Работа с четырехмерной скоростью

Салосин Е.Г.

e-mail salosinevgeniy@rambler.ru

Я открыл замену трехмерной скорости на четырехмерную скорость в инвариантном преобразовании координат см. [1], [2]. Причем преобразование глобальных координат можно реализовать с переменной скоростью. Нужно описать закон движения Ньютона с учетом фазовой скорости звука и света. Он имеет особенности, которые надо описать.

Запишем преобразование координат относительно двигающейся с произвольной скоростью системы отсчета

$$R'_k - R'_{k0} - \int_0^s u'_{k0}(s)ds = R_k - R_{k0} - \int_0^s u_{k0}(s)ds = 0\,; k = 0, \dots, 3$$

Тогда имеем инвариантность разности координат и времени относительно этого преобразования

$$R'_k - R'_{k1} = R_k - R_{k1}; k = 0, \dots, 3 \qquad (1)$$

Причем уравнение ОТО инвариантно относительно этого преобразования произвольно двигающихся систем координат, важно только что их скорость зависит от интервала. Кроме того, координата R_{k1} является фиксированным центром тела, а координата R'_{k1} означает измененную координату центра тела. Причем центр тела, это начало системы координат, а координата R_k это текущая координата наблюдения за полем.

Используя формулу (1), получим одинаковые значения метрического тензора в разных не инерциальных системах координат. Значит решение уравнения ОТО одинаковое в системах координат, связанных (1). Но с зафиксированным центром тела, причем в другой системе координат центр тела другой, а координата точки наблюдения определяется по первой системе координат.

На самом деле преобразование координат описывается следующим образом

$$R'_k - R'_{k0} - \int_0^s u'_{k0}(s)ds = R_k - R_{k0} - \int_0^s u_{k0}(s)ds = const\,; k = 0, \dots, 3$$

$$dR'_k - u'_{k0}(s)ds = dR_k - u_{k0}(s)ds = 0$$

$$ds = \sqrt{g_{ik}dx^i dx^k} = \sqrt{g'_{ik}dx'^i dx'^k}$$

Из преобразований Галилея можно получить связь между трехмерными и четырехмерными скоростями.

$$\frac{dx'_k}{\boldsymbol{cdt'}\sqrt{g'_{00} + 2\frac{g'_{i0}V'^i}{c} + \frac{g'_{ik}V'^iV'^k}{c^2}}} - \boldsymbol{u'_{k0}} =$$

$$= \frac{dx_k}{\boldsymbol{cdt}\sqrt{g_{00} + \frac{2g_{i0}V^i}{c} + \frac{g_{ik}V^iV^k}{c^2}}} - \boldsymbol{u_{k0} = 0}$$

$$\frac{\frac{V'_k}{c}}{\sqrt{g'_{00}+2\frac{g'_{i0}V'^i}{c}+\frac{g'_{ik}V'^iV'^k}{c^2}}} - \boldsymbol{u'_{k0}} = \frac{\frac{V_k}{c}}{\sqrt{g_{00}+\frac{2g_{i0}V^i}{c}+\frac{g_{ik}V^iV^k}{c^2}}} - \boldsymbol{u_{k0} = 0}$$

$$\frac{\boldsymbol{cdt'}}{\boldsymbol{cdt'}\sqrt{g'_{00} + 2\frac{g'_{i0}V'^i}{c} + \frac{g'_{ik}V'^iV'^k}{c^2}}} - \boldsymbol{u'_{00}}$$

$$= \frac{\boldsymbol{cdt}}{\boldsymbol{cdt}\sqrt{g_{00} + \frac{2g_{i0}V^i}{c} + \frac{g_{ik}dV^iV^k}{c^2}}} - \boldsymbol{u_{00} = 0};$$

$$\frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{g'_{00} + 2\frac{g'_{i0}V'^i}{c} + \frac{g'_{ik}V'^iV'^k}{c^2}}} - \boldsymbol{u'_{00}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{g_{00} + \frac{2g_{i0}V^i}{c} + \frac{g_{ik}V^iV^k}{c^2}}} - \boldsymbol{u_{00} = 0};$$

Следствием преобразований Галилея с четырехмерными скоростями является правильное определение четырехмерных скоростей.

