqrt{1 - V^2/c^2}, \omega = 2\pi/T = 2\pi c/(S_1 - S_0).$$

Причем при увеличении угла на 2π кривая с ограниченной траекторией заканчивается, а с неограниченной траекторией периодически или не периодически продолжается. В случае не периодического продолжения период определяется по частоте $\omega = \frac{c^3}{137\gamma m}$. Тогда комплексная координата равна

$$y^n(\varphi) = x_0^n(\varphi_0) + \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dx^n(\varphi)}{d\varphi} \exp\{i \int_{\varphi_0}^{\varphi} [k_l(u)\frac{dx^l}{du} - n_r - l - 1]du\} d\varphi,$$

$$k_l(\varphi) = p_l(\varphi)c/(137\gamma m^2), l = 0,...,3$$

Где величина $p(\varphi)$ переменный модуль импульса частицы. При этом введем спинорные координаты

$$Y_{ik} = \begin{Vmatrix} y_0 - y_3 & y_1 + iy_2 \\ y_1 - iy_2 & y_0 + y_3 \end{Vmatrix}, i,k = 1,2.$$

Тогда комплексные координаты определятся из формулы

$$\frac{dY^{ik}(\varphi)}{d\varphi} = \frac{dX^{ik}(\varphi)}{d\varphi} \exp\{i \int_{\varphi_0}^{\varphi} [K_{pq}(u)\frac{dX^{pq+}}{du} - n_r - l - 1]du\} \qquad (1.1)$$

Где двумерный спинор $\frac{dX^{ik}(\varphi)}{d\varphi}$ определяется из действительных координат, а спинор $\frac{dY^{ik}(\varphi)}{d\varphi}$ определен для комплексных координат. Выражение K_{pq}

тоже спинор, который определяется из уравнения движения. При этом уравнение по определению комплексных координат является спинорным.

$$Y^{ik}(\varphi) = X^{ik}(\varphi_0) + \int\limits_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dX^{ik}(\varphi)}{d\varphi} \exp\{i\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi} [K_{pq}(u)\frac{dX^{pq+}}{du} - n_r - l - 1]du\}d\varphi$$

Комплексность координат массивного тела, говорит о вращении или колебании центра масс тела, описываемых этой формулой, причем в силу малости интеграла от мнимой экспоненты с большим параметром, эти колебания и вращения имеют малую амплитуду, причем координаты тела комплексные, действительная координата тела плюс комплексная амплитуда. Эта амплитуда определяется спинором, которой равен $Y^{ik}(\varphi)$, причем в случае наличия точки стационарной фазы, от угла φ не зависит. Длина волны этих колебаний равна гравитационному радиусу тела, умноженному на величину $137 \cdot \pi$, см. формулу (1.2).

Волновое число тела равно $k = 1/[\hbar/(mc) + 137\gamma m/c^2]$, что следует из определения характерного радиуса электромагнитного и гравитационного поля $r_g = e^2/(mc^2) + \gamma m/c^2$. При этом частота колебаний массивных макротел равна $\omega = kc = c^3/(137\gamma m)$ и для Земли равняется $\omega = 4.9 \cdot 10^8/\sec$, что соответствует длине волны

$$\lambda = 2\pi\hbar/(mc) + 137 \cdot 2\pi\gamma m/c^2 = 383cm \qquad (1.2)$$

что соответствует половине гравитационного радиуса тела, умноженного на $137 \cdot 2\pi$. Величине постоянной Планка в микромире соответствует величина $\hbar \Leftrightarrow 137\gamma m^2/c$ в макромире. При этом происходит колебание центра Земли с амплитудой, определяемой мнимой координатой, причем амплитуда по порядку величины, совпадает с гравитационным радиусом, при неподвижных границах. Эти колебания могут приводить к нагреву ядра планеты.

При этом произведение спиноров при постоянной скорости равно

$$K_{pq}(u)\frac{dX^{pq+}}{\hbar du}=\frac{c^2}{137\gamma m}\frac{dX_{pq}}{du}\frac{dX^{pq+}}{du}\frac{du}{ds}=\frac{dX_{pq}}{du}\frac{dX^{pq+}}{du}\frac{\omega\Omega}{c^2}$$

$$=\frac{c^2}{137\gamma m}[\frac{dx_0}{du}\frac{dx^0}{du}-\frac{dx_1}{du}\frac{dx^1}{du}-\frac{dx_2}{du}\frac{dx^2}{du}-\frac{dx_3}{du}\frac{dx^3}{du}]\frac{du}{ds}=$$

$$=\frac{c^2}{137\gamma m}[g_{0k}\frac{dx^k}{du}\frac{dx^0}{du}-g_{1k}\frac{dx^k}{du}\frac{dx^1}{du}-g_{2k}\frac{dx^k}{du}\frac{dx^2}{du}-g_{3k}\frac{dx^k}{du}\frac{dx^3}{du}]\frac{du}{ds}=(1.2)$$

$$=\frac{c^2}{137\gamma m}g_{ik}\frac{dx^i}{du}\frac{dx^k}{du}\frac{du}{ds}=\frac{c^2}{137\gamma m}\frac{dx_k}{ds}\frac{dx^k}{ds}\frac{ds}{du}=$$

$$=\frac{c^2}{137\gamma m}\frac{dx_k}{ds}\frac{dx^k}{ds}\frac{c}{\Omega}=\frac{c^3}{137\gamma m\Omega}=\frac{\omega}{\Omega}$$

При скорости тела V, имеем

$$u=\varphi=\omega t\sqrt{1-V^2/c^2},\frac{\Omega}{c}=\frac{d\varphi}{ds}=\frac{du}{ds},\omega=\frac{c^3}{137\gamma m},\frac{\omega\Omega}{c^2}=\frac{c\Omega}{137\gamma m},$$

$$\frac{\Omega}{\omega}=\frac{\sqrt{l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)}}{\sigma}\neq 0, l>\sigma \quad .$$

Где ω частота собственного вращения в свободном пространстве, Ω суммарный модуль частоты вращения.

Построим импульсное представление спинора координат

$$\frac{dK^{ik}(w)}{\hbar dw}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{k^2 dY^{ik}(\varphi)}{d\varphi}\exp(iw\varphi)d\varphi$$

$$\frac{dK_{ik}(w)}{\hbar dw}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{k^2 dY_{ik}(\varphi)}{d\varphi}\exp(iw\varphi)d\varphi \quad . \qquad (1.3)$$

Причем расчеты можно ввести в импульсном представлении, при этом для основной функции и для ее Фурье образа справедливо соотношение неопределенности. Дисперсия модуля образа и дисперсия модуля основной функции связаны соотношением неопределенности

$$D\frac{dK^{pq+}(w)}{\hbar dw}\frac{dK_{pq}(w)}{\hbar dw}D\frac{dY^{ik+}(\varphi)}{c^2 d\varphi}\frac{dY_{ik}(\varphi)}{d\varphi}=D\frac{dk^2}{dw^2}D\frac{ds^2}{d\varphi^2}>\frac{1}{4}$$

$$\hbar^2 dk^2=G^{ik}dp_i dp_k; p_0=E/c=137r_g m\omega, p_\alpha=137r_g mck_\alpha \quad . \qquad (1.4)$$

$$ds^2=g_{ik}dx^i dx^k; x^0=ct, x^1=x, x^2=y, x^3=z$$

Где $p_0 = 137 r_g m\omega$, $p_\alpha = 137 r_g mck_\alpha$ это один квант энергии собственного движения Планет. Импульс, равный в свободном пространстве $\sigma \cdot p_0, \sigma \cdot p_\alpha$ и определяемый значением mc, откуда имеем частоту собственного вращения планет $\omega = \frac{c}{137\sigma \cdot r_g}$.

