Ошибка в описании электромагнитного поля, удерживающего плазму при термоядерных реакциях

Е.Г. Якубовский

НМСУГ e-mail yakubovski@rambler.ru

Введение

Данная статья посвящена описанию электромагнитного поля и гравитационного поля при большой нелинейности электромагнитного поля.

Обобщение понятия поля при больших значениях нелинейности получено с помощью уравнения ОТО. Для введения зарядов в уравнение ОТО, его правая часть умножена на множитель, содержащий заряд и массу, причем при малом заряде, или большой массе этот множитель равен единице. При этом для единообразного описания зарядов одного знака и масс, введено понятие мнимого заряда. При этом при малых поправках к метрическому тензору Минковского уравнение ОТО сводится к волновому уравнению. Причем правая часть волнового уравнения относительно вектор потенциалов пропорциональна величине $ie + m\sqrt{\gamma}$, где величина γ это гравитационная постоянная. При этом описана зависимость метрический интервал от малого потенциала поля, т.е. получены значения метрического тензора в зависимости от малой электрической энергии по сравнению с энергией покоя частицы. Вычислена линейная часть силы, действующая на массы и заряды, причем оказалась она совпадает с силой Лоренца. Получены поправки к силе, действующей на массы и заряды во втором порядке малости.

Электромагнитное поле при больших энергиях

1.1 Введение множителя в уравнение общей теории относительности, позволяющего описывать электромагнитное поле

Основные попытки обобщения уравнений Максвелла связаны с развитием методов вычисления собственной энергии электрона. Т.е. с необходимостью такого обобщения, чтобы формула для энергии электрона не стремилась к бесконечности, при радиусе, относительно центра электрона, стремящемся к нулю. Причем при больших расстояниях от излучателя, оно должна приводить к уравнениям классической электродинамики.

Существует распространенная ошибка, что классическое электромагнитное поле не применяется при условии (1.1.1). На самом деле это граница, когда начинается квантовое описание частицы.

$$\hbar\omega_H = \frac{\hbar eH}{m_e c} = \frac{137 e^3 H}{m_e c^2} < 2 m_e c^2. \qquad (1.1.1)$$

Существуют границы нелинейного электромагнитного описания тел. Они получаются из формулы (1.1.8) $|\frac{(ie + m\sqrt{\gamma})A_\alpha}{mc^2}| < 1$. Применяя эту формулу нелинейного эффекта к квантовому состоянию электрона, получим порядок величины формулы (1.1.1) $|\frac{(ie + m\sqrt{\gamma})r_e H}{mc^2}| = \frac{e^3 H}{m_e^2 c^4} < 1, r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$.

Условие нелинейности электромагнитного поля эквивалентно

$$\frac{eA}{m_e c^2} = \frac{E_{e.m.}}{m_e c^2} >> 1, E_{e.m.} = eA$$

Характерная энергия электромагнитного поля при удержании плазмы с помощью электромагнитного поля равна $20 - 100 keV$, при величине энергии электрона $0.5 MeV$.

Получается, что малый параметр ОТО при удержании плазмы равен $\frac{E_{e.m.}}{m_e c^2} = 0.04 \div 0.2$. Для удержания плазмы значение этого коэффициента имеет значение $0.04 \div 0.2$, т.е. классическая электродинамика выполняется с точностью $4 \div 20\%$.

Уравнение общей теории относительности имеет вид (см.[1])

$$R_i^k = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(T_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k T), \qquad (1.1.1)$$

где R_i^k получен из тензора Риччи, обозначаемого R_{ik} – свернутого тензора кривизны пространства, T_i^k тензор энергии-импульса единицы объема тела, величина γ это гравитационная постоянная, c скорость света.

Но уравнение общей теории относительности не содержит зарядов частиц, и, следовательно, не описывают электромагнитные взаимодействия. Необходим множитель в правой части уравнения общей теории относительности, позволяющий ввести в уравнение электромагнитные заряды и стремящийся к единице, при нулевом заряде или при большой массе.