Следовательно, имеем формулы

$$R'_k - R'_{k0} - \int_0^s u'_{k0}(s)ds = R_k - R_{k0} - \int_0^s u_{k0}(s)ds = 0; k = 0, \dots, 3$$

$$\boldsymbol{u_{00}} = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{g_{00} + \frac{2g_{i0}V^i}{c} + \frac{g_{ik}V^iV^k}{c^2}}}$$

$$\boldsymbol{u_{k0}} = \frac{\frac{V_k}{c}}{\sqrt{g_{00} + \frac{2g_{i0}V^i}{c} + \frac{g_{ik}V^iV^k}{c^2}}}$$

Уравнения движения 2 закона Ньютона с учетом постоянной массы тела имеют вид. Масса при учете скорости звука является присоединенной и может быть тензором с релятивистским знаменателем. Но в случае четырехмерной скорости этого знаменателя нет.

$$(mc + m_s c_s)c_F \frac{d\boldsymbol{u}}{ds} = \boldsymbol{F}$$

При действительной силе получается трехмерная скорость меньше скорости света, при комплексной силе возможно преодоление релятивистского барьера, пример, ударные волны в газе и эффект Вавилова-Черенкова преодоление релятивистского барьера с образование двух разных скоростей до фронта и после фронта.

Откуда имеем

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{u}_0 + \int_{t_0}^{t} \frac{\boldsymbol{F}ds}{c_F(mc + m_s c_s)} \to \infty; \boldsymbol{F} = const$$

Имеем соотношение

$$\frac{V}{C_F} = \frac{\boldsymbol{u}}{\sqrt{1+u^2}}; \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} < 1$$

При условии $|Imu| > 1/2$ числитель больше знаменателя в формуле (2)

$$\left|\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}\right| = \frac{\sqrt{(Reu)^2+(Imu)^2}}{\sqrt[4]{[1+(Re\quad)^2+(Im\quad)^2]^2-4(Imu)^2}} \qquad (2)$$

Результирующая скорость равна

$$\boldsymbol{V}_{\Sigma}(\alpha) = \frac{\boldsymbol{V}c_s + \boldsymbol{V}_s c}{c_s + c} = \boldsymbol{V}\alpha + \boldsymbol{V}_s(1-\alpha); \alpha = \frac{c_s}{c_s + c}; \boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}_s = \boldsymbol{V}_{\Sigma}$$

Результирующая скорость связана с четырехмерной соотношением

$$V_{\Sigma} = \left| c_F \frac{\boldsymbol{u}}{\sqrt{1+u^2}} \right| < c_F; c_s < c_F = \frac{mc + m_s c_s}{m + m_s} = \frac{\rho c + \rho_s c_s}{\rho + \rho_s} < c$$

$$\boldsymbol{u} = \frac{\frac{\boldsymbol{V}}{c_F}}{\sqrt{1 - V^2/c_F^2}}; \frac{\boldsymbol{V}}{c_F} = \frac{\boldsymbol{u}}{\sqrt{1+u^2}}$$

Именно поэтому не замечают преодоление звукового барьера летчики, для них в среде с малой плотностью $c_F = \text{с}$, как и в вакууме.

Причем

$$\max_{\frac{\rho_s}{\rho} \ll 1} \frac{\rho c + \rho_s c_s}{\rho + \rho_s} = c, \min_{\frac{\rho_s c_s}{\rho c} \gg 1} \frac{\rho c + \rho_s c_s}{\rho + \rho_s} = c_s; c_s \le c_F \le c;$$

$$p_k = (m + m_s) c_F u_k = \hbar k$$

Где $\rho_s c_s$ плотность и скорость звука среды. Величина ρc плотность и скорость света в движущемся теле или среде.

Параметры для свободных электронов в вакууме твердого тела и для плотной среды кристаллической решетки твердого тела удовлетворяют условию $\rho c \ll \rho_s c_s$ и эффективная масса равняется

$$m_{kn}^{-1} = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial p_k \partial p_n} = \frac{\partial^2 \varepsilon}{m_s^2 \partial V_k \partial V_n} = \frac{1}{m_s} \frac{\partial}{\partial V_n} \left[\frac{V_n \delta_{kn}}{1 - \frac{V^2}{c_s^2}} + \frac{2 V_n V_k^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c_s^2}\right)^2 c_s^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{m_s} \left[\frac{\delta_{kn}}{1 - \frac{V^2}{c_s^2}} + \frac{2(V_n^2 + V_k^2)}{\left(1 - \frac{V^2}{c_s^2}\right)^2 c_s^2} + \frac{8 V_n^2 V_k^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c_s^2}\right)^3 c_s^4} \right];$$

$$\varepsilon=\sum_{k,n=1}^{3}\frac{p_k p_n}{2m_s}=\sum_{k,n=1}^{3}\frac{m_s V_k V_n}{2(1-\frac{V^2}{c_s^2})}$$