Величина $g_{ik}(\varphi)$ определяется из уравнения ОТО и уравнения движения. Величина $p_i(\varphi)$ определяется из уравнений движения. А по ней определяется величина $p_i(w)$ как спектр величины $p_i(\varphi)$. Величины $K^{ik+}(w), K_{ik}(w)$ определяется из уравнения (1.3), а по ней восстанавливается $k(w)$. Обе эти величины определяются с ошибкой. Тогда величина $G^{ik}(w)$ определяется по формуле

$$G^{ik}(w) = \frac{\hbar dk(w)}{dp_i(w)} \frac{\hbar dk(w)}{dp_k(w)} = \frac{\hbar dk/dw}{dp_i/dw} \frac{\hbar dk/dw}{dp_k/dw}.$$

Но при этом ошибка определения величины $G^{ik}(w)$ не может быть сделана бесконечно малой, при точном определении величины $Y_{ik}(\varphi)$, в силу соотношения (1.4).

Таким образом, определятся комплексные координаты частицы и комплексное время. Далее для многих частиц они складываются по формуле, где используется масса покоя частицы

$$Y^{lk}(S) = \sum_{n=1}^{N} m_{n0} Y_n^{lk}(S) / \sum_{n=1}^{N} m_{n0}, l,k = 1,2.$$

Эта величина является четырех вектором и является инвариантной при преобразовании координат. В самом деле

$$\begin{gathered} g'_{nl}(S)dx'^l(S)dx'^n(S) = g'_{nl}(S)\frac{\partial x'^n}{\partial x^k}(S)\frac{\partial x'^l}{\partial x^m}(S)dx^k(S)dx^m(S) = \\ = g_{km}(S)dx^k(S)dx^m(S) \end{gathered}.$$

Выбирается то решение, для которого имеется точка стационарной фазы, и координата сигнала определяется по формуле (1.5), и комплексный спинор- координата существенно больше, она пропорциональна корню из малого параметра.

$$Y^{ik}(\varphi) = X^{ik}(\varphi_0) + \frac{dX^{ik}(\varphi_1)}{d\varphi} \frac{\exp\{i\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi_1}[K_{pq}(u)\frac{dX^{pq+}(u)}{dt} - n]du - i\frac{\pi}{4}]\sqrt{\hbar}}{\sqrt{\pi[p_{pq}(u)\frac{dX^{pq+}(u)}{dt}]'(\varphi_1)/2}}, \quad (1.5)$$

$$n = n_r + l + 1 = p_{pq}(\varphi_1)\frac{dX^{pq+}(\varphi_1)}{dt}$$

2. Вычисление дискретной энергии планет

При вращении по стационарной орбите вокруг тела большой массы, точка стационарной фазы считается по формуле (1.5) (метрический тензор считаем равным метрическому тензору пространства Минковского)

$$g_{ik}\frac{dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}\frac{\omega\Omega}{c^2} = \frac{c}{137\gamma m}[(\frac{cdt}{d\varphi})^2 - (\frac{Vdt}{d\varphi})^2]\Omega = \frac{c}{137\gamma m}\frac{r^2(1-V^2/c^2)}{(1-V^2/c^2)}\Omega = \frac{cV_\varphi r}{137\gamma m} = n$$

В случае эллиптической орбиты координаты меняются по закону

$$x_1 = \frac{p}{1+e\cos\varphi}\cos\varphi$$
$$x_2 = \frac{p}{1+e\cos\varphi}\sin\varphi \,.$$

где e эксцентриситет эллипса, который считается по формуле

$$e = \sqrt{1+\frac{2EM^2}{m\alpha^2}}, U = -\frac{\alpha}{r}, \alpha = \gamma m_0 m, m = m_1 m_2 / \sum_{s=1}^{N} m_s, p = \frac{M^2}{m\alpha}, \qquad a = \frac{\alpha}{2|E|}$$

большая полуось, где m_0, масса массивной планеты. Где величина E это полная энергия тела и величина M это момент импульса тела.

Величина скорости тела равна

$$\dot{x}_1 = \frac{-p}{1+e\cos\varphi}(\sin\varphi - \frac{e\sin\varphi\cos\varphi}{1+e\cos\varphi})\frac{d\varphi}{dt}$$
$$\dot{x}_2 = \frac{p}{1+e\cos\varphi}(\cos\varphi + \frac{e\sin^2\varphi}{1+e\cos\varphi})\frac{d\varphi}{dt} \,.$$

Откуда имеем для величины скорости значение

$$V=\frac{p\Omega}{1+e\cos\varphi}\sqrt{(\sin\varphi-\frac{e\sin\varphi\cos\varphi}{1+e\cos\varphi})^2+(\cos\varphi+\frac{e\sin^2\varphi}{1+e\cos\varphi})^2}=$$

$$=\frac{p\Omega}{1+e\cos\varphi}\sqrt{1+\frac{e^2\sin^2\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}}=p\alpha(\varphi)\Omega$$

Величина фазы равна $\varphi=\omega t\sqrt{1-V^2/c^2}=ct\sqrt{1-V^2/c^2}/[p\alpha(\varphi)]$.

$$g_{ik}\frac{dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}\frac{\omega\Omega}{c^2}=\frac{c\Omega}{137\gamma m}[(\frac{cdt}{d\varphi})^2-(\frac{Vdt}{d\varphi})^2]=$$

$$=\frac{c\Omega}{137\gamma m}\frac{p^2\alpha^2(\varphi)(1-V^2/c^2)}{(1-V^2/c^2)}=\frac{cp^2\alpha^2(\varphi)\Omega}{137\gamma m}=n$$

Получим уравнение движения Ньютона при релятивистских скоростях для относительного движения частицы. Закон Ньютона для пространственной компоненты скорости запишется в виде

$$mc\frac{d\mathbf{u}}{ds}=\frac{\mathbf{f}}{c\sqrt{1-V^2/c^2}},\mathbf{f}=-\frac{m^2\gamma}{r^3}\mathbf{r}.$$

(заряды двух частиц противоположны, поэтому при перемножении получаем такое выражение для силы). Умножаем обе части этого уравнения скалярно на величину радиуса, получим

$$\frac{mc}{2}\frac{d^2r^2}{ds^2}-mcu^2=-\frac{mm_0\gamma}{cr\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

Подставляя значение радиуса и скорости, получим

$$mc^2[\frac{p^2e^2\sin^2\varphi}{2(1+e\cos\varphi)^4}-\frac{p^2e\cos\varphi}{2(1+e\cos\varphi)^3}](\frac{d\varphi}{ds})^2-mc^2\frac{V^2}{c^2(1-V^2/c^2)}=-\frac{mm_0\gamma}{r\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

Причем имеем следующие значения переменных

$$\frac{d\varphi}{ds}=\frac{\Omega}{c}=const,V=p\alpha(\varphi)\Omega.$$

Подставляем значения переменных в уравнение движения, получим

$$m\Omega^2 p^2[-\frac{e^2\sin^2\varphi}{2(1+e\cos\varphi)^4}+\frac{e\cos\varphi}{2(1+e\cos\varphi)^3}+\frac{\alpha^2(\varphi)}{(1-p^2\alpha^2(\varphi)\Omega^2/c^2)}]=$$
$$=\frac{mm_0\gamma(1+e\cos\varphi)}{p\sqrt{1-p^2\alpha^2(\varphi)\Omega^2/c^2}}.$$

$$\frac{cp^2\alpha^2(\varphi)\Omega}{137\gamma m}=n_r+l+1\pm i\ln(n_r+l+1)\sigma/\sqrt{l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)}$$

Интегрируя по углу φ получим значение постоянных p,Ω. При не релятивистском приближении имеем $m\Omega^2 p^2(1+\beta)=\frac{mm_0\gamma}{p}$, $\frac{cp^2(1+\delta)\Omega}{137\gamma m}=n$.