Гравитационную массу покоя представим, как $\sqrt{\gamma}m$ и введем дополнительный множитель в правую часть уравнения ОТО

$$[1+ie/(m\sqrt{\gamma})][1-ie/(m\sqrt{\gamma})]=1+e^2/(m^2\gamma), \qquad (1.1.2)$$

учитывающий электромагнитный заряд частиц разного знака

$$R_i^k=\frac{8\pi\gamma}{c^4}(1+\frac{e^2}{\gamma m^2})(T_i^k-\frac{1}{2}\delta_i^k T). \qquad (1.1.3)$$

При этом множитель $1+e^2/m^2\gamma$ соответствует определенной точке пространства, в которой записана правая часть уравнения. При величине массы, удовлетворяющей условию $m\to\infty$, получим стандартное детерминированное уравнение общей теории относительности. Причем гравитационный радиус $r_g=2\gamma m/c^2+2e^2/(mc^2)$ для малых частиц имеет размер, соответствующий размерам квантовой механики. Это необходимо при использовании метрического тензора в микромире, чтобы он имел характерный размер, соответствующий размерам элементарных частиц. Процесс излучения электромагнитной энергии связан с имеющим малые размеры электроном.

Построим, метрический тензор общей теории относительности по функции Лагранжа в случае электромагнитного и гравитационного поля. При этом меняется идеология уравнения ОТО. Если уравнения ОТО определяют гравитационное поле и движение среды, то в данном случае рассматривается только значение 10 компонент метрического тензора g_{ik}, при 10 независимых уравнений ОТО, причем на метрические тензоры наложены четыре условия. При этом независимым образом определяется движение макротел, описываемых с помощью равенства нулю ковариантной производной от четырехмерной скорости частиц. При этом для слабого электромагнитного поля для макро частиц определится сила Лоренца, а при сильном электромагнитном поле надо использовать его описание с помощью модифицированной ОТО.

Функция Лагранжа частицы в электромагнитном и гравитационном поле при малых поправках к тензору метрики Галилея, равна

$$L = -mc^2\sqrt{1 - V^2/c^2} - eA_i V^i / c - mU\,, \qquad (1.1.4)$$

где четырехмерная скорость при малой скорости движения тела равна $V^i / c = (1, V^\alpha / c), \alpha = 1,...,3; i = 0,...,3$. Вводя вместо заряда e комплексный заряд $ie + m\sqrt{\gamma}$, где гравитационный потенциал U входит в потенциал A_0.

Имеем соотношение

$$S = -mc\int ds = \int Ldt\,, \qquad (1.1.5)$$

Причем справедлива формула

$$ds = [\sqrt{1 - V^2/c^2} + (ie + m\sqrt{\gamma})A_i V^i / (mc^3)]cdt\,. \quad (1.1.6)$$

Мнимый электрический заряд является естественным обобщением формулы (1.1.2), так как его использование в сочетании с формулой (1.1.2), приводит к волновому уравнению с мнимым зарядом в правой части, которое следует из уравнения общей теории относительности.

Комплексно сопряженное значение мнимого заряда входит в формулу для функции Лагранжа. Введение мнимого заряда позволяет единым образом описать отталкивание зарядов одного знака и притяжение гравитационных масс. Кроме того, заряды и массы подчиняются одинаковым волновым уравнениям. Значение элементарного заряда e гораздо больше массы элементарных частиц $m\sqrt{\gamma}$, и, поэтому, элементарные частицы излучают только электромагнитную энергию, а излученная гравитационная энергия пренебрежимо мала. Поэтому считается, что в волновом уравнении временной член для уравнения относительно гравитационного поля равен нулю.

При этом метрический тензор в микромире при сильном электромагнитном поле является изрезанным, что придает новый физический смысл геометрической структуре микромира. Геометрический смысл имеет метрический тензор, построенный с помощью этой формулы.

При этом метрический интервал равен

$$ds^2 = [\sqrt{1 - V^2/c^2} + \frac{Q_\alpha V^\alpha}{mc^3}][\sqrt{1 - V^2/c^2} + \frac{Q^*_\beta V^\beta}{mc^3}]c^2 dt^2 =$$
$$= [1 - \frac{V^2}{2c^2} + \frac{Q_\alpha V^\alpha}{mc^3}][1 - \frac{V^2}{2c^2} + \frac{Q^*_\beta V^\beta}{mc^3}]c^2 dt^2 \quad .(1.1.7)$$

Где метрический тензор определен с точностью второго порядка малости. Величина Q_α определяется по формуле $Q_\alpha = (ie + m\sqrt{\gamma})A_\alpha$, причем имеем $Q_0 = (ie + m\sqrt{\gamma})A_0$, где в последней формуле используется гравитационный и электрический потенциал.