При этом справедлива формула

$$m_{effkn}^{-1}=m_{kn}^{-1}\alpha+\frac{1-\alpha}{m_s};\alpha=\frac{\exp\left(-\frac{V^2}{c_F^2}\right)}{\exp\left(-\frac{V^2}{c_F^2}\right)+\exp\left(-\frac{c_F^2}{V^2}\right)}$$

Преобразование Лоренца в случае превышения скорости возмущения равняется и имеет физический смысл

$$\mathrm{c}t=\frac{c't'+\frac{V'}{c'}x'}{\sqrt{1-\frac{V'^2}{c'^2}}}\rightarrow\frac{c't'+\frac{V'}{c'}x'}{\sqrt{\frac{V'^2}{c'^2}-1}}\sin(\omega t-\boldsymbol{kr})=$$

$$=\frac{c't'+\frac{V'}{c'}x'}{\sqrt{\frac{V'^2}{c'^2}-1}}\,\mathrm{sh}\left(\frac{mc's}{\hbar(1-\frac{2im\mu}{\hbar\rho_b}+\frac{137m^2}{m_{Pl}^2})}\right)$$

$$x=\frac{x'+V't'}{\sqrt{1-\frac{V'^2}{c'^2}}}\rightarrow\frac{x'+V't'}{\sqrt{\frac{V'^2}{c'^2}-1}}\sin(\omega t-\boldsymbol{kr})=$$

$$=\frac{x'+V't'}{\sqrt{\frac{V'^2}{c'^2}-1}}sh\left(\frac{mc's}{\hbar(1-\frac{2im\mu}{\hbar\rho_b}+\frac{137m^2}{m_{Pl}^2})}\right)$$

$$y=y';z=z'$$

Преобразование интервала получается из равенств

$$\Delta x_n=g_{nn}\Delta x^n=g_{nn}\Delta s u^n,=\Delta s(u^0,-u^1,-u^2,-u^3),k_n=\frac{mc_{\ n}}{\hbar};\text{n=0,...,3.}$$

Мнимую динамическую квантовую вязкость $\frac{i\hbar\rho_b}{m}$ тела, разделили на динамическую вязкость среды μ. Таким образом получена формула для произвольного значения массы. Для плоской волны получим неизменную фазу, удовлетворяющую волновому уравнению. Но волновое уравнение не инвариантно относительно такого преобразования координат. Для макротел получили колебание, для микрочастиц, и мега-тел растяжение в двигающейся системе координат. В штрихованной собственной системе координат, где тело неподвижное, ничего не изменится. Преобразование Лоренца для не штрихованной системе координат для макротел становится бессмысленным. Пространственноподобные интервалы преобразование Лоренца не описывает.

Для преобразования с помощью четырехмерной скорости надо использовать формулу

$$R'_k - R'_{k0} - \int_0^s u'_{k0}(s)ds = R_k - R_{k0} - \int_0^s u_{k0}(s)ds =$$

$$= R_k - R_{k0} - \int_0^{s_i} u_{k0}(s)ds - Re\left[\int_{s_i}^{s_i+is} u_{k0}(s)ds + \Delta R_k(s)\right];$$

$$Im\left[\int_{s_i}^{s_i+i} u_{k0}(s)ds + \Delta R_k(s)\right] = 0$$

В штрихованной, действительной системе координат ничего не изменится. В не штрихованной движущейся системе координат турбулентных мнимых частей нет при переходе к пространственноподобным интервалам.

Литература

1. Салосин Е.Г. *ЗАМЕНА ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА Глобус, 2022,* https://cyberleninka.ru/article/n/zamena-preobrazovaniy-lorentsa
2. Салосин Е.Г. По поводу трехмерной и четырехмерной скорости «Энциклопедический фонд России», 2022, http://www.russika.ru/userfiles/1691_1645995006.pdf