Из этих двух уравнений получаются значения угловой скорости и параметра p $\quad\Omega=\frac{c^3m_0^2(1+\delta)^3}{137^3n^3\gamma m^3(1+\beta)}=\frac{cm_0^2(1+\delta)^3}{137^3n^3m^2r_g(1+\beta)},p=\frac{137^2n^2\gamma m^2(1+\beta)}{m_0c^2(1+\delta)^2}$. Тогда справедлива формула для энергии частицы

$$E_{nl\sigma}=\frac{mp^2(1+\delta)\Omega^2}{2}-\frac{mm_0\gamma}{p}=$$
$$=\frac{m_0^2c^2(1+\delta)^2}{2\cdot 137^2mn^2}-\frac{m_0^2c^2(1+\delta)^2}{137^2mn^2(1+\beta)}=$$
$$=-\frac{m_0^2c^2}{2\cdot 137^2mn^2}\frac{(1-\beta)(1+\delta)^2}{1+\beta}=$$
$$=-\frac{m_0^2c^2}{2\cdot 137^2mn^2}[1+\lambda(e)],m=m_lm_0/(m_l+m_0).$$

При этом величине проекции орбитального момента в микромире соответствует величина $L_z=\hbar l$, а в макромире величина $L_z=137\gamma m^2l/c$, где величина l входит в главное квантовое число $n=n_r+l+1$, где величина n_r соответствует радиальному собственному числу. Но эта проекция жестко зафиксирована в макромире. Собственное вращение, или спин определяется в микромире для элементарных частиц по формуле $s_z=\pm\hbar\sigma/2$, если не произведено измерение, то эта проекция в любом направлении, а в макромире имеет фиксированное направление и равен $s_z=137\gamma m^2\sigma/(2c)$.

Где величина e, значение эксцентриситета. При этом энергия состояния получается равной

$$E_{nl\sigma} = -\frac{m_0^2 c^2}{2 \cdot 137^2 mn^2}[1+\lambda(e)] = -\frac{m_0^2 c^2}{2 \cdot 137^2 mn^2}[1+\lambda[\sqrt{1-\frac{[l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)]}{\sigma^2 n^2}}]$$

Где величина

$$e = \sqrt{1+\frac{2EM^2}{m(mm_0\gamma)^2}} = \sqrt{1+\frac{2E[l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)]137^2\gamma^2 m^4}{\sigma^2 m(mm_0\gamma)^2 c^2}} \cong \sqrt{1-\frac{l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)}{\sigma^2 n^2}}$$

Решим эту же задачу при релятивистских скоростях движения

$$\frac{\Omega^2 p^2 \alpha^2(\varphi)}{c^2\sqrt{1-p^2\alpha^2(\varphi)\Omega^2/c^2}} = \frac{mm_0\gamma(1+e\cos\varphi)}{mc^2 p} = \frac{r_{g0}}{p} = \eta$$
$$\frac{cp^2\alpha^2(\varphi)\Omega}{137\gamma m} = n, r_{g0} = \frac{\gamma m_0}{c^2} \quad . \qquad (2.1)$$

Где величина r_{g0} составляет половину гравитационного радиуса частицы, а формула получена при усреднении по углу. Получим уравнение относительно безразмерной скорости из первого уравнения (2.1).

$$z = \Omega^2 p^2 \alpha^2(\varphi)/c^2, \qquad (2.2)$$

для чего возведем обе части в квадрат первого уравнения (1.6), получим

$$z^2 + \eta^2 z - \eta^2 = 0 .$$

Откуда определим величину z. Она равна

$$z = -\eta^2/2 + \sqrt{\eta^4/4+\eta^2} = \frac{r_{g0}}{p}[\sqrt{1+(\frac{r_{g0}}{2p})^2} - \frac{r_{g0}}{2p}]. \qquad (2.3)$$

Откуда разделив величину (2.2) на (2.1) и используя формулу (2.3), получаем для величины Ω формулу $\frac{137\gamma m\Omega}{c^3} = z/n = [-\eta^2/2+\sqrt{\eta^4/4+\eta^2}]/n = \frac{r_{g0}}{np}[\sqrt{1+(\frac{r_{g0}}{2p})^2} - \frac{r_{g0}}{2p}]$. Откуда имеем значение

$$p = 137^2 n^2 r_{g0} / \{\alpha^2(\varphi)[\sqrt{1+(\frac{r_{g0}}{2p})^2} - \frac{r_{g0}}{2p}]\} .$$

Усредним значения угловой скорости и параметра p. Подсчитаем величину энергии системы

$$E = E_{sh} + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} - \frac{mm_0\gamma}{r} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - p^2\Omega^2(1+\beta)/c^2}} - \frac{mm_0\gamma}{p}(1+\delta) =$$

$$= mc^2\{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{m_0^2}{137^2 n^2 m^2}(1+\beta)}} - \frac{m_0^2}{137^2 m^2 n^2}[\sqrt{1 + (\frac{r_{g0}}{2p})^2} - \frac{r_{g0}}{2p}](1+\delta)\}$$

Учет Риманова метрического тензора определит более точную формулу для энергии состояния частицы. При этом главное квантовое число для не заряженных тел, например планет, получается подстановкой $p\Omega$ во второе уравнение (2.1) и равно

$$n = \sqrt{\frac{pm_0}{137^2 mr_g}} = \sqrt{\frac{pm_0 c^2}{137^2 \gamma m^2}}.$$

При этом необходимо сказать, что макро систему тел определяют радиальное n_r, орбитальное l, и спиновое σ квантовые числа. Вводится главное квантовое число по формуле $n = n_r + l + 1$.

Постоянной Планка соответствует величина гравитационной постоянной и массы тела, определяемой по формуле $\hbar \Leftrightarrow 137\gamma m^2 / c$. Для проекций спина и орбитального момента нужно использовать те же формулы, что и в квантовой механике. Вместо постоянной Планка участвует величина, равная значению $137\gamma m^2 / c$.