Откуда получаем для значения метрического тензора

$$g_{00} = 1 + M_{00} = 1 - V^2/c^2 + \frac{2Q_0}{mc^2} + \frac{Q_0}{mc^2}\frac{Q_0^*}{mc^2}$$
$$g_{\alpha 0} = g^*_{0\alpha} = M_{\alpha 0} = \frac{Q_\alpha}{mc^2} \quad (1.1.8)$$

$$g_{\alpha\beta} = M_{\alpha\beta} = \frac{Q_\alpha}{mc^2}\frac{Q^*_\beta}{mc^2}, \alpha \neq \beta$$
$$g_{\alpha\alpha} = 1 + M_{\alpha\alpha} = 1 + \frac{\sum_{\gamma=0}^{3} \operatorname{Re} Q_\gamma V^\gamma}{mc^3} + \frac{Q_\alpha}{mc^2}\frac{Q^*_\alpha}{mc^2} \quad (1.1.9)$$

Поправка к тензору пространства Галилея имеет второй порядок малости у пространственной части метрического тензора. При этом для вспомогательного тензора энергии-импульса для материальных тел имеем $P_{ik} = \mu c^2 u_i u_k \frac{ds}{cdt}$, μ

плотность массы тела. Выберем плотность тела в собственной системе координат, тогда имеем $P_{ik}=\mu_o c^2 u_i u_k$, где μ_o плотность тела в собственной системе координат.

откуда $T_{00}=\mu_o c^2 u_0 u_0$, $T_{0\alpha}=P_{0\alpha}/2=\dfrac{\mu_o c^2 u_\alpha u_0}{2}$. Деление на 2 величины $P_{0\alpha}$ основано на равенстве $P_{ik}=T_{ik}+T_{ki}, i\neq k$. При этом необходимо ввести тензор заряда, по аналогии с тензором энергии-импульса массы $P_{ik}=\rho_o c^2 u_i u_k$, где величина ρ_o определяет плотность зарядов в собственной системе координат. Тогда имеем из уравнения общей теории относительности (1.1.1)

$$
\begin{aligned}
R_{00} &= \frac{8\pi\gamma}{c^4}\left(1+\frac{e^2}{\gamma m^2}\right)(T_{00}-T/2)\\
R_{0\alpha} &= \frac{8\pi\gamma}{c^4}\left(1+\frac{e^2}{\gamma m^2}\right)T_{0\alpha}
\end{aligned}
\quad , \qquad (1.1.10)
$$

$$
R_{\alpha\beta}=\frac{8\pi\gamma}{c^4}\left(1+\frac{e^2}{\gamma m^2}\right)(T_{\alpha\beta}-g_{\alpha\beta}T/2) \qquad (1.1.11)
$$

При этом использовано $g_{00}T=g_{00}\mu_o c^2 u_i u^i=g_{00}\mu_o c^2, T_{00}=\mu_o c^2 (u_0)^2$. Подставляя значение тензора энергии импульса, получим

$$
\begin{aligned}
R_{00} &= 8\pi(e^2+\gamma m^2)[(u_0)^2-g_{00}^{(0)}/2]\delta(\vec r-\vec r_0)/(mc^2)\\
R_{\alpha 0} &= 4\pi(e^2+\gamma m^2)u_\alpha u_0\delta(\vec r-\vec r_0)/(mc^2)\\
R_{\alpha\beta} &= 4\pi(e^2+\gamma m^2)(u_\alpha u_\beta-g_{\alpha\beta}^{(0)}/2)\delta(\vec r-\vec r_0)/(mc^2)
\end{aligned}
\quad . \qquad (1.1.12)
$$

При малой поправки к тензору Галилея, имеем следующее уравнение по определению этой поправки и так как выполняется

$$
R_{ik}=\frac{1}{2}\left[\Delta-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]h_{ik}, \qquad (1.1.13)
$$

где h_{ik} малая поправка к тензору метрического пространства Галилея, получим $R_{00}=(\Delta B_0-1/c^2\partial^2 B_0/\partial t^2)/2$. Имеем уравнение для тензора

$R_{\alpha 0}=2(\Delta B_\alpha-1/c^2\partial^2 B_\alpha/\partial t^2)/2$, $R_{\alpha\beta}=2(\Delta M_{\alpha\beta}-1/c^2\partial^2 M_{\alpha\beta}/\partial t^2)/2$. Двойка появилась, так как имеется две компоненты $(g_{\beta\alpha}+g_{\alpha\beta})dx^\alpha dx^\beta$ в метрическом интервале ds^2. Для чисто пространственного индекса в правую часть волнового уравнения войдут члены с производной от метрического тензора, которые являются величинами второго порядка малости.