При этом имеется вырождение по орбитальному квантовому числу. При этом для более точного нахождения стационарной фазы частицы, нужно учесть пред экспоненциальный множитель в подынтегральном выражении. При этом его надо умножить на самосопряженный спинор и привести к безразмерному виду. В результате в фазе получим выражение

$$\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi} [mg_{ik}\frac{dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}\frac{d\varphi}{\hbar dt} - n_r - l - 1 \pm i \ln g_{ik}\frac{k^2 dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}]d\varphi, k = \frac{c^2}{137\gamma m}.$$

При этом точке стационарной фазы соответствует уравнение (1.5), а первый член соответствует энергии частицы согласно формуле (1.2)

При этом точке стационарной фазы соответствует уравнение

$$g_{ik}\frac{dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}\frac{\omega\Omega}{c^2}-n_r-l\pm i\ln g_{ik}\frac{k^2dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}=0,\omega=\frac{c^3}{137\gamma m},\Omega=\frac{d\varphi}{dt}\ .(2.4)$$

Из решения этого уравнения получаем комплексное значение угла φ, соответствующее стационарной точке и значит, комплексную энергию частицы с малой мнимой частью. Приближенно это уравнение сводится к формуле

$$g_{ik}\frac{dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}\frac{\omega\Omega}{c^2}-n_r-l-1\pm i\ln(n_r+l+1)\omega/\Omega=$$

$$=g_{ik}\frac{dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}\frac{\omega\Omega}{c^2}-n_r-l-1\pm i\ln(n_r+l+1)/\sqrt{l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)}=0\,.$$

$$\Omega/\omega=\sqrt{l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)}$$

Т.е. снимается вырождение по орбитальному квантовому числу. При этом не релятивистская часть собственной энергии электрона определяется по формуле

$$E_{nl\sigma}=-\frac{m_0^2c^2(n^2-\chi^2-2in\chi)}{2\cdot 137^2m(n^2+\chi^2)^2}\{1+\lambda[\sqrt{1-\frac{[l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)](n^2-\chi^2-2in\chi)}{\sigma^2(n^2+\chi^2)^2}}]\}\ .$$

$$\chi=\ln(n_r+l+1)\sigma/\sqrt{l^2+\sigma^2-2(l,\sigma)},n=n_r+l+1=\sqrt{\frac{pm_0}{137^2mr_g}}$$

Обобщим этот метод на множества тел. Для этого используем парное взаимодействие систем частиц, со своими квантовыми числами. Т.е. получим значение для расстояния и частоты вращения для парного взаимодействия с массой $m_im_k/\sum\limits_{l=1}^{N}m_l$. Это будет вращение по эллипсу с орбитой $\dfrac{p_{ik}\alpha_{ik}(\varphi)}{1+e_{ik}\cos\varphi}$, а по величине φ при вычислении угловой скорости и радиуса орбиты усредняем. При этом имеем

$\Omega_{ik}=\dfrac{cm_0^2(1+\delta_{ik})^3}{137^3 n_{ik}^3\gamma m_{ik}^3(1+\beta_{ik})}, p_{ik}=\dfrac{137^2 n_{ik}^2 m_{ik} r_{gik}(1+\beta_{ik})}{m_0(1+\delta_{ik})}$, и получим энергию парного взаимодействия

$$E_{nl\sigma}=-\frac{c^2m_0^2(n_{ik}^2-\chi_{ik}^2-2in_{ik}\chi_{ik})}{2\cdot 137^2 m_{ik}(n_{ik}^2+\chi_{ik}^2)^2}\times$$

$$\times\{1+\lambda[\sqrt{1-\frac{[l_{ik}^2+\sigma_{ik}^2-2(l_{ik},\sigma_{ik})](n_{ik}^2-\chi_{ik}^2-2in_{ik}\chi_{ik})}{\sigma^2(n_{ik}^2+\chi_{ik}^2)^2}}]\}\quad .$$

$$\chi_{ik}=\ln(n_{ikr}+l_{ik}+1)\sigma/\sqrt{l_{ik}^2+\sigma_{ik}^2-2(l_{ik},\sigma_{ik})}, n_{ik}=n_{ikr}+l_{ik}+1=\sqrt{\frac{p_{ik}m_0}{137^2 m_{ik}r_{gik}}}$$

Подсчитаем энергию системы тел, для чего используем суммарную массу системы $m_\Sigma=\sum_{l=1}^{N} m_l$ и обобщенную траекторию суммарного движения $\dfrac{p\alpha(\varphi)}{1+e\cos\varphi}$, причем траекторию определим из соотношения, т.е. зная параметры с суммарным индексом, определим параметры системы, как корень нелинейного уравнения

Решим задачу определения энергии всей системы, для чего определим величины p,Ω для всей системы. Для этого имеем уравнение из значения стационарной фазы.

$$\frac{cp_\Sigma^2\alpha_\Sigma^2(\varphi)\Omega_\Sigma}{137\gamma m}=n$$

Кроме того, имеем уравнение движения

$$\frac{m_\Sigma p_\Sigma^2\alpha_\Sigma^2(\varphi)(1+e_\Sigma\cos\varphi)\Omega_\Sigma^2}{p_\Sigma}=\frac{m_\Sigma m_0\gamma(1+e_0\cos\varphi)^2}{p_\Sigma^2}.$$

Откуда определим нулевые параметры системы, усредняя по величине φ

$$\Omega_\Sigma=\frac{cm_0^2(1+\delta_0)^3}{137^3 n^3 m_\Sigma^2 r_g(1+\beta_0)}, p_\Sigma=\frac{137^2 m_\Sigma n^2 r_g(1+\beta_0)}{m_0(1+\delta_0)^2}.$$

Экстраполируем значение частоты колебания Ω и размера системы p

$$\Omega_0 = \sum_{n,m=1}^{N} \Omega_{nm} P_{nm}(\Omega).$$

Где имеем $Q_{nm}(\Omega) = (\Omega - \Omega_{11})...(\Omega - \Omega_{(n-1)m})(\Omega - \Omega_{(n+1)m})...(\Omega - \Omega_{NN})$.

Откуда имеем $P_{nm}(\Omega) = \dfrac{Q_{nm}(\Omega)}{Q_{nm}(\Omega_{nm})}$.

Кроме того, вычислим величину размера системы p

$$p_0 = \sum_{n,m=1}^{N} p_{nm} P_{nm}(p).$$

Где имеем $Q_{nm}(p) = (p - p_{11})...(p - p_{(n-1)m})(p - p_{(n+1)m})...(p - p_{NN})$. Откуда имеем $P_{nm}(p) = \dfrac{Q_{nm}(p)}{Q_{nm}(p_{nm})}$.

Откуда и определяем из нелинейного уравнения величины p, Ω. Зная эти величины, определим энергию системы, зависящую от квантовых чисел парного взаимодействия, и от квантовых чисел всей системы

$$E_{n\Sigma} = \frac{m_\Sigma p^2 (1+\delta)\Omega_\Sigma^2}{2} - \frac{m_0 m_\Sigma \gamma}{p}.$$

Подсчитаем собственную энергию атома водорода с учетом Римановой кривизны пространства. Для этого воспользуемся решением Шварцшильда. Тогда уравнение движения запишется в виде

$$\begin{gathered} \frac{du^l}{ds} = -\Gamma^l_{pq} u^p u^q \\ \frac{du_l}{ds} = \Gamma^p_{lq} u_p u^q \end{gathered}.$$

Умножаем первое уравнение на величину $x_l, l = 1,...,3$, а второе уравнение, на величину $x^l, l = 1,...,3$, получим первый интеграл

$$\sum_{l=1}^{3} [\frac{d(x_l u^l + x^l u_l)}{ds} - 2u_l u^l] = \sum_{l=1}^{3} [\frac{d^2 x_l x^l}{ds^2} - 2u_l u^l] = \sum_{l=1}^{3} \sum_{p,q=0}^{3} [-\Gamma^l_{pq} u^p u^q x_l + \Gamma^p_{lq} u_p u^q x^l]$$

Величина скорости тела равна

$$\frac{dx^1}{ds} = \frac{-p}{1+e\cos\varphi}(\sin\varphi - \frac{e\sin\varphi\cos\varphi}{1+e\cos\varphi})\frac{d\varphi}{ds}$$
$$\frac{dx^2}{ds} = \frac{p}{1+e\cos\varphi}(\cos\varphi + \frac{e\sin^2\varphi}{1+e\cos\varphi})\frac{d\varphi}{ds}.$$

Откуда имеем для величины скорости значение

$$u = \frac{p\Omega}{1+e\cos\varphi}\sqrt{g_{11}(\sin\varphi - \frac{e\sin\varphi\cos\varphi}{1+e\cos\varphi})^2 + g_{22}(\cos\varphi + \frac{e\sin^2\varphi}{1+e\cos\varphi})^2} =$$
$$= p\alpha(\varphi)\Omega, \Omega = \frac{d\varphi}{ds}.$$

Величина радиуса мало изменится, появятся малые поправки к эллиптической траектории

$$r = \frac{p}{1+e\cos\varphi}.$$

Тогда уравнение движения, умноженное скалярно на радиус, запишется в виде

$$[\frac{p^2e^2\sin^2\varphi}{2(1+e\cos\varphi)^4} - \frac{p^2e\cos\varphi}{2(1+e\cos\varphi)^3}](\frac{d\varphi}{ds})^2 - 1 =$$
$$= [\frac{e^2\sin^2\varphi}{2(1+e\cos\varphi)^4} - \frac{e\cos\varphi}{2(1+e\cos\varphi)^3}]p^2\Omega^2/c^2 - 1 = p^2\Omega^2e^2(1+\beta)/(4c^2)$$
$$= \sum_{l=1}^{3}\sum_{p,q=0}^{3}[-\Gamma^l_{pq}u^pu^qx_l + \Gamma^p_{lq}u_pu^qx^l]$$

Величина $\sum_{l=1}^{3}\sum_{p,q=0}^{3}[-\Gamma^l_{pq}u^pu^qx_l + \Gamma^p_{lq}u_pu^qx^l]$ определяется по формуле

$$\sum_{l=1}^{3}\sum_{p,q=0}^{3}[-\Gamma^l_{pq}u^pu^qx_l + \Gamma^p_{lq}u_pu^qx^l] = \frac{r_g(1+\gamma)}{p}$$

Кроме того, метод стационарной фазы определяет уравнение $\frac{cp^2\alpha^2(\varphi)\Omega}{137\gamma m} = \frac{cp^2\Omega(1+\alpha)}{137\gamma m} = n$. Разрешая это уравнение относительно Ω и подставляя в (1.9), получим

$$p = \frac{137^2 e^2 r_g m_\Sigma n^2 (1+\beta)}{4m_0(1+\alpha)(1+\gamma)}$$

$$\Omega = \frac{16 m_0^2 c(1+\alpha)(1+\gamma)^2}{137^3 e^4 m_\Sigma^2 r_g 137^3 n^3 (1+\beta)^2}$$

Заметим, что при умножении на величину $\exp[\pm i(\varphi-\varphi_0)/2]$, соответствующую спину тела, в решении с помощью стационарной фазы к фазе прибавится или уменьшится величина фазы $1/2$. Т.е. к величине квантового числа $n_r + l$, прибавится или вычитается величина спина, равного $1/2$. Но при большом значении главного квантового числа, это мало существенно.

3. Описание движения твердого тела

Движение твердого тела имеет постоянный импульс и складывается в импульсы отдельных частиц. Их импульс равен $m_0 V_l$, где V_l скорость твердого тела. Но эта скорость много меньше скоростей отдельных частиц. Поэтому возникнет точка стационарной фазы, и дискретное смещение координаты каждой точки, пропорциональное скорости $\frac{dx_l}{d\varphi}$. Это дискретное смещение координаты преобразится в смещение всего тела. В случае большой скорости тела, частицы станут квазиклассическими, точки стационарной фазы не будет и их комплексное смещение малое. Т.е. имеется предел скорости. В случае добавки малой скорости поступательного движения тела и импульсу и скорости будут добавлены члены, т.е. координата будет равна

$$\begin{gathered} Y^{lk}(\varphi) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dX^{lk}(\varphi) + d\Delta X^{lk}(\varphi)}{d\varphi} \times \\ \times \exp\{i\int_{\varphi_0}^{\varphi} [[K^{pq}(u) + \Delta K^{pq}(u)]\frac{d(X^{pq} + \Delta X^{pq})}{du} - n]du\} d\varphi \end{gathered} \quad .(3.1)$$

При этом в случае движения твердого тела с большим количеством частиц, получатся два основных интеграла и интегралы, имеющие малое значение. В самом деле, формула (3.1) состоит из двух формул (3.2). При равенстве нулю в (3.1) приращений получим первый член формулы (3.2), а при равенстве нулю внутренних функций тела, получим вторую формулу (3.2). Формулу (3.2) можно получить, разлагая (3.1) в ряд, и учитывая, что при усреднении останется только постоянные члены с приращением координат, остальные члены образуют нулевой вклад при усреднении

$$\begin{gathered}Y^{ik}(\varphi)=\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{dX^{ik}(\varphi)}{d\varphi}\exp\{i\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi}[K_{pq}(u)\frac{dX^{pq+}}{du}-n_r-l-1]du\}d\varphi+\\+\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\Delta X^{ik}(\varphi)}{d\varphi}\exp[i\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi}\Delta K_{pq}(u)\frac{d\Delta X^{pq+}}{4du}du]d\varphi\end{gathered}. \quad (3.2)$$

В силу малости фазы во втором интеграле, координата останется действительной и интеграл приведет к конечному значению смещения, обусловленному скоростью тела. Среднее от первого члена формулы (3.7) равно нулю.

При прямолинейном поступательном движении частицы с постоянной скоростью в свободном без наличия потенциала пространстве, фаза в интеграле линейно растет со временем. И интеграл равен

$$\begin{gathered}Y^{lk}(\varphi)=X^{lk}(\varphi_0)+\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{dX^{lk}(\varphi)}{d\varphi}\exp[i(\alpha-n_r-l-1)(\varphi-\varphi_0)]d\varphi=\\=X^{lk}(\varphi_0)+V^{lk}(t-t_0), X^{lk}(\varphi)-X^{lk}(\varphi_0)=V^{lk}(t-t_0)\\ \alpha=g_{ik}\frac{dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}\frac{\omega\Omega}{c^2}=1, \Omega=\omega=\frac{c^3}{137\gamma m}, \varphi=\omega\cdot t\sqrt{1-V^2/c^2}\end{gathered}.$$

Т.е. фаза равна нулю с главным квантовым числом, равным единице и частица движется с постоянной скоростью. Т.е. поступательное движение тела описывается с помощью этого интеграла, причем траектория не комплексная. В случае действия потенциала, наблюдается вращательное движение тела, которое описывается комплексными координатами. Т.е. можно сказать, что изменяющие направление движения частицы, входящие в состав тела, делают пространство тела, где находятся частицы комплексным, причем комплексность пространства связана с изменением скорости. А изменение скорости связано с наличием потенциала. Т.е.

наличие двигающейся частицы в потенциальном поле делает пространство комплексным. При этом метрический интервал, вычисленный для комплексного пространства, остается действительным при любом изменении поля в силу того, что будет иметься два комплексно-сопряженных множителя. Если тело неподвижно или двигается с постоянной по величине и направлению скоростью, то оно не изменяет свойство пространства-времени и является комплексным, колеблясь с частотой остаточного поля.