Т.е. имеем волновые уравнения

$$[\Delta_a M_{\alpha\beta}-\frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial {x^0}^2}]=2\pi(u_\alpha u_\beta-g_{\alpha\beta}^{(0)}/2)\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g]$$

$$[\Delta_a M_{\alpha 0}-\frac{\partial^2 M_{\alpha 0}}{\partial {x^0}^2}]=2\pi u_\alpha u_0\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g]=$$
$$=2\pi u_\alpha[1-O(V^2/c^2)]\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g] \qquad .(1.1.14)$$

$$[\Delta_a M_0-\frac{\partial^2 M_0}{\partial {x^0}^2}]=8\pi[(u_0)^2-1/2]\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g]=$$
$$=4\pi[1-O(V^2/c^2)]\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g]$$

Где дельта функция берется в собственной системе координат. Второе и третье уравнение эквивалентны уравнениям Максвелла при малых скоростях движения зарядов.

Где величина $r_g=\frac{2\gamma m}{c^2}+\frac{2e^2}{mc^2}$. Получим волновое уравнение с поправками второго порядка относительно безразмерной величины первого порядка $P_s=M_{s0}=\frac{Q_s}{mc^2}, P_0=M_{00}=\frac{2Q_0}{mc^2}+\frac{Q_0}{mc^2}\frac{Q_0^*}{mc^2}$ и безразмерной величины второго порядка $M_{\alpha\beta}$. Запишем уравнение ОТО с точностью до третьего порядка малости

$$\Delta_a M_{sm}-\frac{\partial^2 M_{sm}}{\partial {x^0}^2}+\lambda_{sm}^{\delta\mu l}\frac{\partial M_{\delta\mu}}{\partial x^l}+\gamma_{sm}^{ikl}M_{i0}\frac{\partial M_{k0}}{\partial x^l}+\delta_{sm}^{iknl}\frac{\partial M_{i0}}{\partial x^n}\frac{\partial M_{k0}}{\partial x^l}= \qquad .(1.1.15)$$
$$=4\pi(T_{sm}-g_{sm}T/2)$$

При этом при больших энергиях не будет выполняться условие $M_{\alpha\beta} = P_\alpha P_\beta$, а это будет независимая величина (уравнение выведено при малых поправках к метрическому тензору пространства Галилея).

При этом векторный потенциал удовлетворяет уравнению

$$\Delta \mathrm{A}_k - \frac{\partial^2 \mathrm{A}_k}{c^2 \partial t^2} = 4\pi(-ie + m\sqrt{\gamma})u_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad (1.1.16)$$

Наряду с электромагнитным «гравитационным радиусом» $2e^2 / mc^2$, связанным с наличием зарядов в правой части уравнения ОТО, и относящимся к электромагнитному полю, необходимо учитывать и член в уравнении ОТО связанный с гравитационным полем, которое связанно с наличием электромагнитного тензора энергии-импульса. Определится метрический тензор, временная компонента которого равна

$$g_{00} = 1 - \frac{2\gamma m}{rc^2} + \frac{\gamma e^2}{r^2 c^4}. \quad (1.1.20)$$

Эта метрика называется метрикой Райсснера-Нордстрема. Но поправка к метрическому тензору в этом решении мала, по сравнению с учитываемой поправкой за счет введения зарядов в правую часть уравнения ОТО.

При этом можно записывать массу и заряд частицы в виде безразмерной формулы

$$(m\sqrt{\gamma} \pm iNe) / m_{Pl}\sqrt{\gamma} = \sqrt{1 + \frac{N^2 e^2}{m^2 \gamma}} m / m_{Pl} \exp(\pm i\varphi) =$$
$$= \sqrt{1 + \frac{N^2 e^2}{m^2 \gamma}} \exp(\ln m / m_{Pl} \pm i\varphi), \pm \tan\varphi = Ne / (m\sqrt{\gamma}) >> 1,$$

причем действительная часть и мнимая часть фазы соизмеримы по значению величины. Величина m_{Pl} это масса Планка.

1.2. Получение из уравнения движения силу Лоренца

При этом дополнительное уравнение движения материального тела следует из уравнений

$$\frac{d^2x^i}{ds^2}+\Gamma^i_{lk}\frac{dx^l}{ds}\frac{dx^k}{ds}=0, \qquad (1.2.1)$$

где сила Лоренца входит в формулу для символа Кристоффеля Γ^i_{lk} в уравнении (1.2.1) при малой скорости движения. При этом, так как эта сила получена с помощью метрического тензора, она описывает не только силу Лоренца, но и радиационные поправки, такие как сила торможения излучением. Дело в том, что эти радиационные поправки обусловлены «действием на себя», что учитывается при использовании применения общей теории относительности к описанию гравитационного поля.