Комплексные координаты связаны с колебанием частиц в одномерном случае, в многомерном случае связаны с вращением центра тяжести частиц. Именно эти колебания описывает интеграл (1.1).

4. Решение проблемы релятивистского описания многих тел с помощью парных траекторий

Проблема описания движения N частиц, взаимодействующих с помощью произвольного поля, не решена. Задача решается с помощью численных методов, которые при длительном счете приводят к ошибкам решения. Предлагается формула на основе парного взаимодействия, описывающая траектории всех взаимодействующих тел при релятивистских скоростях движения.

Дифференциальные уравнения движения N тел интегрируются приближенно либо с помощью рядов (аналитические методы), или численным интегрированием (численные методы) см. [3]. Но оба эти метода являются приближенными и при больших временах дают большую ошибку. В книге [4], реализуется расчет задачи трех тел, одно из которых имеет небольшую массу. Исследуется задача устойчивости этой системы тел. Но это частный случай решении задачи движения N тел. В книге [5], описаны применения известных методов для расчета траекторий трех небесных тел, одно из которых имеет малую массу.

Решение задачи N тел является актуальной проблемой небесной механики и для точного расчета движения космических искусственных тел является не заменимой. Предлагаемая теория позволяет точно рассчитывать траекторию космического аппарата, что на сегодняшний день является актуальнейшей проблемой космонавтики.

Рассмотрим вспомогательную задачу взаимодействия пар тел с особой приведенной массой. Тогда относительное взаимодействие и движение каждой пары можно определить. При этом необходимо приведенную массу считать особым образом по формуле $\frac{m_n m_k}{\sum_{l=1}^{N} m_l}$. Но как восстановить траекторию каждого тела? Для этого запишем силу, действующую на одно тело

$$\frac{d\mathbf{u}^k}{ds} = -\sum_{n=1,n\neq k}^{N} \frac{\Phi_{kn}(\mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n, \mathbf{u}^k - \mathbf{u}^n)}{m_k}. \tag{4.1}$$

Решим вспомогательную задачу о парном взаимодействии тел с приведенной инертной массой $m_n m_k / \sum_{l=1}^{N} m_l$, в произвольном поле с относительной силой $\mathbf{\Gamma}_{kn} = \mathbf{\Phi}_{kn}(\mathbf{R}^{kn}, \mathbf{V}^{kn})$ с зависимостью от относительного четырехмерной координаты $\mathbf{R}^{kn}$ между k и n телом и относительной четырехмерной скорости $\mathbf{V}^{kn}$ (в случае ОТО эта сила равна $\mathbf{\Gamma}^n(\mathbf{r},\mathbf{u}) = -\mathbf{\Gamma}^n_{pq}\mathbf{u}^p\mathbf{u}^q$, где индексы пробегают значения $0,...,3$)

$$\frac{m_n}{\sum_{l=1}^{N} m_k} \frac{d\mathbf{V}^{kn}}{ds} = -\frac{\mathbf{\Phi}_{kn}(\mathbf{R}^{kn}, \mathbf{u}^{kn})}{m_k}. \tag{4.2}$$

Где величины $\mathbf{u}^k, \mathbf{V}^{kn}$ четырехмерные скорости и относительной скорости. Разделим эту формулу на m_k и просуммируем эту формулу по индексу n, исключая из суммы член с нулевым знаменателем и добавив член $\mathbf{R}^{kk} = 0$, получим формулу

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{V}^{kn}}{ds}=\frac{d\mathbf{u}_0^k}{ds}=-\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{\mathbf{\Phi}_{kn}(\mathbf{R}^{kn},\mathbf{V}^{kn})}{m_k} \qquad (4.3)$$

Где величина $\mathbf{u}_0^k$ определяется из равенства $\mathbf{u}_0^k=\frac{\sum_{n=1}^{N}m_n\mathbf{V}^{kn}}{\sum_{n=1}^{N}m_n}$.

Вычтем из уравнения (4.1) уравнение (4.3), получим

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{V}^{kn}}{ds}-\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}=\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{\mathbf{\Phi}_{kn}(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n,\mathbf{u}^k-\mathbf{u}^n)}{m_k}-\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{\mathbf{\Phi}_{kn}(\mathbf{R}^{kn},\mathbf{V}^{kn})}{m_k}. \qquad (4.4)$$

Запишем уравнение с индексом p

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{V}^{pn}}{ds}-\frac{d\mathbf{u}^p}{ds}=\sum_{n=1,n\neq p}^{N}\frac{\mathbf{\Phi}_{pn}(\mathbf{r}^p-\mathbf{r}^n,\mathbf{u}^p-\mathbf{u}^n)}{m_p}-\sum_{n=1,n\neq p}^{N}\frac{\mathbf{\Phi}_{pn}(\mathbf{R}^{pn},\mathbf{V}^{pn})}{m_p} \qquad (4.5)$$

Вычтем из уравнения (4.4) уравнение (4.5), получим уравнение

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{V}^{kn}}{ds}-\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}-\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{V}^{pn}}{ds}+\frac{d\mathbf{u}^p}{ds}=$$

$$=\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{\Phi_{kn}(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n,\mathbf{u}^k-\mathbf{u}^n)}{m_k}-\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{\Phi_{kn}(\mathbf{R}^{kn},\mathbf{V}^{kn})}{m_k}- \qquad (4.6)$$

$$-\sum_{n=1,n\neq p}^{N}\frac{\Phi_{pn}(\mathbf{r}^p-\mathbf{r}^n,\mathbf{u}^p-\mathbf{u}^n)}{m_p}+\sum_{n=1,n\neq p}^{N}\frac{\Phi_{pn}(\mathbf{R}^{pn},\mathbf{V}^{pn})}{m_p}$$

Подстановка величины $\mathbf{R}^{kn}$ равной $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n,\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}=\frac{d\mathbf{r}^k}{ds}-\frac{d\mathbf{r}^n}{ds}$ обращает это уравнение в тождество. Равенство правой части этой формулы нулю очевидно. Докажем равенство нулю левой части. Она равна

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d(\mathbf{u}^k-\mathbf{u}^n)}{ds}-\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}-\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d(\mathbf{u}^p-\mathbf{u}^n)}{ds}+\frac{d\mathbf{u}^p}{ds}=$$
$$=\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}-\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}-\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{u}^p}{ds}+\frac{d\mathbf{u}^p}{ds}= \quad .$$
$$=\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}-\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}-\frac{d\mathbf{u}^p}{ds}+\frac{d\mathbf{u}^p}{ds}=0$$

Т.е. получено частное решение системы уравнений (4.6). В результате использования этого частного решения получим частное решение системы уравнений движения. Но так как уравнение движения имеет единственное решение как единственное решение задачи Коши для системы обыкновенных уравнений движения по закону Ньютона, это частное решение является единственным решением уравнения движения.

При этом уравнение движения определится из равенства, которое следует из равенства (4.4), правая часть которого равна нулю, в соответствии с доказанным свойствам $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n$

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{V}^{kn}}{ds}=\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}.$$

При этом равенство по определению центра масс получилось релятивистки инвариантным. Проинтегрировав это равенство, получим уравнение движения каждого из N тел

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_0^k(s)&=\frac{d\mathbf{r}^k(0)}{ds}s+\mathbf{r}^k(0)+\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N}m_s}[\mathbf{R}^{kn}(s)-\frac{d\mathbf{R}^{kn}(0)}{ds}s-\mathbf{R}^{kn}(0)]=\\&=\frac{d\mathbf{r}^k(0)}{ds}s+\mathbf{r}^k(0)+\mathbf{R}_0^k(s)-\frac{d\mathbf{R}_0^k(0)}{ds}s-\mathbf{R}_0^k(0)\end{aligned} \quad . \qquad (4.8)$$

Т.е. движение каждого тела определяется движением центра инерции парной системы тел. Начальные условия определяются из условия

$\frac{d\mathbf{r}^k(0)}{ds}s+\mathbf{r}^k(0)=\frac{d\mathbf{R}_0^k(0)}{ds}s+\mathbf{R}_0^k(0)$. Вычисление плоскости траектории парного взаимодействия можно по начальным условиям для каждого тела. Для определения начальных условий для парного взаимодействия, имеем простую формулу $\mathbf{R}^{kn}(0)=\mathbf{r}^k(0)-\mathbf{r}^n(0)$, где величина $\mathbf{r}^k(0)$ это начальные условия для каждого тела. Аналогичные формулы и для скорости тел.

При этом построенное решение подставить в вычисленные траектории частиц $\mathbf{r}_0^k(s)-\mathbf{r}_0^n(s)$ и воспользоваться $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n$, то получим $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}_0^k(s)-\mathbf{r}_0^n(s)$, это равенство по метрическому интервалу, получим $\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}=\frac{d\mathbf{r}_0^k}{ds}-\frac{d\mathbf{r}_0^n}{ds}$. Приведем вывод формул для относительных радиус векторов

$$\mathbf{r}_0^k(s)-\mathbf{r}_0^n(s)=\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\mathbf{R}^{kp}(s)-\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\mathbf{R}^{np}(s)=$$
$$=\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^p)-\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}(\mathbf{r}^n-\mathbf{r}^p)=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n=\mathbf{R}^{kn}.$$

Т.е. относительное расстояние определяется разностью координат траекторий тел.

При описании движения нуклонов, находящихся в ядре атома и вращающихся электронов, необходимо задать силу притяжения нуклонов. Взаимодействием электронов между собой пренебрегаем, так как они отталкиваются друг от друга, т.е. образуют свободные частицы при большом времени жизни и это парное взаимодействие учитывать не надо. Нуклоны притягиваются, образуя центрально симметричное поле и их взаимодействие надо учитывать. При этом притягивающиеся силами сильного взаимодействия протоны, создадут потенциальный барьер, преодолеть который можно только при комплексной скорости.

Докажем, что полученная траектория движения удовлетворяет уравнению движения, для чего возьмем вторую производную от формулы (4.8), получим

$$\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}=\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N}m_s}\frac{d\mathbf{V}^{kn}}{ds}=-\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{\mathbf{\Phi}_{kn}(\mathbf{R}^{kn},\mathbf{V}^{kn})}{m_k}$$

Используя равенство $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n$, получим уравнение движения

$$\frac{d\mathbf{u}^k}{ds}=-\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{\mathbf{\Phi}_{kn}(\mathbf{R}^{kn},\mathbf{V}^{kn})}{m_k}=-\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{\mathbf{\Phi}_{kn}(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n,\mathbf{u}^k-\mathbf{u}^n)}{m_k}.$$

Т.е. доказано, что траектории отдельных тел, вычисленные с помощью парных траекторий, удовлетворяют уравнению движения. Кроме того, полученная формула для траектории отдельных взаимодействующих тел удовлетворяет начальным условиям и значит, задача N тел по определению траекторий взаимодействующих тел сводится к определению парных траекторий пары тел, которая может быть решена аналитически.

Задача о движении двух тел в центрально симметричном поле сводится к задаче об относительном движении тела. При этом необходимо определить только относительное движение двух тел.

При этом необходимо определять плоскость, в которой происходит движение пары тел. Т.е. необходимо задавать момент инерции системы пары тел в центрально симметричном поле и энергию тела по начальным условиям. Кроме того, решение содержит две константы соответствующие начальным условиям радиуса и угла траектории пары тел, итого решение зависит от 4 констант, причем движение в одной плоскости, т.е. начальные условия это две проекции скорости и две начальные координаты. Задача упрощается в случае поля тяготения Ньютона или силы притяжения Кулона, когда движение периодично и осуществляется либо по эллипсу, либо по гиперболе.

В самом деле, при движении по эллипсу координаты описывают траекторию (см. [6]), лежащую в одной плоскости

$$x_1 = a(\cos\xi - e)$$
$$x_2 = a\sqrt{1-e^2}\sin\xi \ .$$

где e эксцентриситет эллипса, который считается по формуле $e = \sqrt{1 + \dfrac{2EM^2}{m\alpha^2}}, U = -\dfrac{\alpha}{r}, m = m_1 m_2 / \sum_{s=1}^{N} m_s$, $a = \dfrac{\alpha}{2|E|}$ большая полуось. Где величина E это полная энергия тела и величина M это момент импульса тела. При этом угол ξ определяется из равенства

$$t = \sqrt{\frac{ma^3}{\alpha}}(\xi - e\sin\xi).$$

Или имеется зависимость радиуса орбиты от угла φ системы координат

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\varphi}, p = \frac{M^2}{m\alpha}$$

Вычисление плоскости траектории каждого тела можно произвести по начальным условиям.

Аналогичное описание будет и при движении по гиперболе, только формулы изменятся

$$t = \sqrt{\frac{ma^3}{\alpha}}(e\sinh\xi - \xi)$$
$$x = a(\cosh\xi + e)$$
$$y = a\sqrt{e^2 - 1}\sinh\xi$$

При этом зная уравнение траектории, можно определить условия столкновения двух тел, траектория каждого из которых задается уравнением

$$\mathbf{r}^k(s) = \frac{d\mathbf{r}^k(0)}{d\tau}s + \mathbf{r}^k(0) + \mathbf{R}_0^k(s) - \frac{d\mathbf{R}_0^k(0)}{d\tau}s - \mathbf{R}_0^k(0).$$

Так как направление начальных условий для данной задачи многих частиц можно выбрать из условия равенства нулю стационарной фазы, можно определить 1 относительных направлений скоростей двух тел, лежащих в одной плоскости, и 3 координаты точки столкновения. При этом имеется три условия совпадения координат, которые сводятся к двум независимым уравнениям, и двух условиях метода стационарной фазы в этой точке, итого 4 уравнения и 4 неизвестных.