Докажем, что в нерелятивистском случае формула (1.2.1) определяет силу, являющуюся электромагнитной и гравитационной. Т.е. силу, определяемую напряженностью магнитного и электрического поля, плюс сила гравитационного потенциала. Действительный символ Кристоффеля симметричен по индексам k,l в формуле $\Gamma_{i,kl}$, значит комплексный символ Кристоффеля эрмитов по этим индексам

$$\Gamma_{i,kl}=\Gamma^*_{i,lk}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l}+\frac{\partial g_{li}}{\partial x^k}-\frac{\partial \overset{*}{g}_{kl}}{\partial x^i}\right), \qquad (1.2.2)$$

Докажем эту формулу

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l}=\Gamma_{k,il}+\Gamma_{i,kl},\frac{\partial g_{li}}{\partial x^k}=\Gamma_{i,kl}+\Gamma_{l,ik},-\frac{\partial \overset{*}{g}_{kl}}{\partial x^i}=-\Gamma^*_{l,ki}-\Gamma^*_{k,li}=-\Gamma_{l,ik}-\Gamma_{k,il}$$

Складывая эти равенства, получим (1.2.2).

При значении метрического тензора близком к метрическому тензору пространства Галилея, получим

$$-F_{il}/mc^2=\Gamma_{i,0k}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Gamma_{i,k0}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Gamma_{i,00}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds}, i=1,\dots,3, \qquad (1.2.3)$$

где для величины $\Gamma_{i,0k},\Gamma_{i,k0}$ получим следующее выражение

$$\Gamma_{i,0k} = \frac{1}{2}\frac{ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}\frac{\partial A_i}{\partial x^k} - \frac{1}{2}\frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}\frac{\partial A_k^*}{\partial x^i}, k \neq 0$$
$$\Gamma_{i,k0} = \Gamma_{i,0k}^* = \frac{1}{2}\frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}\frac{\partial A_i^*}{\partial x^k} - \frac{1}{2}\frac{ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}\frac{\partial A_k}{\partial x^i}, k \neq 0 \qquad (1.2.4)$$

$$\Gamma_{i,00} = (\frac{\partial g_{i0}}{\partial x^0} + \frac{\partial g_{0i}}{\partial x^0} - \frac{\partial g_{00}^*}{\partial x^i})/2, i \neq 0$$

где величина A_l является четырехмерным электродинамическим потенциалом. Получаем силу Лоренца, равную

$$-F_{il}/mc^2 = [\frac{ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}\frac{\partial A_i}{\partial x^k} - \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}\frac{\partial A_k^*}{\partial x^i} + \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}\frac{\partial A_i^*}{\partial x^k} - \frac{ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}\frac{\partial A_k}{\partial x^i}]\times$$
$$\times\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}/2 + (\frac{\partial g_{i0}}{\partial x^0} + \frac{\partial g_{0i}}{\partial x^0} - \frac{\partial g_{00}}{\partial x^i})/2\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds} = [\frac{ie}{c^2 m}(\frac{\partial \operatorname{Im} A_i}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^i}) +$$
$$+\frac{m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}(\frac{\partial \operatorname{Re} A_i}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^i})]\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds} +$$
$$+\frac{ie + m\sqrt{\gamma}}{c^2 m}(\frac{\partial A_i}{\partial x^0} - \frac{\partial A_0^*}{\partial x^i})\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds}, i = 1,...,3, \qquad (1.2.5)$$

т.е. никакого дополнительного члена в уравнение движения (1.2.3), учитывающего влияния электромагнитного поля, вводить не надо. Кроме того, описывается и гравитационная сила, входящая в потенциал A_0. Сила F_{iq} мала $F_{iq} = m\sqrt{\gamma}(\frac{\partial \operatorname{Re} A_i}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^i})]\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}$ и ей можно пренебречь для описания удержания плазмы.

При этом вычислено линейное приближение F_{il} к действующей силе, можно учесть квадратичный по полю член, который содержится в выписанных формулах

$$-(F_i - F_{il})/mc^2 = \Gamma_{i,kn}\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^n}{ds} = \frac{\partial M_{ki}}{\partial x^0}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds} +$$
$$+\frac{1}{2}(\frac{\partial M_{ik}}{\partial x^n} + \frac{\partial M_{ni}}{\partial x^k} - \frac{\partial M_{kn}}{\partial x^i})\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^n}{ds}, i = 1,,...,3$$

Заключение

Получены поправки электромагнитного поля за счет его нелинейности. Они оказались велики при учете удержания плазмы в термоядерных реакциях. Это говорит о не правильности уравнений, описывающих удержание плазмы.

Список литературы

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.