Предлагаемая задача определения траектории N тел справедлива для любого центрально-симметричного взаимодействия парных тел, только парное движение будет определяться не по эллипсу, а по более сложной неявно заданной кривой в одной плоскости

Для определения парной траектории двух частиц сведем задачу к движению одной частицы в центрально симметричном поле потенциала ядра. Для этого воспользуемся уравнением Гамильтона-Якоби

$$g^{ik}\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^k} - m^2c^2 = 0.$$

В силу того, что движение происходит в одной плоскости $\theta = \pi/2$, запишем уравнение Гамильтона – Якоби

$$\frac{1}{g_{00}}\left(\frac{\partial S}{cdt}\right)^2 - g_{00}\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 - \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 - m^2c^2 = 0. \qquad (4.9)$$

Ищем величину S в виде

$$S = -E_0 t + M\varphi + S_r(r). \qquad (4.10)$$

С постоянной энергией E_0 и моментом импульса M. Подставим (4.10) в (4.9), получим

$$S_r(r) - S_r(r_{\min}) = \int\limits_{r_{\min}}^{r} \frac{1}{g_{00}}\left[\frac{E_0^2}{g_{00}^2c^2} - \left(m^2c^2 + \frac{M^2}{r^2}\right)/g_{00}\right]^{1/2} dr \qquad (4.11)$$

Зависимость радиуса от времени определяется из формулы $\dfrac{\partial S}{\partial E_0} = const$

$$t - t_{\min} = \int\limits_{r_{\min}}^{r} \frac{E_0}{g_{00}^3c^2}\left[\frac{E_0^2}{g_{00}^2c^2} - \left(m^2c^2 + \frac{M^2}{r^2}\right)/g_{00}\right]^{-1/2} dr.$$

Траектория определяется уравнением $\dfrac{\partial S}{\partial M} = const$

$$\varphi - \varphi_{\min} = \int\limits_{r_{\min}}^{r} \frac{M}{g_{00}^2r^2}\left[\frac{E_0^2}{g_{00}^2c^2} - \left(m^2c^2 + \frac{M^2}{r^2}\right)/g_{00}\right]^{-1/2} dr$$

При этом электроны, вращаясь в атоме, неизбежно через длительное время столкнутся с ядром согласно предлагаемой теории. При этом электрон взаимодействует с протоном, образует нейтрон и нейтрино $pe^- \to n\nu_e$, а нейтрон, взаимодействуя с нейтрино, распадается на протон и электрон $\nu_e n \to pe^-$, приходя к равновесию между этими двумя реакциями. Но надо сказать, что сечение взаимодействия этих двух реакций очень малое, нейтрино почти не взаимодействует с веществом, а совпадение траекторий электрона и центра взаимодействия очень редкое, как и столкновение частиц солнечной системы. Если две частицы при своем движении не могут пересечься, то уже для трех частиц, возможно, что электрон столкнется с ядром, что следует из проведенного решения уравнения движения.

5. Определение собственной энергии и момента импульса в задаче о движении N масс

Получается, что относительная траектория движения двух тел определяется двумя параметрами - энергией и моментом импульса. Попытаемся решить задачу о значении энергии и момента импульса частиц, из которых состоит галактика, для чего определяем траектории N тел по предлагаемому алгоритму, причем каждое тело имеет определенную массу, отличную от массы других тел. так как макротела состоят из одинаковых частиц, количество переменных сокращается. Составляем многозначную функцию, описывающую траектории N тел.

Вспомогательная интерполяционная формула имеет вид

$$P_{\alpha\beta}(y_1, y_2, y_3) =$$

$$= \frac{(\eta_{\alpha\beta} - v^{12})....[\eta_{\alpha\beta} - v^{(\alpha-1)\beta}][\eta_{\alpha\beta} - v^{(\alpha+1)\beta}]...[\eta_{\alpha\beta} - v^{(N-1)N}]}{(v^{\alpha\beta} - v^{12})....[v^{\alpha\beta} - v^{(\alpha-1)\beta}][v^{\alpha\beta} - v^{(\alpha+1)\beta}]...[v^{\alpha\beta} - v^{(N-1)N}]}. \quad (5.1)$$

$$v^{pq}, p \neq q$$

Величина $\eta_{\alpha\beta}$ равняется отношению массы тела к его радиус вектору с вычитанием траектории тел, т.е. величине

$$\eta_{\alpha\beta}=\frac{\sqrt{m_\alpha m_\beta\gamma}}{\sqrt{\sum_{l=1}^{3}[(y_l-y_l^\alpha)^2+(y_l-y_l^\beta)^2]}}$$, где $y_l^\alpha, l=1,..,3$ траектория α частицы.

При этом имеем соотношение $v^{\alpha\beta}=\frac{\sqrt{m_\alpha m_\beta\gamma}}{\sqrt{\sum_{l=1}^{3}(y_l^\alpha-y_l^\beta)^2}}$. Дело в том, что влияние частиц массой $m_\alpha m_\beta$ и находящейся на расстоянии $\sqrt{\sum_{l=1}^{3}(y_l^\alpha-y_l^\beta)^2}$ пропорционально величине $v^{\alpha\beta}$. Поэтому отдаленные частицы с малой массой не будут влиять на процессы, происходящие с частицами большой массы. При этом в случае $y_l=y_l^k$, имеем соотношение

$$P_{\alpha\beta}(y_1^k,y_2^k,y_3^k)=\delta_{\alpha k}\sum_{s=1,s\neq k}^{N}\delta_{\beta s}+\delta_{\beta k}\sum_{s=1,s\neq k}^{N}\delta_{\alpha s}=\delta_{\alpha k}(1-\delta_{\beta k})+\delta_{\beta k}(1-\delta_{\alpha k}),\alpha\neq\beta$$

При этом обобщенная относительная координата имеет вид

$$\begin{aligned}
x_l &= \sum_{k,n=1}^{N} y_l^k\frac{1}{N-1}P_{kn}(y_1,y_2,y_3)+\\
&+\sum_{k,n=1}^{N} y_l^n\frac{1}{N-1}P_{kn}(y_1,y_2,y_3)\\
z_{ls} &= \sum_{k,n=1}^{N} y_l^k\frac{1}{N-1}P_{kn}(y_1,y_2,y_3)+\\
&+\sum_{k,n=1}^{N} y_l^n\frac{1}{N-1}P_{kn}(y_1,y_2,y_3)-y_l^s
\end{aligned}\quad. \qquad (5.2)$$

Данные суммы берутся при условии $k\neq n$. При этом при подстановке $y_l=y_l^m$ в первую формулу, получим $x_l=y_l^m$, т.е. значение траектории m тела. В самом деле, при подстановке $y_l=y_l^m$ в правую часть (5.2) для получения отличной от нуля величины один из индексов k или n равен величине m, другой индекс при этом принимает $N-1$ значение. При этом значение y_l^m

принимается $N-1$ раз. При подстановке во вторую формулу получим относительное расстояние между телами $y_l^m - y_l^s$.

Подставим найденную обобщенную координату по первой формуле (4.2) $x^i = x^i(s, E_1,..,E_N, M_1,...,M_N)$ в фазу интеграла квантовой задачи. При этом в силу комплексного значения центра масс, происходит колебания центра масс Земли с этой амплитудой, при неподвижной границе планет. Т.е. получим равенство

$$\Phi = g_{ik}\frac{dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi}\frac{\omega\Omega}{c^2} - n_r - l - 1 \pm i \ln g_{ik}\frac{k^2 dx^i}{d\varphi}\frac{dx^k}{d\varphi},$$

$$\Phi = 0, \omega = \frac{2\pi c^3}{\gamma m}, \Omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Это приводит к разогреву центра Земли.

Подсчитаем энергию и момент импульса обобщенной координаты $x_l, l = 1,...,3$.

Полагая координат $y_l, l = 1,...,3$, равной решению $y_l = y_l^{\alpha}(s, E_1,..., E_N, M_1,..., M_N)$ получим значение энергии и момента импульса α состояния. Итого получим $2N$ уравнений. Совместно с уравнением стационарной фазы получаем $2N + 1$ алгебраических уравнений по определению $2N + 1$ параметра траектории, включая точку стационарной фазы.

Литература

1. *Якубовский Е. Г.* Модель комплексного пространства и распознавание образов. На стыке наук. Физико-химическая серия. Т.2, Казань, - 2014, стр. 186-187.
http://istina.msu.ru/media/publications/article/211/bd0/6068343/raspoznavobrazovwithouteqution.pdf